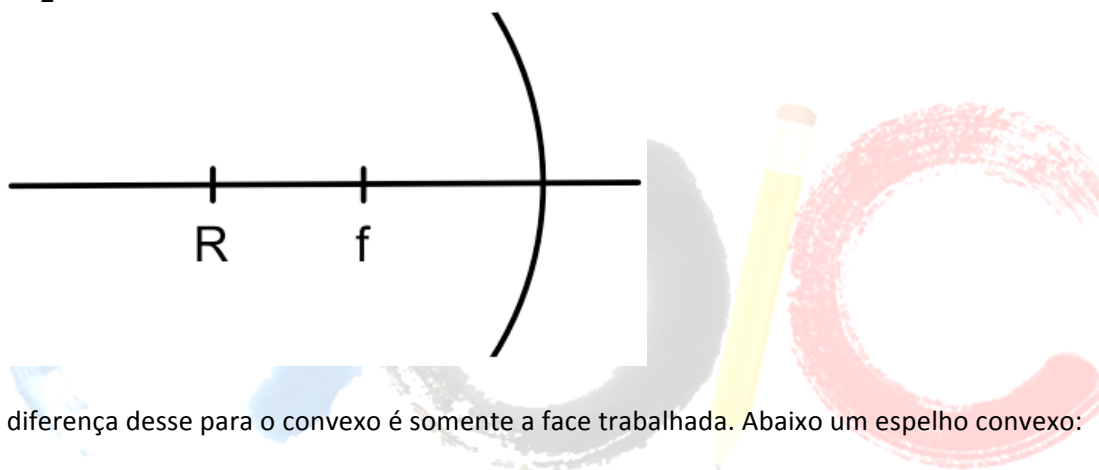


Espelhos esféricos são superfícies refletoras muito comuns e interessantes de se estudar. Eles são capazes de formar imagens maiores ou menores, inversas ou direitas, dependendo do tipo de espelho, suas características, e da disposição do objeto frente ao espelho.

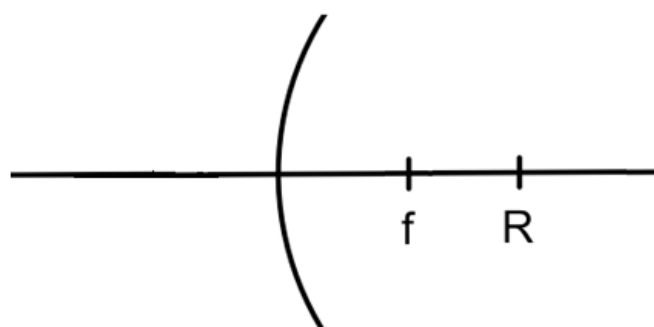
Os espelhos que estudaremos precisam ter uma abertura muito pequena (na faixa dos  $10^\circ$ ). Fora disso, não há um sistema estigmático, isto é, uma única imagem para certo ponto objeto. Caso estas condições não sejam satisfeitas, os raios não chegam paraxiais (perto do vértice do espelho, não muito inclinados) ter-se-á uma mancha luminosa e não uma imagem visível, dita cáustica de reflexão.

Observe a representação de um espelho côncavo no chamado eixo principal. Tem-se o centro desse, com a distância ao vértice valendo o raio da esfera da qual ele foi retirado e seu foco, metade do raio, uma importante relação:

$$f = \frac{R}{2}$$

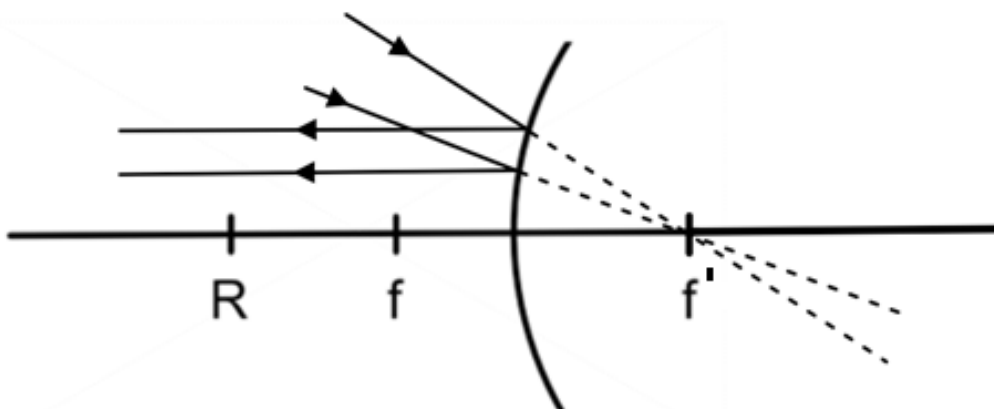
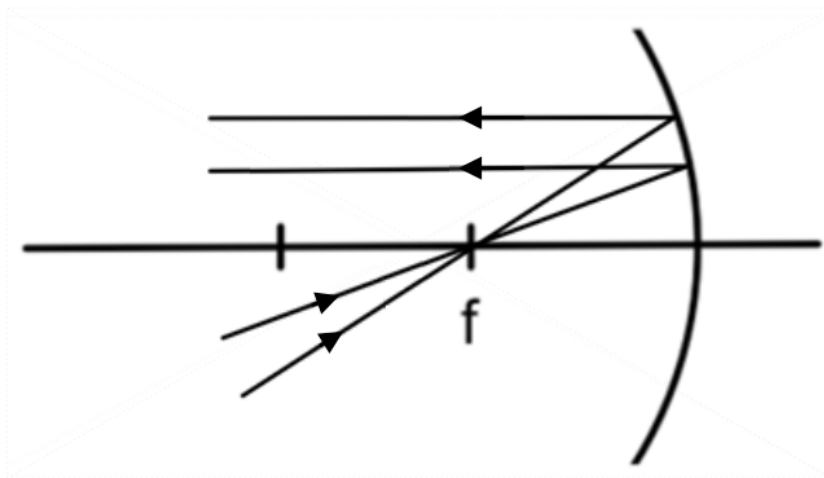
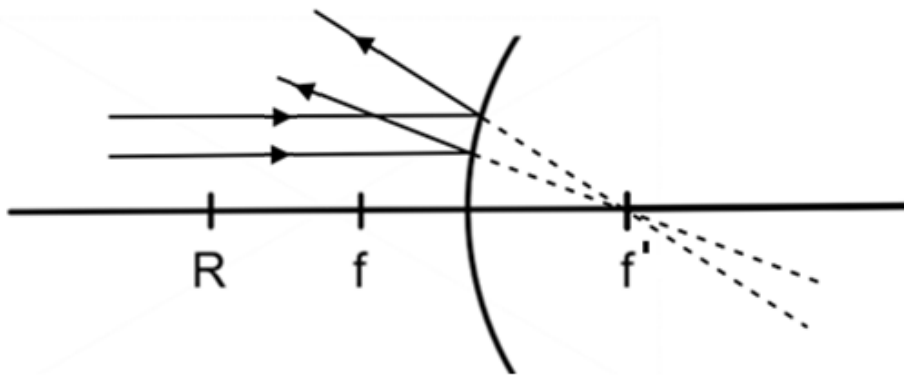
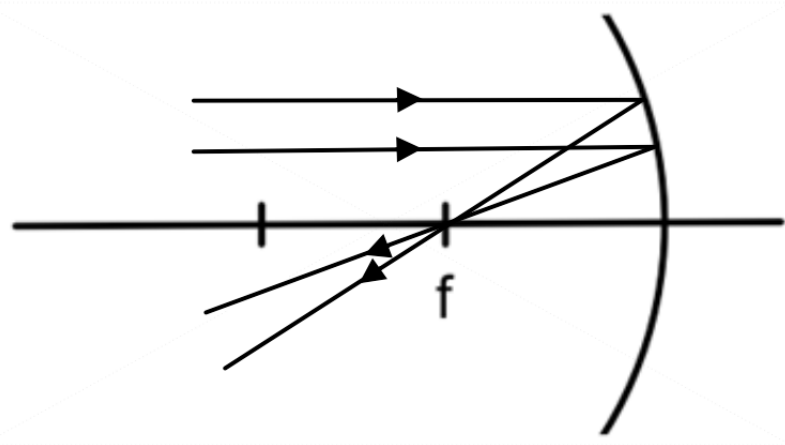


A diferença desse para o convexo é somente a face trabalhada. Abaixo um espelho convexo:

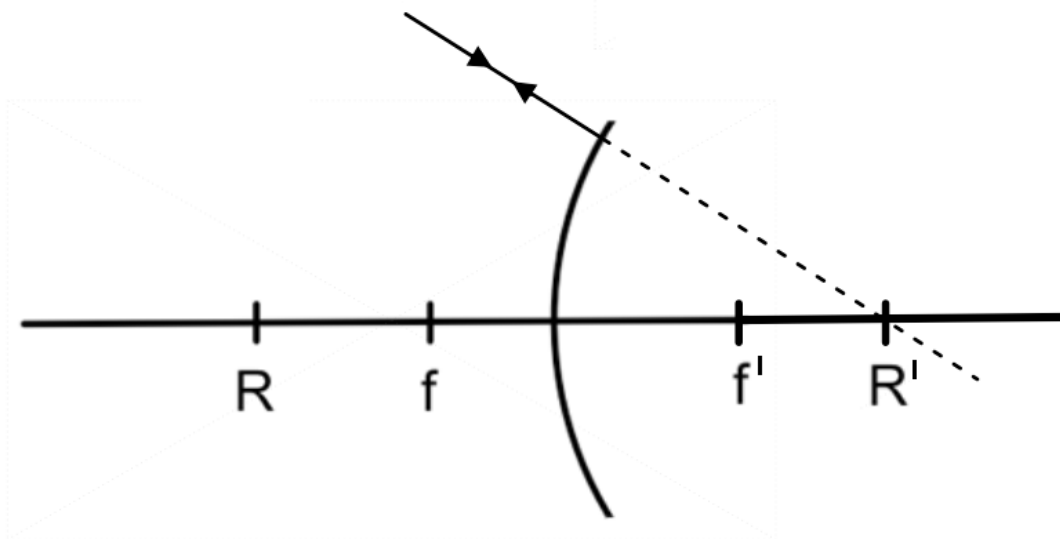
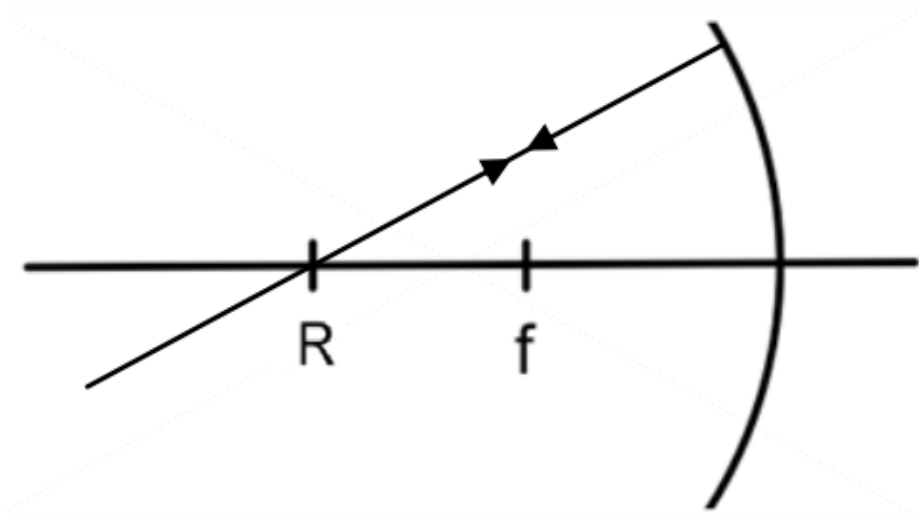


Algumas propriedades desses espelhos são:

Raios de luz que vêm paralelamente se refletem ou têm seus prolongamentos coincidindo no foco ou no prolongamento do foco. Pela reversibilidade da luz, o que passa ou se prolonga pelo foco sai paralelo:



Também se sabe que, um raio ou seu prolongamento passando pelo centro do espelho, o raio em questão volta sobre si mesmo. Mais imagens podem vir da reversibilidade da luz:



Mas o que importa mesmo sobre espelhos é a equação que relaciona a distância  $p$  de um objeto ao espelho, a distância  $p'$  de sua imagem e o foco do espelho. Essa pode ser demonstrada e ter suas consequências estudadas por geometrias de espelhos. Tem-se a dita equação dos pontos conjugados ou equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Sabendo que o foco do espelho côncavo é positivo e do convexo, negativo. Também é importante saber que, frontalmente ao espelho, as coordenadas são maiores que zero, enquanto detrás, menores. Frontalmente, os pontos são vértices de pincéis de luz, não prolongamentos. São ditos reais, imagem e objeto reais, sinal positivo. Detrás, virtuais, sinal negativo.

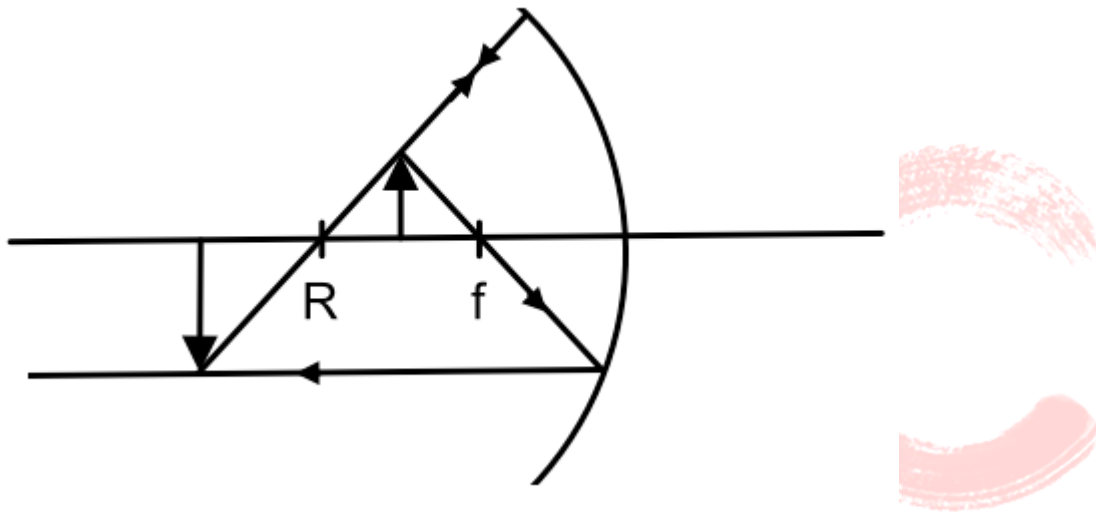
Usando a equação acima junto com a seguinte, que relaciona o tamanho de um objeto “ $o$ ” e sua imagem “ $i$ ”, dita equação do aumento linear transversal:

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$$

Veja as questões exemplo abaixo:

(MACKENZIE) Diante de um espelho esférico côncavo coloca-se um objeto real no ponto médio do segmento definido pelo foco principal e pelo centro de curvatura. Se o raio de curvatura desse espelho é de 2,4m, a distância entre o objeto e sua imagem conjugada é de:

- a) 0,60m
- b) 1,2m
- c) 1,8m
- d) 2,4m
- e) 3,6m



Se o  $R = 2,4$  m, tem-se  $f = 1,2$  m. Observe que o objeto está de frente ao espelho, assim, seu  $p > 0 = f + 0,5f = 1,5f$ . Assim,  $p = 1,8$  m. Usando na equação:

$$\frac{1}{1,2} = \frac{1}{1,8} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{3,6}$$

$$p' = 3,6m$$

Observe que o resultado é positivo, logo, a imagem é real, frontal ao espelho. Dessa forma, a distância entre o objeto e a imagem será  $3,6 - 1,8 = 1,8$  m.

#### Item C

Observe que, se o sinal de  $p'$  (imagem) fosse negativo, dever-se-ia pegar  $1,8 + 3,6$ , já que a imagem seria virtual, por de trás do espelho. Nosso estudo da imagem ainda pode ficar mais elaborado fazendo uso da equação do aumento linear transversal:

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} = \frac{-3,6}{1,8} = -2$$

Logo a imagem é duas vezes maior que o objeto, estando invertida.

(UCS) Um espelho esférico conjuga a um objeto real, a 40cm de seu vértice, uma imagem direita e duas vezes menor. Pode-se afirmar que o espelho é:

- a) côncavo de 40cm de distância focal;
- b) côncavo de 40cm de raio de curvatura;
- c) convexo de 40cm de módulo de distância focal;
- d) convexo de 40cm de raio de curvatura;
- e) convexo de 40cm como distância entre o objeto e a imagem.

Usando a equação do aumento linear (sendo a imagem direita e duas vezes menor):

$$\frac{1}{2} = \frac{-p'}{p}$$

$$p' = \frac{-p}{2}$$

Dado  $p = 40\text{cm}$ :

$$p' = -20\text{cm}$$

Isto é, a imagem fica detrás do espelho, é virtual. Usando na equação dos espelhos:

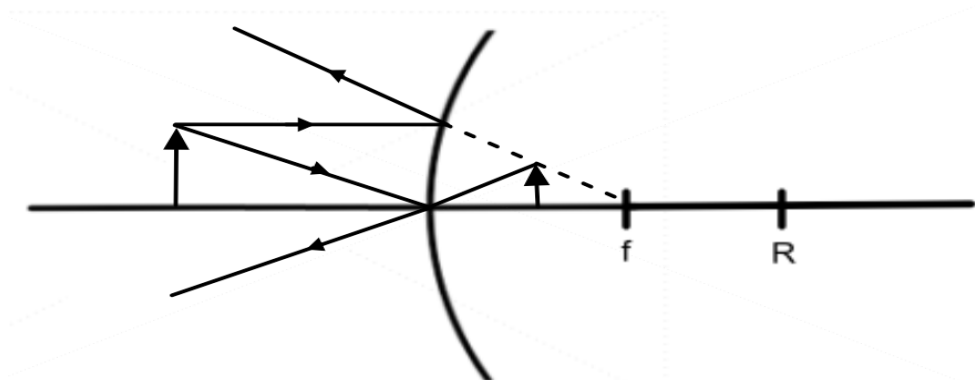
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{40} + \frac{1}{-20} = \frac{1}{-40}$$

$$f = -40\text{ cm}$$

Isto é, é um espelho convexo, foco negativo de módulo 40cm.

#### Item c

O esquema dessa figura é (raios no vértice refletem com mesmo ângulo):



É um importante resultado que espelhos convexos geram imagens direitas e menores, independente da posição dos objetos frente ao espelho.

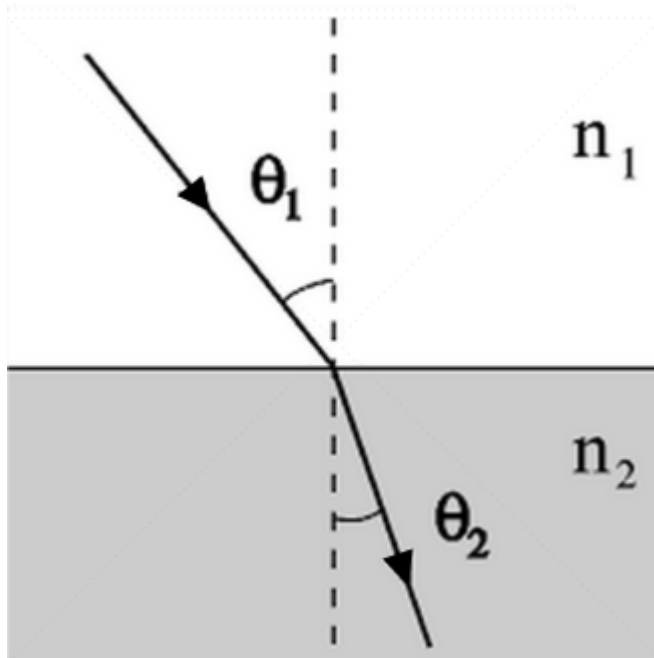
Antes de falar de lentes, precisamos ter um conhecimento prévio de refração. Essa é nada mais nada menos que resultado da mudança de velocidade da luz de um meio para outro, traduzido na lei de Snell, derivada do princípio de Fermat (análise planar):

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Onde  $n$  é o índice de refração do meio, dado pela razão:

$$n = \frac{c}{v}$$

E  $\theta$  os ângulos que o raio de luz faz com a normal (reta perpendicular a superfície). Observe o desenho:



Nessa parte, é interessante falar que, embora haja refração, sempre há uma parcela de luz que também se reflete. Além disso, a frequência de oscilação da luz (sendo essa uma onda eletromagnética) não muda na passagem de um meio para outro. O que muda é o valor do comprimento de onda.

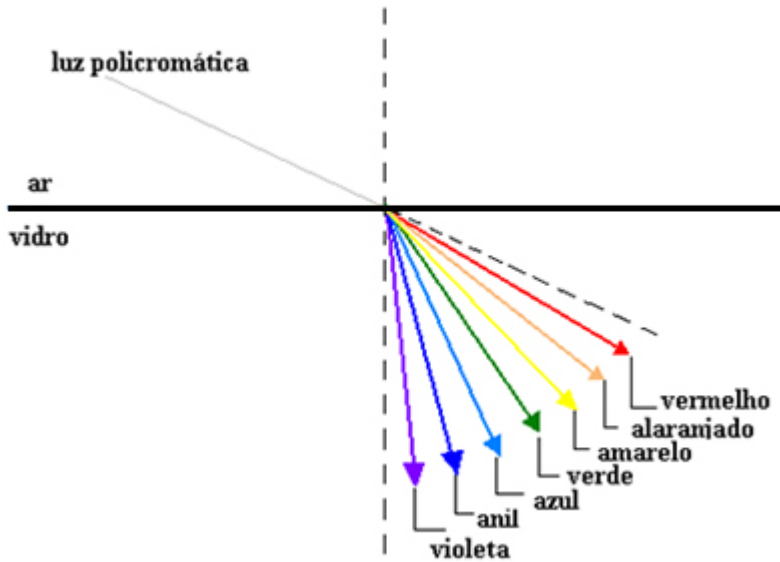
Seguindo, há uma definição importante, dita comprimento de onda relativo:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

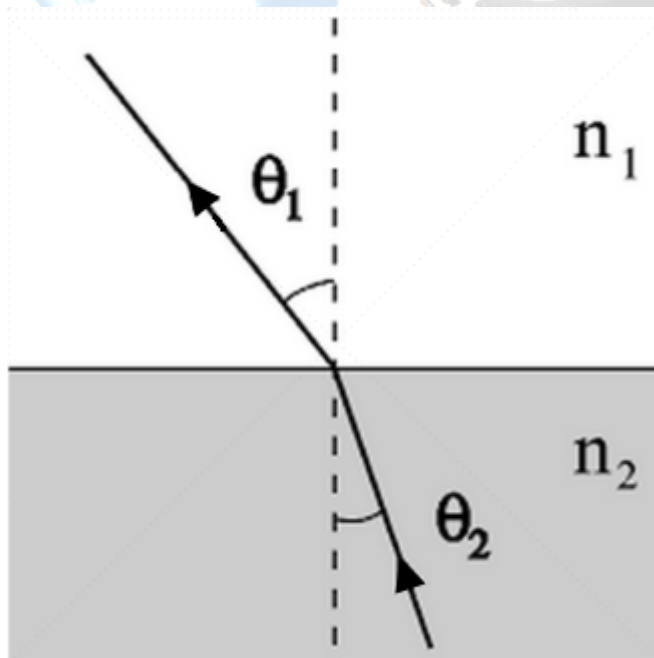
E sendo  $v = \lambda f$  (resultado da ondulatória) sendo  $f$  constante:

$$n_{21} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Um importante fenômeno da refração é a dispersão da luz. Devido a luz policromática ter vários comprimentos de onda embutidos, esses respondendo de formas diferentes a mudança de meio, isto é, sabe-se que a luz vermelha pouco se desvia, enquanto a violeta muito se desvia, tem-se uma dispersão, efeito abaixo ilustrado:



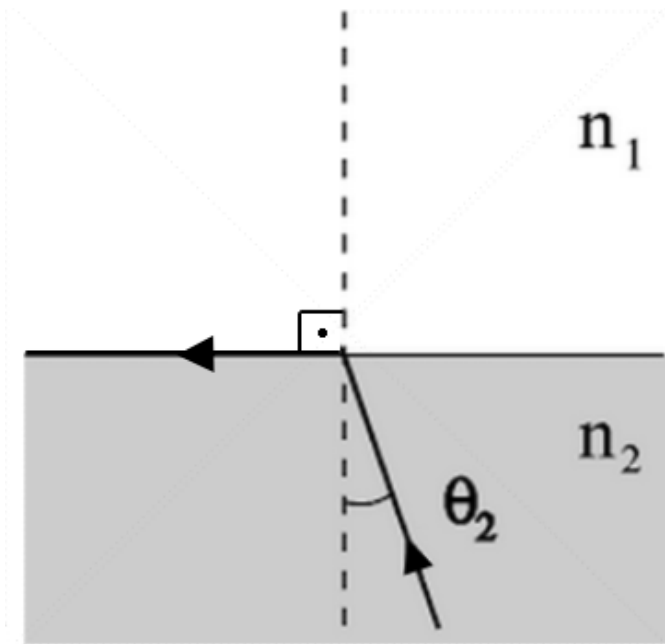
Voltemos a análise de um raio. Pelo princípio da reflexão da luz, sabe-se que, dado um raio de luz que então sai de um meio mais refringente para um menos refringente, esse se afastará da normal:



Em suma, haverá uma situação limite onde o raio de saída será noventa graus. O ângulo para o qual isso acontece é dito ângulo limite. Tem-se:

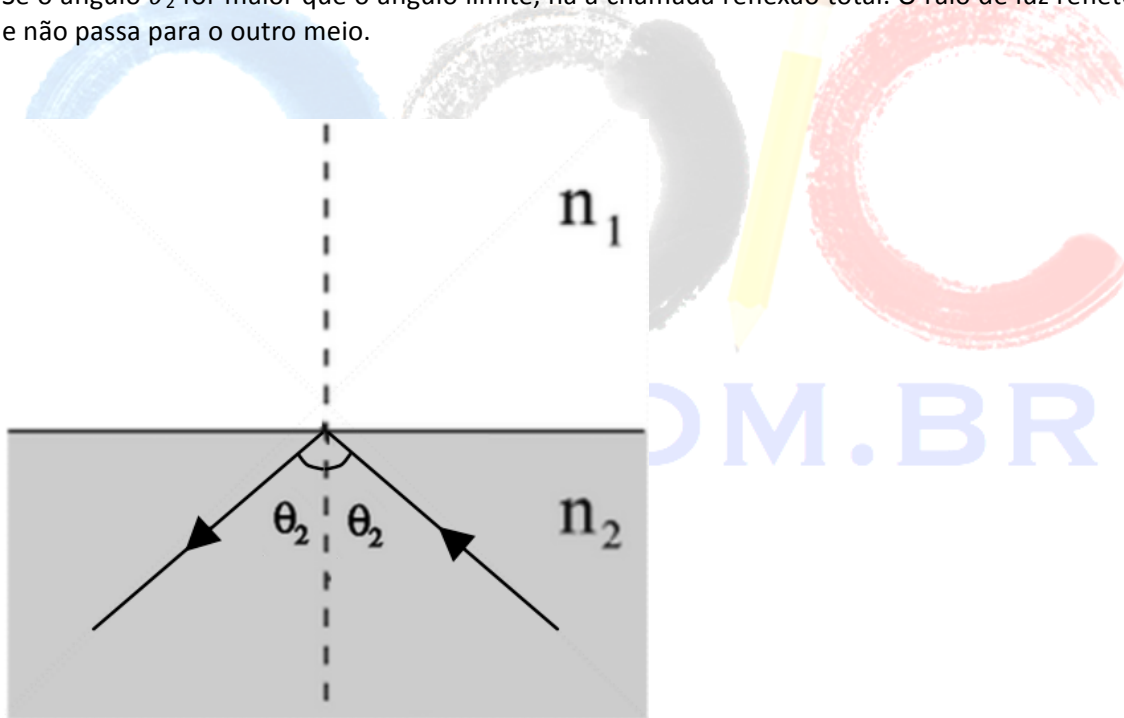
$$n_1 \text{sen} 90^\circ = n_2 \text{sen} \theta_{\text{lim}}$$

**Aula do Curso Noic de Física, feito pela parceria do Noic com o Além do Horizonte**



$$\text{sen } \theta_{\text{lim}} = \frac{n_1}{n_2}$$

Se o ângulo  $\theta_2$  for maior que o ângulo limite, há a chamada reflexão total. O raio de luz reflete e não passa para o outro meio.



Pense agora em uma piscina. Devida a refração, tem-se a impressão de que essa é mais rasa. Isso é uma consequência da refração, podendo ser provada por aproximações de ângulos pequenos,  $\text{sen } \theta \cong \text{tg } \theta \cong \theta$  (em radianos). É um bom exercício provar tal relação:

$$\frac{n}{d} = \frac{n'}{d'}$$

Isto é, sendo  $n$  e  $d$  relativos ao meio onde se encontra o objeto ou corpo a ser visto e  $n'$  o índice de refração do meio onde está o "observador", por assim dizer. Por exemplo:

**Aula do Curso Noic de Física, feito pela parceria do Noic com o Além do Horizonte**



(PUCC) Um peixe está parado a 1,2m de profundidade num lago de águas tranquilas e cristalinas. Para um pescador, que o observa perpendicularmente à superfície da água, a profundidade aparente em que o peixe se encontra, em m, é de:

Dado: Índice de refração da água em relação ao ar =  $\frac{4}{3}$

- a) 0,30
- b) 0,60
- c) 0,90
- d) 1,2
- e) 1,5

Aplicando a fórmula do índice de refração:

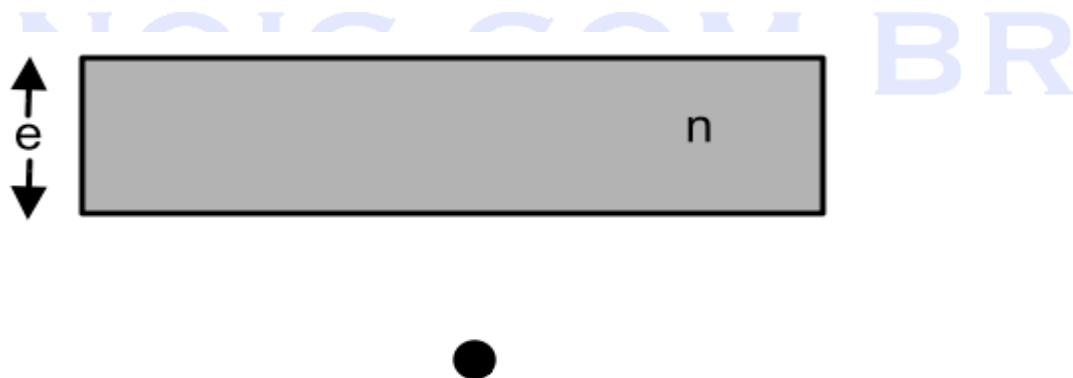
$$\frac{4}{3} = \frac{1}{d'}$$

$$d' = 0,9 \text{ m}$$

**Item c**

Uma aplicação interessante dos dioptrios planos e refração se dá em lâminas de faces paralelas. Observe a questão abaixo:

Qual o deslocamento da imagem final do objeto abaixo quando esse é colocado na frente de uma lâmina de faces paralelas no outro lado, como no esquema? A espessura da lâmina é “e”, seu índice de refração é “n” e do ar é 1.



Chamando “d” a distância do objeto a face mais próxima da lâmina, pode-se escrever:

$$\frac{1}{d} = \frac{n}{d'}$$

$$d' = dn$$

Essa é a distância aparente do objeto a face próxima para um observador “dentro” da lâmina. Podemos somá-la com a espessura e usar o resultado para o dioptro da segunda face:

$$\frac{d' + e}{n} = \frac{d''}{1}$$

$$d'' = \frac{d' + e}{n} = \frac{nd + e}{n} = d + \frac{e}{n}$$

Pegando  $d''$  e subtraindo “ $e$ ”, acha-se a distância dessa imagem final a face mais próxima do objeto. Assim, achamos:

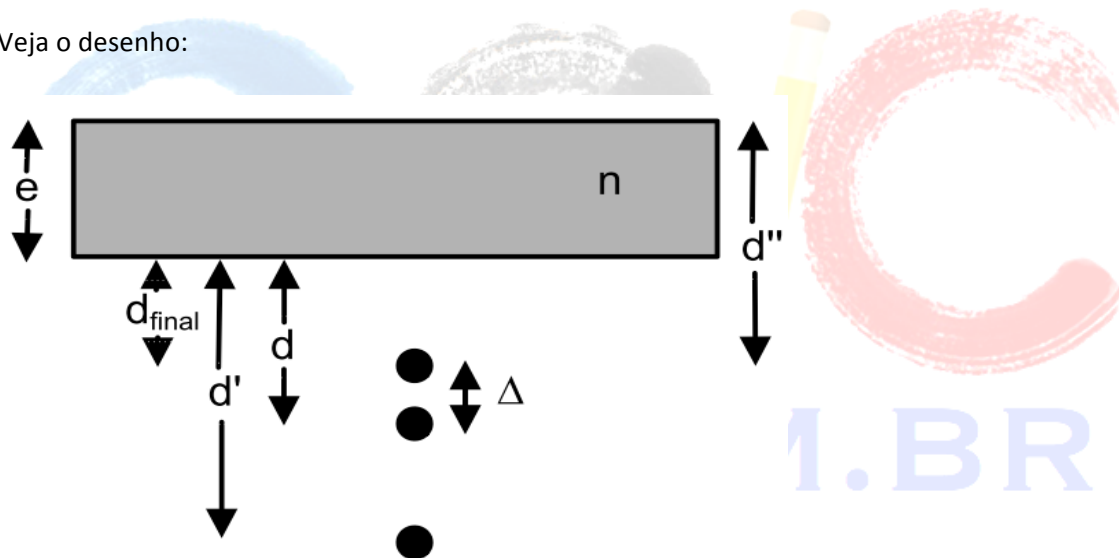
$$d_{final} = d + \frac{e}{n} - e$$

Finalmente, acha-se o desvio subtraindo “ $d$ ” de “ $d_{final}$ ” :

$$\Delta = d - (d + \frac{e}{n} - e)$$

$$\Delta = e \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

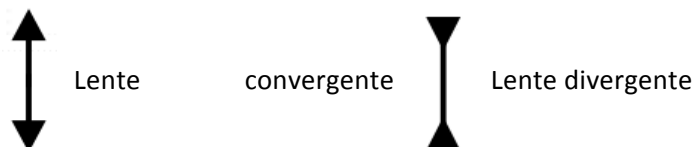
Veja o desenho:



Uma análise interessante pode ser feita analisando a refração de raios de luz em prismas, que, no entanto não será aqui mostrada, focando-se mais nos estudos das lentes. Os resultados das lentes (na análise dos ditos dioptrios esféricos) funcionam como espelhos, as equações são similares também. Mesmo os raios têm semelhanças, mas com a refração.

Há dois tipos de lentes estudadas, lentes convergentes e divergentes. As primeiras têm uma forte relação com os espelhos côncavos, as segundas, com os convexas.

É comum representar as lentes convergentes com setas nas pontas, as divergentes, com o contrário:

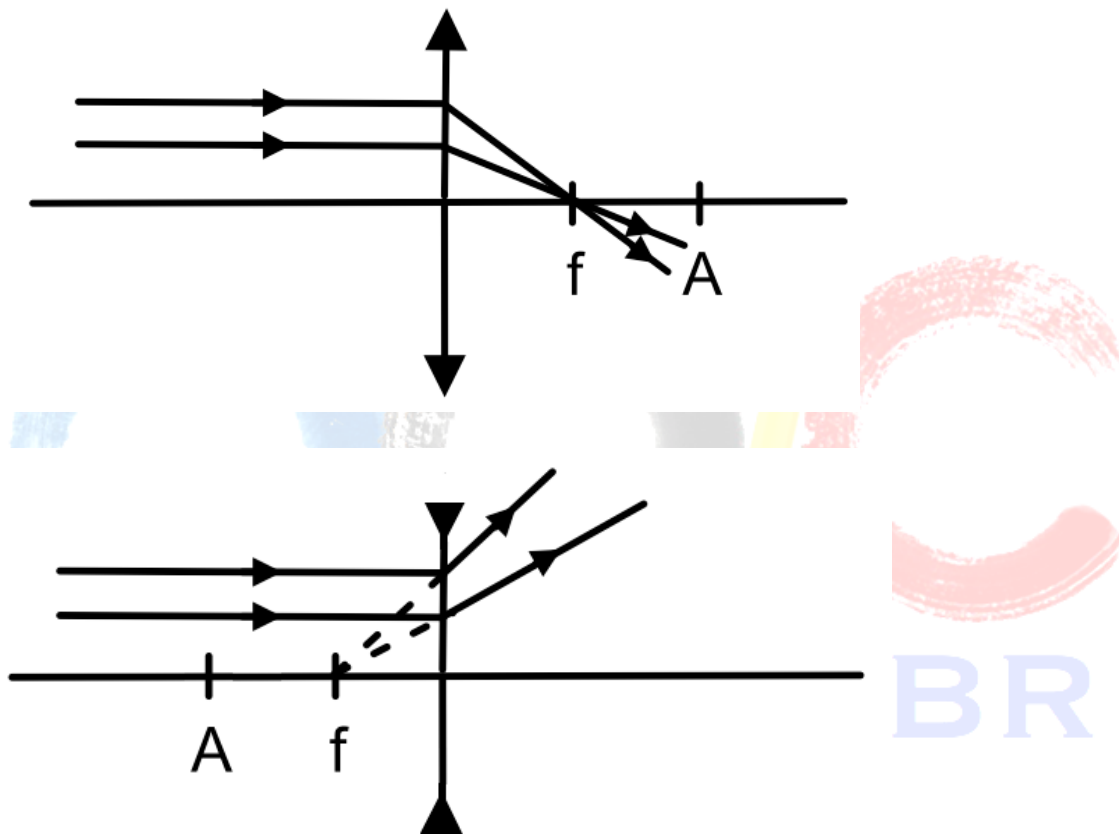


O conceito de foco ainda existe, mas o centro é substituído pelo antiprincipal, valendo ainda a relação:

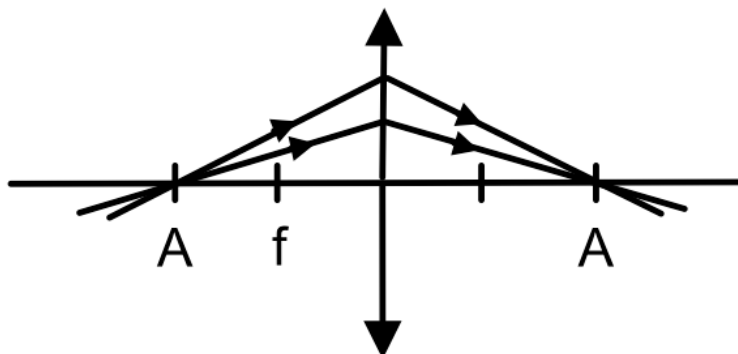
$$f = \frac{A}{2}$$

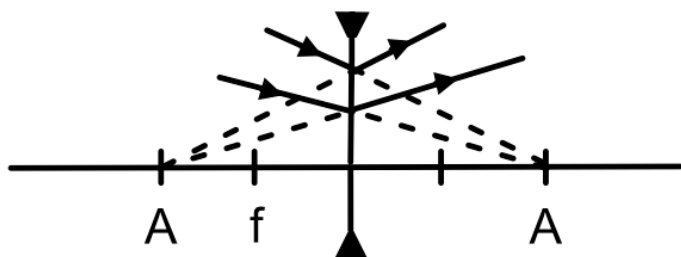
“A” sendo o antiprincipal.

Os raios paralelos convergem para o foco, no caso das lentes convergentes, os prolongamentos, no caso de divergentes. Pela reversibilidade também se tiram imagens de raios pelo foco.



Raios pelo antiprincipal também têm suas propriedades. Lentes convergentes mandam os raios para o outro ponto antiprincipal (oposto). Nas divergentes, raios com prolongamentos sobre um antiprincipal têm-se prolongados no outro antiprincipal.





Como já citado, a fórmula é a mesma, mas as convenções não:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Tendo-se o foco da lente convergente positivo e da divergente, negativo. Também é importante saber que, frontalmente à lente, as coordenadas do objeto são maiores que zero, enquanto detrás, menores. No entanto, o contrário é válido para as imagens. Do lado oposto ao objeto, são positivas, do mesmo, negativas. São ditos reais, imagem e objeto reais, sinal positivo, quando são vértices do pincel de luz. Virtuais, sinal negativo, quando prolongamentos.

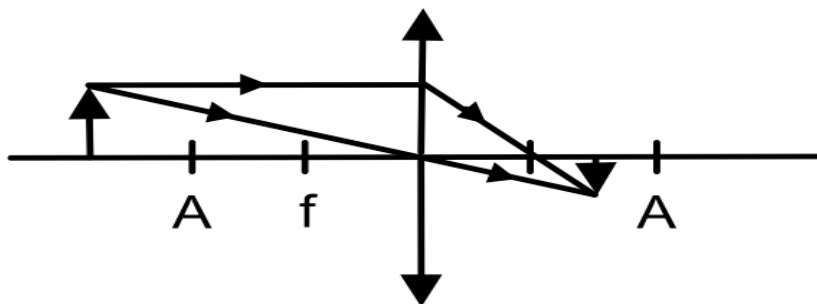
A equação do aumento linear transversal continua válida:

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$$

(CESGRANRIO) Um objeto real é colocado perpendicularmente ao eixo principal de uma lente convergente de distância focal  $f$ . Se o objeto está a uma distância  $3f$  da lente, a distância entre o objeto e a imagem conjugada por essa lente é:

- a)  $f/2$
- b)  $3f/2$
- c)  $5f/2$
- d)  $7f/2$
- e)  $9f/2$

Figura (sabendo que um raio pelo centro óptico da lente não refrata angularmente):



Usando a fórmula das lentes:

**Aula do Curso Noic de Física, feito pela parceria do Noic com o Além do Horizonte**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{3f} + \frac{1}{p'}$$

$$p' = \frac{3f}{2}$$

Uma imagem positiva, do outro lado da lente. Dessa forma, a distância entre o objeto e sua imagem será:

$$3f + \frac{3f}{2} = \frac{9f}{2}$$

#### Item e

(ITA-adaptada) Um objeto tem altura  $h_o = 20$  cm e está localizado a uma distância  $d_o = 30$  cm de uma lente. Esse objeto produz uma imagem virtual direita de altura  $h_i = 4,0$  cm. A distância da imagem à lente, a distância focal e o tipo da lente são, respectivamente:

- a) 6,0 cm; 7,5 cm; convergente;
- b) 1,7 cm; 30 cm; divergente;
- c) 6,0 cm; -7,5 cm; divergente;
- d) 6,0 cm; 5,0 cm; divergente;
- e) 1,7 cm; -5,0 cm; convergente.

Faz-se:

$$\frac{i}{o} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = \frac{-p'}{30}$$

$$p' = -6 \text{ cm}$$

Negativa, virtual, frontalmente ao espelho. Usando na equação das lentes:

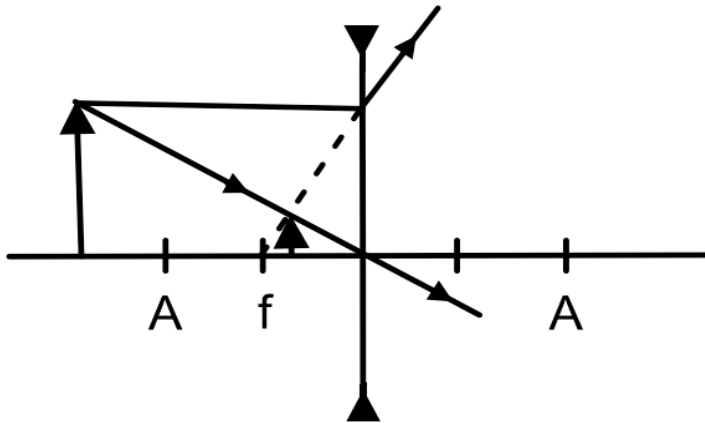
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{30} + \frac{1}{-6} = \frac{-4}{30}$$

$$f = -7,5 \text{ cm}$$

Isto é, o foco é negativo, tem-se uma lente divergente.

#### Item c

Veja a figura para uma melhor compreensão:



Há uma equação muito interessante para lentes dita equação dos fabricantes. Muito interessante. Ela mostra que a vergência de uma lente pode mudar, dependendo do índice de refração do meio e do material que é feita. O resultado pronto é:

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Onde  $n_2$  é o índice da lente,  $n_1$  do meio e os Rs os raios de curvatura das faces da lente, sendo uma face côncava (olhando da face, há uma profundidade) de raio negativo e uma convexa (elevação) positiva. Faces planas têm raio infinito. É importante acrescentar que, dadas lentes justapostas, suas dioptrias (razão  $\frac{1}{f}$ , em  $m^{-1}$ ) podem ser somadas levando a dioptria final  $\left( \frac{1}{f_{associação}} = \sum \frac{1}{f} \right)$ .

Por exemplo:

(ITA-SP) As duas faces de uma lente delgada biconvexa têm um raio de curvatura igual a 1,00 m. O índice de refração da lente para luz vermelha é 1,60 e, para luz violeta, 1,64. Sabendo que a lente está imersa no ar, cujo índice de refração é 1,00, calcule a distância entre os focos de luz vermelha e de luz violeta, em centímetros.

Usando a equação:

$$\frac{1}{f_{Vermelha}} = \left( \frac{1,60}{1,00} - 1 \right) \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \right) = 1,2$$

$$f_{Vermelha} = 0,83m$$

$$\frac{1}{f_{Violeta}} = \left( \frac{1,64}{1,00} - 1 \right) \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \right) = 1,28$$

$$f_{Violeta} = 0,78m$$

$$\Delta f = 0,05m$$

(UNESP-SP) Duas lentes delgadas, uma convergente e outra divergente, com distâncias focais iguais a 1m e -2m, encontram-se justapostas. Um objeto é colocado a 3m das lentes. A distância entre a imagem e o sistema de lentes (considerado de espessura desprezível) vale:

**Aula do Curso Noic de Física, feito pela parceria do Noic com o Além do Horizonte**

$$D_1 = \frac{1}{1} \text{ e } D_2 = -\frac{1}{2}$$

$$D = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{f_{\text{associação}}}$$

Usando, então, a equação das lentes:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{p'}$$

$$p' = 6m$$

