

## Lista de Exercícios

Fernando Frota

Versão: 2 de maio de 2017

### 1 Problemas

**Problema 1** - Qual é a menor velocidade inicial que deve ser fornecida a um projétil para que este consiga ultrapassar o telhado inclinado mostrado na Figura 1? O telhado possui largura  $b$ , e suas duas extremidades estão a alturas  $a$  e  $c$  do nível do solo. A gravidade local vale  $g$ .

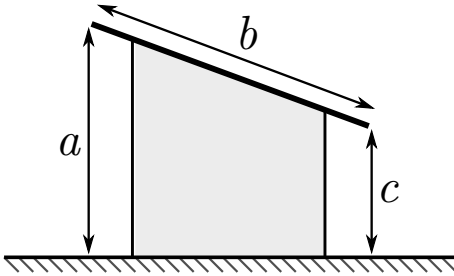


Figura 1: Problema 1

**Problema 2** - Neste problema vamos modelar a formação de uma proto-estrela. Uma nuvem esférica de gás interestelar, inicialmente em repouso, começa a colapsar por devido a sua própria gravidade. O raio inicial da esfera é  $r_0$  e sua massa total é  $m$ . O meio que rodeia a nuvem (muito menos denso que a própria nuvem) possui uma temperatura uniforme  $T_0$ , igual à temperatura inicial da nuvem. O gás pode ser considerado ideal. A massa molar média do gás é  $\mu$  e o seu coeficiente adiabático vale  $\gamma > 4/3$ . Considere ainda que  $\frac{Gm\mu}{r_0} \gg RT_0$ , onde  $R$  é a constante dos gases ideais e  $G$  é a constante de gravitação universal.

- Durante a maior parte do colapso, o gás é tão transparente que qualquer calor gerado é imediatamente dissipado por radiação, i. e. a nuvem mantém-se em equilíbrio térmico com o ambiente. Por qual fator ( $n$ ) a pressão do gás aumentará quando o raio da nuvem cair pela metade, até  $r_1 = 0.5r_0$ ? Assuma que a densidade do gás se mantenha uniforme.
- Faça uma estimativa do tempo  $t_2$  necessário para o raio da nuvem cair de  $r_0$  até  $r_2 = 0.95r_0$ . Despreze a mudança do campo gravitacional na posição das partículas em queda.
- Assumindo que a pressão na nuvem permanece desprezível, encontre o tempo  $t_{r \rightarrow 0}$  necessário para o raio da nuvem colapsar de  $r_0$  a um raio desprezível, utilizando as Leis de Kepler.
- Para um certo raio  $r_3 \ll r_0$  o gás fica suficientemente denso para ser opaco a radiação térmica. Calcule a quantidade total de calor  $Q$  que foi radiada durante o colapso da nuvem de  $r_0$  até  $r_3$ .
- Para raios menores que  $r_3$  podemos desprezar à radiação térmica. Determine como a temperatura  $T$  da nuvem depende do seu raio para  $r < r_3$ .

f) A partir de certo ponto a pressão começa a tornar-se relevante para a dinâmica do gás, e o colapso cessa quando o raio atinge  $r = r_4$  (com  $r_4 \ll r_3$ ). Contudo, ainda é possível desprezar a radiação térmica e a temperatura não é suficientemente elevada para desencadear reações de fusão nuclear. Nestas condições a pressão da proto-estrela deixa de ser uniforme, mas ainda podem ser feitas estimativas com fatores numéricos incorretos. Estime o raio final  $r_4$  e a respectiva temperatura  $T_4$  da proto-estrela.

**Problema 3** - Considere um sistema formado por uma carga elétrica  $q > 0$  fixada no ponto  $(0, 0, d)$  próxima a um plano condutor infinito e aterrado localizado no plano  $z = 0$ . O sistema está localizado no vácuo, onde a permissividade elétrica vale  $\epsilon_0$ . Um campo magnético uniforme  $\vec{B} = B\hat{x}$  é aplicado sobre a região onde a carga se localiza ( $z > 0$ ) e a carga, de massa  $m$ , é liberada a partir do repouso. Desconsiderando a gravidade, determine a condição que a distância  $d$  deve satisfazer para que a carga elétrica não toque o plano condutor.

**Problema 4** - Uma partícula de massa  $m$  é fixada na superfície interna de uma casca cilíndrica de massa  $M = 3m$  e raio  $R$ , como mostra a Figura 2. O cilindro é então colocado sobre uma superfície horizontal sem atrito. Inicialmente, a massa  $m$  está em repouso no topo do cilindro. Uma leve perturbação faz com que o sistema entre em movimento.

- Encontre a aceleração do centro do cilindro no momento em que a partícula está na mesma altura que o centro do cilindro.
- Calcule a força que o solo aplica sobre o cilindro neste instante em função de  $m$  e da gravidade  $g$ .

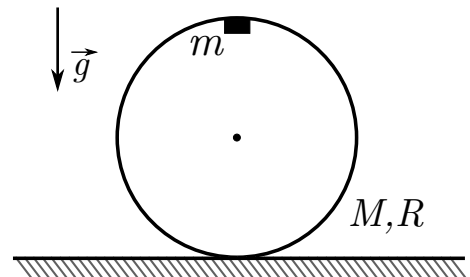


Figura 2: Problema 4

**Problema 5** - Um recipiente cilíndrico de altura  $H$  está sob uma superfície horizontal. Existem vários pequenos orifícios igualmente distribuídos ao longo da superfície lateral do cilindro. Nós enchemos o recipiente até o topo com água, de modo que a água escapa do cilindro pelos orifícios localizados em sua lateral (fazendo um ângulo reto com a superfície em cada ponto). Encontre o formato da curva que serve de envelope para todos os jatos de água que serão observados. Assuma que os jatos não afetam uns aos outros e que o nível da água no cilindro é praticamente constante.

**Problema 6** - Uma bola lançada com velocidade inicial  $v_0$  move-se em um campo gravitacional homogêneo de magnitude  $g$ . O ponto de lançamento pode ser livremente escolhido ao longo do nível do solo  $z = 0$  e o ângulo de lançamento

pode ser ajustado quando necessário. O objetivo é que a bola atinja o ponto mais alto do edifício esférico mostrado na Figura 3 com a menor velocidade de lançamento possível. Antes de atingir o alvo, a bola não pode quicar sobre o edifício. Despreze a resistência do ar. Qual é a menor velocidade de lançamento  $v_{min}$  necessária para atingir o ponto mais alto do edifício de raio  $R$ ?

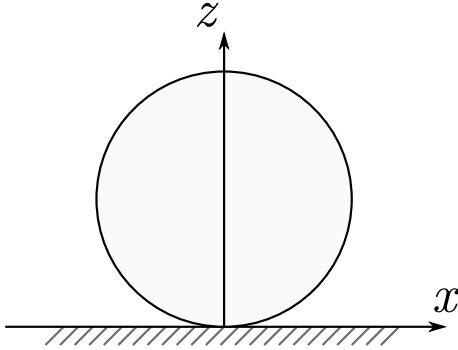


Figura 3: Problema 6

**Problema 7** - Duas placas quadradas de lado  $L$  estão inicialmente separadas por uma distância muito pequena. As placas possuem a mesma carga elétrica  $+q$  uniformemente distribuída em cada uma. As duas placas subitamente começam a se mover com velocidade  $v$  em sentidos opostos, como mostra a Figura 4. Calcule a força de repulsão entre as duas placas imediatamente após elas começarem a se mover. Dê sua resposta em função de  $q$ ,  $L$ ,  $v$ , da permissividade elétrica do vácuo  $\epsilon_0$  e da velocidade da luz  $c$ .

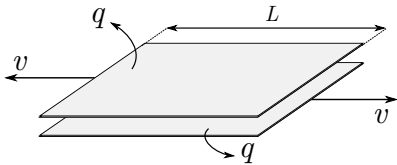


Figura 4: Problema 7

**Problema 8** - Um elástico  $AB$  de comprimento inicial  $L$  possui sua extremidade  $A$  fixada à uma parede. No instante  $t = 0$ , a extremidade  $B$  é puxada horizontalmente para longe da parede com velocidade constante  $V$ . Assuma que o elástico se mantém sempre horizontal e que este se estica uniformemente. No mesmo instante, dois ratinhos começam a se mover: um deles parte da extremidade  $A$  e se move com velocidade constante  $u$  em relação ao elástico (em direção à extremidade  $B$ ) enquanto o outro parte da extremidade  $B$  e se movendo com a mesma velocidade  $u$  em relação ao elástico (em direção à extremidade  $A$ ). Os ratinhos conseguirão atingir as extremidades opostas? Se sim, calcule o tempo que cada ratinho leva no percurso.

**Problema 9** - Uma bolha esférica de raio  $r$ , contendo um gás ideal diatômico, é revestida com uma fina camada de sabão de espessura  $h$  e é colocada no vácuo. A camada de sabão possui tensão superficial  $\gamma$  e densidade  $\rho$ .

a) Encontre a capacidade térmica molar do gás dentro da bolha para um processo em que o gás é aquecido tão

lentamente que a bolha sempre se mantém em equilíbrio mecânico em função da constante universal dos gases,  $R$ .

b) A bolha, originalmente de raio  $r$ , sofre uma pequena perturbação radial. Encontre uma expressão para a frequência angular de pequenas oscilações radiais da bolha, assumindo que a capacidade térmica da camada de sabão é muito maior do que a capacidade térmica do gás dentro da bolha. Assuma também que o equilíbrio térmico dentro da bolha é atingido muito rapidamente em comparação com o período de oscilações.

**Problema 10** - Dois capacitores idênticos, de capacitâncias  $C$  e inicialmente descarregados, estão conectados a três resistores idênticos (mesma resistência  $R$ ) e a uma bateria ideal, como mostra o circuito ilustrado na Figura 5. A chave  $S$  é fechada no instante  $t = 0$ . Determine em que instante  $t > 0$  a corrente no resistor central se anula.

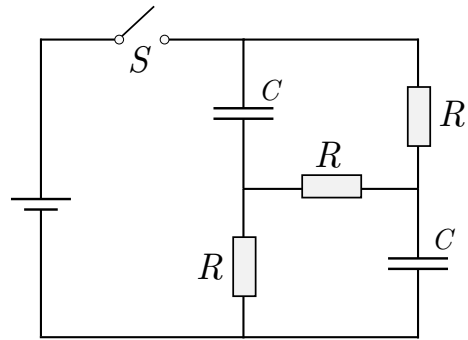


Figura 5: Problema 10

**Problema 11** - Uma barra  $AB$  de comprimento  $L$  e massa desprezível é colocada em contato com uma parede vertical lisa no ponto  $A$  e um piso horizontal também liso no ponto  $B$ , de modo que não existe atrito entre a barra e as duas superfícies. A barra está inclinada de um ângulo  $\alpha$  com a horizontal. Um rato de massa  $M$ , mesmo sabendo que é perigoso, resolve descer pela barra partindo do repouso a partir da extremidade superior  $A$  da barra. Obviamente a barra deveria cair com o ratinho em cima dela, mas o camundongo é esperto: ele descobriu uma maneira de descer pela barra sem que esta se mova! Sendo  $g$  a gravidade local, determine o tempo que o rato demorou para chegar na extremidade  $B$  da barra.

**Problema 12** - Considere um canhão posicionado no polo Norte da Terra, suposta perfeitamente esférica com raio  $R$ , massa  $M$  uniformemente distribuída, e rotação desprezível. O canhão pode atirar um projétil sob um ângulo  $\alpha$  em relação ao horizonte e velocidade inicial  $v_0$ .

a) Se o projétil for lançado com velocidade igual à velocidade orbital na superfície da Terra, calcule a máxima altura atingida pela projétil acima da superfície da Terra. Calcule também a latitude  $\varphi$  medida em relação à linha do Equador ( $\varphi > 0$  no hemisfério norte e  $\varphi < 0$  no hemisfério sul) do ponto onde o projétil atinge a Terra novamente.

b) Considere agora um alvo  $P$  fixo em uma dada latitude  $\varphi_0$ . Sob que ângulo  $\alpha_0$  o projétil deve ser lançado para atingir o alvo com a menor velocidade possível?

c) Na situação em que a latitude  $\varphi_0 = 0$ , calcule a menor velocidade necessária para atingir o alvo  $P$ .

**Problema 13** - Uma moeda metálica circular cai verticalmente em uma região sujeita a um campo magnético uniforme  $B$  e ao campo gravitacional  $g$ . A moeda possui seu eixo de simetria paralelo à superfície da Terra. O campo magnético  $B$  também é paralelo à superfície da Terra, mas sua direção é perpendicular ao eixo da moeda. A moeda possui massa  $m$ , raio  $R$  e espessura  $d \ll R$ . Determine a aceleração de queda da moeda.

**Problema 14** - Considere o circuito LC mostrado na Figura 6. Inicialmente, as chaves  $S_1$  e  $S_2$  estavam abertas, os capacitores de capacitâncias  $C$  e  $2C$  estavam carregados com a mesma carga elétrica  $q_0$  e a corrente nos indutores de indutâncias  $L$  e  $2L$  era nula. O capacitor  $C$  começa a descarregar e no instante em que a carga neste capacitor atingiu metade do valor inicial as duas chaves foram simultaneamente fechadas. Encontre a máxima corrente  $I_{max}$  fluindo no indutor  $L$  depois do fechamento das chaves.

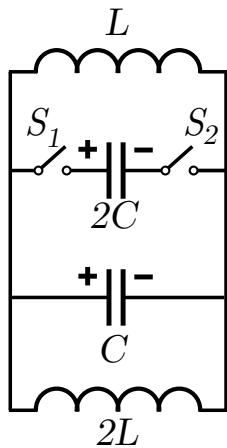


Figura 6: Problema 14

**Problema 15** - Uma partícula de massa  $m$  se move sem atrito sobre a superfície interna de uma casca esférica homogênea de massa  $M$  e raio  $R$ , cuja seção é mostrada na Figura 7. A esfera está livre para rolar sem deslizamentos ao longo de uma superfície horizontal. A partícula então sofre um pequeno deslocamento com relação à posição de equilíbrio. Calcule a frequência angular das pequenas oscilações da massa pontual.

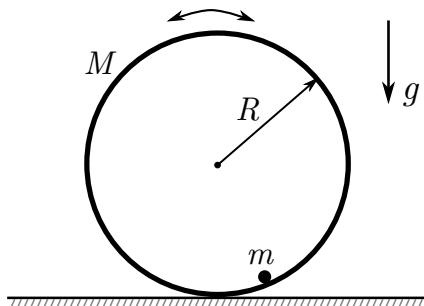


Figura 7: Problema 15

**Problema 16** - Um disco homogêneo de raio  $R$  e massa  $M$  rola sem deslizar ao longo de um plano inclinado que faz um

ângulo  $\theta$  com a vertical, como mostra a Figura 8. O disco é mantido em contato com o plano inclinado em todos os instantes. O disco é atraído por um ponto  $A$  localizado a uma distância vertical  $d$  acima da superfície. Assuma que a força de atração entre  $A$  e o centro do disco é proporcional à distância entre os dois:  $F = -kr$ , onde  $r$  é a distância do ponto  $A$  até o centro de massa do disco e  $k$  é uma constante positiva.

- Determine a posição de equilíbrio do disco em relação ao ponto  $B$ . Isto é, determine a distância entre o ponto  $B$  (que está localizado verticalmente abaixo do ponto  $A$ ) e o ponto de contato do disco com o plano.
- Suponha que o disco sofre um pequeno deslocamento a partir da posição inicial. Determine a frequência angular de pequenas oscilações em torno desse ponto de equilíbrio.

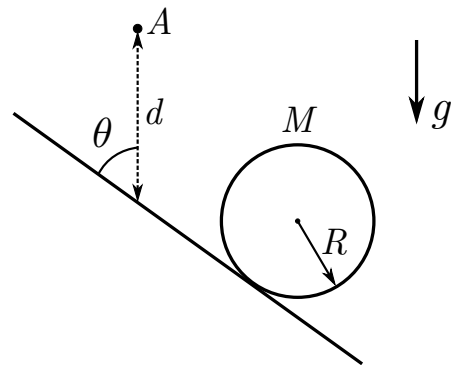


Figura 8: Problema 16

**Problema 17** - Você é um astronauta que está retornando para a Terra em um ônibus espacial depois de uma missão espacial bem sucedida. Você está muito distante da Terra e não há muita coisa para fazer em um ônibus espacial. Então você decide tentar ligar o rádio do ônibus em uma das suas estações de rádio favoritas na Terra. Você se lembra de que a frequência da sua rádio na Terra é de 100.3 MHz e então decide sintonizar o seu rádio exatamente nesta mesma frequência. Surpreendentemente, você escuta a sua rádio da mesma maneira que você a escuta na Terra! Com que velocidade você está se movendo? A Terra pode ser modelada como uma esfera estacionária de raio 6370 km e massa  $6 \cdot 10^{24}$  kg. A velocidade da luz vale  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s. Considere que a interação gravitacional entre fótons e a Terra pode ser tratada pela mecânica newtoniana habitual e a expressão  $E = mc^2$  deve ser usada para realizar a conversão entre energia e massa. Dica: esta velocidade não é tão alta assim.

**Problema 18** - Considere um próton (de massa de repouso  $M$ ) atingindo um outro próton, em repouso. Da colisão emergem dois prótons e também um pión, de massa de repouso  $m$ . Tal reação pode ser descrita como

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^0$$

Assuma que a interação elétrica entre estes prótons possa ser desconsiderada, uma vez que ela está predominantemente restrita a uma região pequena em torno da colisão. Qual a menor velocidade  $v_0$  que o próton incidente deve ter para que esta colisão seja possível? A velocidade da luz vale  $c$ .

**Problema 19** - Considere uma mola feita de material supercondutor (resistência elétrica muito próxima de zero) contendo  $N$  voltas, raio  $R$ , comprimento natural  $x_0$  e constante elástica  $k$ , como mostra a Figura 9. De alguma maneira, faz-se passar pela mola uma corrente elétrica  $I_0$ . Calcule a variação de comprimento da mola no novo estado de equilíbrio.

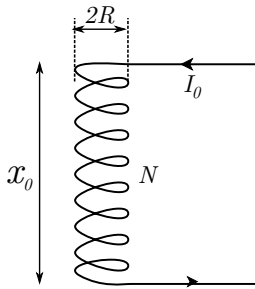


Figura 9: Problema 19

**Problema 20** - Um asteróide, vindo do infinito com velocidade  $v$ , se aproxima de uma estrela perfeitamente esférica de massa  $M$  e depois de ser desviado continua a se mover em direção ao infinito. Quando o asteróide está infinitamente longe do planeta o seu parâmetro de impacto é  $b$  e depois de passar pela estrela seu parâmetro de impacto é  $b'$  (qual a relação entre eles?), como mostrado na Figura 10. Encontre uma expressão para o ângulo de desvio  $\phi$  mostrado na figura. A constante gravitacional vale  $g$ .

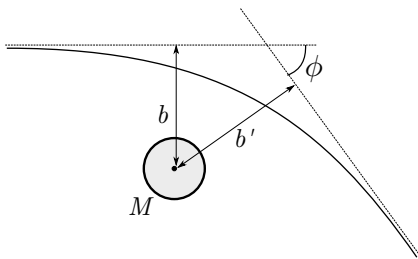


Figura 10: Problema 20

**Problema 21** - Uma espira quadrada de lado  $a$  está sendo percorrida por uma corrente elétrica constante  $i_1$  e está a uma distância  $d$  de um fio retilíneo e infinito que carrega uma corrente  $i_2$ . O fio divide o plano em dois semi-planos infinitos  $z > 0$  (denominado de  $\Gamma$ ) e  $z < 0$ , como mostra a Figura 11. Sendo  $\mu_0$  a permissividade magnética do vácuo, calcule o fluxo do campo magnético gerado pela espira sobre a região semi-infinita  $\Gamma$ .

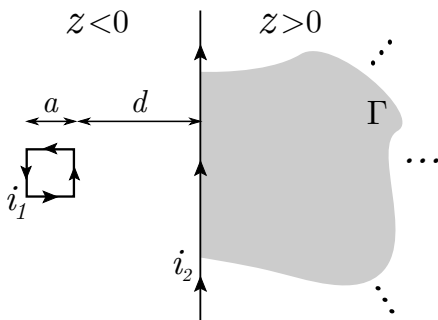


Figura 11: Problema 21

**Problema 22** - Uma pequena esfera de massa  $m$  e raio  $r$  colide na extremidade  $B$  de uma longa barra homogênea de massa  $M = 4m$  e comprimento  $b = 9a$ , como mostrado na Figura 12. Considere que a colisão é elástica, que o coeficiente de atrito entre a esfera e a barra vale  $\mu = 0,6$  e que o ângulo entre a velocidade inicial  $v_0$  da esfera e o eixo da barra é  $\alpha$ . Determine a tração  $T$  na corda (de comprimento  $a$ ) que segura a barra no instante logo após a colisão com a esfera. Escreva sua resposta em função de  $m, v_0, a, \alpha$  e da gravidade local  $g$ .

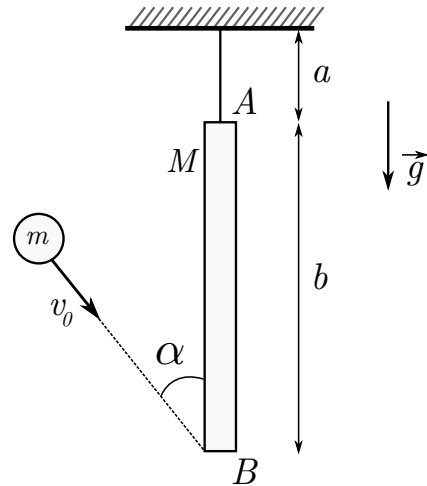


Figura 12: Problema 22

**Problema 23** - Um jato de água atinge obliquamente com velocidade  $v$  uma calha horizontal com área de seção semi-circular, como mostra a Figura 13. O jato está em um plano vertical que contém o centro da calha e faz um ângulo  $\alpha$  com a vertical. Ao atingir a calha, a água se divide em duas correntes em sentidos opostos, como mostra a figura. Calcule a velocidade da água em cada uma das correntezas e a razão entre as quantidades de água entrando em cada um dos baldes colocados nas laterais da calha.

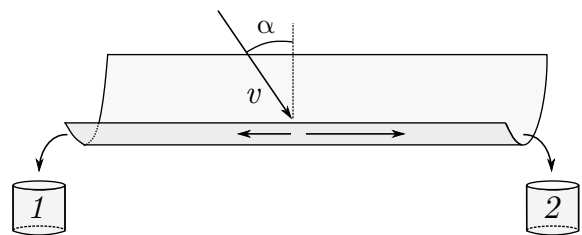


Figura 13: Problema 23

**Problema 24** - Um acelerador produz prótons com energia cinética  $K$ . Um fino feixe de prótons é apontado para uma esfera metálica inicialmente aterrada) de raio  $R$ , como mostra a Figura 14. A esfera (que se mantém fixa durante todo o processo) está a uma distância muito grande do acelerador. A distância entre a trajetória inicial do feixe de prótons e o centro da esfera é igual a  $d$ , como mostra a figura ao lado. Assumindo que o acelerador se mantém funcionando durante todo o processo, calcule o potencial elétrico final da esfera. Considere  $q$  a carga do próton e ignore todos os efeitos relativísticos.

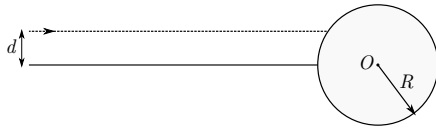


Figura 14: Problema 24

**Problema 25** - Uma barra  $AB$  orientada paralelamente ao eixo  $x'$  do referencial  $S'$  se move neste referencial com velocidade  $u$  ao longo do eixo  $y'$ . Por sua vez, o referencial  $S'$  se move com velocidade  $v$  em relação ao referencial  $S$ , como mostra a Figura 15. Encontre o ângulo  $\theta$  entre a barra e o eixo  $x$  no referencial  $S$ .

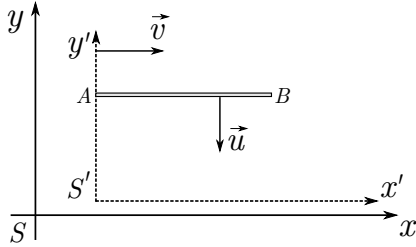


Figura 15: Problema 25

**Problema 26** - Um recipiente termicamente isolado é dividido em três partes iguais ( $A$ ,  $B$  e  $C$ ) por duas paredes, como mostra a Figura 16. Inicialmente as três partes contêm gás ideal monoatômico na mesma pressão  $P_0$ , volume  $V_0$  e temperatura  $T_0$ . A parede entre os recipientes  $A$  e  $B$  é isolante térmico e pode mover-se livremente, enquanto a parede entre os recipientes  $B$  e  $C$  está fixa mas pode conduzir calor muito bem. O gás na parte  $C$  é comprimido lentamente com um pistão isolante térmico. Qual será a pressão e temperatura do gás no recipiente  $C$  quando o volume do gás no recipiente  $A$  for  $9/10$  do valor original?

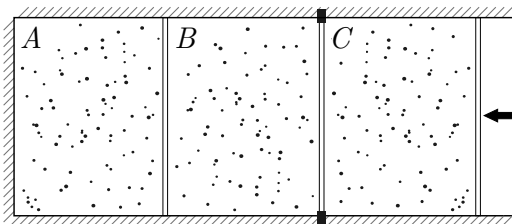


Figura 16: Problema 26

**Problema 27** - Uma barra de raio desprezível está fixada na horizontal. Duas massas pontuais,  $m$  e  $M$ , estão presas às duas extremidades de uma corda de comprimento  $2L$  que é então colocada sobre a barra de modo que a massa  $M$  está pendurada por um comprimento  $L$  logo abaixo da barra enquanto a massa  $m$  está em repouso na mesma altura que a barra, a uma distância  $L$  da mesma, como mostra a Figura 17. Quando os corpos são liberados a partir do repouso a corda começa a deslizar, mas depois de a massa  $M$  ter caído uma altura  $D < L$  o deslizamento cessa. Assuma que a corda e a barra são feitas de um material especial de modo que o coeficiente de atrito dinâmico entre as duas é desprezível, enquanto o de atrito estático é muito grande. Assuma também que a massa  $m$  não se choca com a corda vertical que segura

o outro corpo. Qual a menor razão  $M/m$  necessária para que a corda permaneça tracionada durante todo o movimento?

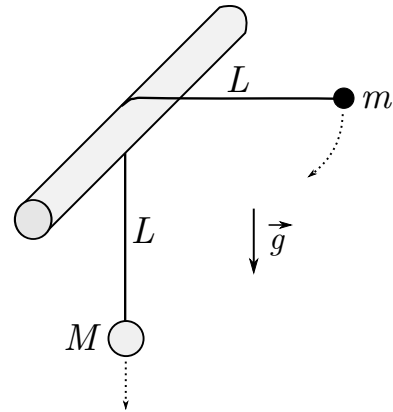


Figura 17: Problema 27

**Problema 28** - Quando ondas senoidais se propagam em uma malha  $LC$  infinita como a mostrada na Figura 18, a diferença de fase entre a voltagem de corrente alternada (AC) em dois capacitores sucessivos vale  $\phi$ .

- Determine como  $\phi$  depende de  $\omega$ ,  $L$  e  $C$  ( $\omega$  é a frequência angular da onda senoidal).
- Determine a velocidade de propagação das ondas se o comprimento de cada unidade vale  $l$ .
- Determine sob quais condições a velocidade de propagação das ondas é quase independente de  $\omega$ . Calcule a velocidade neste caso.
- Sugira um sistema mecânico simples que é análogo a esse circuito e determine equações que sustentem o seu modelo.

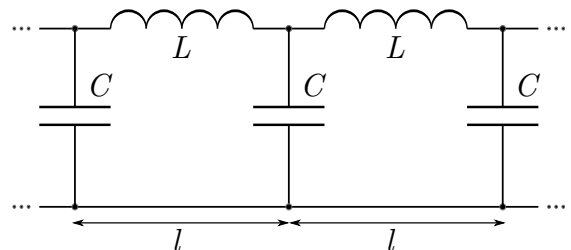


Figura 18: Problema 28

**Problema 29** - Uma corda flexível de comprimento  $3L$  e massa  $m$  repousa sobre uma polia sem atrito de modo que o comprimento das partes verticais da corda em cada lado da polia vale  $L$ . Depois de uma leve perturbação a corda passa a deslizar para a direita. Qual é a força exercida pela corrente sobre a polia no instante que o comprimento da parte vertical da corda à direita da polia vale  $3L/2$ ?

**Problema 30** - Considere uma placa metálica quadrada de lados  $a$  e espessura  $t \ll a$  feita de um material de resistividade  $\rho$ . Uma corrente elétrica  $I$  entra na placa pela extremidade  $A$  e deixa a placa pela extremidade  $B$ , como mostra a Figura 19. Encontre a leitura do voltímetro conectado às extremidades  $C$  e  $D$ .

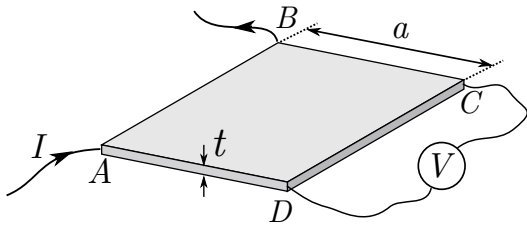


Figura 19: Problema 30

**Problema 31** - Um ímã é construído ao enrolarmos uma bobina com  $N$  voltas e resistência  $R$  firmemente em um núcleo de ferro no formato de um toróide de raio médio  $b$  e área de secção circular de raio  $a \ll b$ . Do toróide foi retirado uma pequena parcela de espessura  $d$  ( $d \ll b$ ), formando uma pequena fenda de vácuo, como mostra a Figura 20. Assuma que a permeabilidade magnética  $\mu$  do ferro permaneça constante e muito grande. Um anel isolante e uniforme de massa  $m$ , carga  $q$  e raio  $r < a$  é colocado dentro da fenda. Inicialmente a bobina estava no estado estacionário e o anel estava em repouso. A chave  $S$  é então trocada de posição no instante  $t = 0$  e a f.e.m  $V$  é desconectada. Determine a aceleração angular do anel em função do tempo  $t$ . Despreze o campo magnético gerado pelo anel, assim como perdas de energia por radiação.

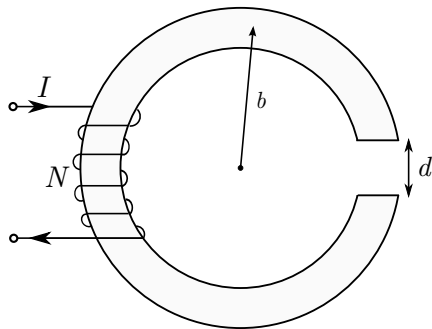


Figura 20: Problema 31

**Problema 32** - Um satélite de massa  $m$  se encontra em uma órbita circular de raio  $r_0$  em torno de um planeta perfeitamente esférico de raio  $R$ . Um asteroide de mesma massa  $m$  se aproxima radialmente do planeta vindo do infinito, onde tinha velocidade nula. O asteroide colide inelásticamente com o satélite e ambos passam a se mover juntos (massa  $2m$ ) em uma nova órbita que tangencia o planeta.

- Em função do raio  $R$  do planeta, qual era o raio  $r_0$  da órbita original do satélite?
- A órbita do sistema após a colisão será elíptica, parabólica ou hiperbólica?
- Calcule a excentricidade da órbita traçada pelo conjunto depois da colisão.
- Calcule o ângulo varrido pelo vetor posição do sistema de massa  $2m$  entre o momento imediatamente após a colisão e o momento que os dois tangenciam o planeta.

**Problema 33** - Uma placa retangular supercondutora possui massa  $m$  e quatro orifícios circulares idênticos, cada um

próximo a uma das extremidades. Cada orifício é atravessado por um certo fluxo magnético (todos os quatro fluxos são iguais e de mesma polaridade). A placa é colocada em uma superfície horizontal que também está em um estado supercondutor, como mostra a Figura 21. A repulsão magnética entre a placa e a superfície compensa o peso da placa quando a espessura da camada de ar em baixo da placa vale  $d$ , que é muito menor que a distância entre as bordas da placa e dos orifícios (denotada na figura por  $\Delta$ ). A espessura  $d$  também é muito menor que o raio dos orifícios. Quando a placa levita desta maneira, uma pequena perturbação faz com que a placa oscile verticalmente com frequência  $f_0$ . Em seguida, um bloco de massa  $M$  é colocado em cima da placa, de modo que o sistema placa + bloco levita acima da superfície. Qual a nova frequência  $f$  de pequenas oscilações verticais (quando o bloco e a placa oscilam junto)?

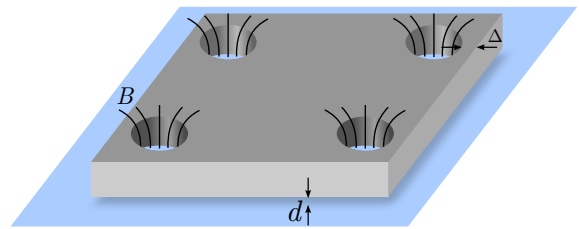


Figura 21: Problema 33

**Problema 34** - Um conjunto de  $N$  pontos no espaço é conectado por uma coleção de resistores, todos com o mesmo valor  $R$ . A rede de resistores é arbitrária (e não necessariamente plana), exceto pela única restrição de que toda a rede está conectada (isto é, é possível viajar entre quaisquer dois pontos da rede passando por uma sequência de resistores). Dois pontos da podem ser conectados por múltiplos resistores, de modo que o número de resistores emanando de um dado ponto pode ser qualquer número inteiro maior ou igual a 1. A figura 22 mostra algumas redes possíveis, onde cada conexão representa um resistor.

Considere um resistor em particular. A rede produz uma resistência equivalente entre os dois pontos nas extremidades deste resistor. Qual é a soma das resistências equivalentes ao longo de todos os resistores da rede? *Sugestão: calcule esta soma para as redes mostradas na figura e tente encontrar uma possível conjectura para o caso geral. Prove esta conjectura. Lembre-se de que a soma é feita ao longo dos resistores, e não de pares de pontos, de modo que dois resistores com extremidades nos mesmos pontos são contados uma vez cada.*

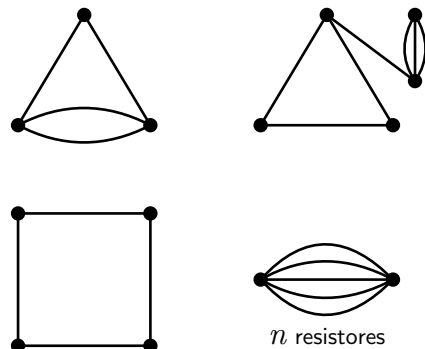


Figura 22: Problema 34

**Problema 35** - Considere duas partículas que se movem com velocidade de módulo constante  $v$ . A partícula 1 move-se ao longo do eixo  $y$ , partindo, em  $t = 0$ , de um ponto de coordenadas  $(0, b)$ . A partícula 2 parte de um ponto localizado no eixo  $x$ , de coordenadas  $(a, 0)$ . O movimento da partícula 2 tem uma peculiaridade: para todo instante de tempo  $t \geq 0$ , esta partícula cuida de apontar seu vetor velocidade em direção à partícula 1, dando a impressão de que está perseguindo a partícula 1. Qual a trajetória descrita pela partícula 2 (isto é, qual a função  $y(x)$  que define a trajetória da partícula 2)? Considere que  $a > 0$  e  $b > 0$ .

**Problema 36** - Uma amostra contendo gás hélio sofre uma transformação cujo gráfico é um segmento de reta no diagrama pressão-volume. Durante o processo o calor total transferido para o gás é igual ao calor necessário para dobrar a temperatura absoluta do gás mantendo o volume constante. Determine a máxima razão pelo qual o volume do gás pode aumentar. Quando falamos calor total, nos referimos à soma do calor absorvido (+) com o calor cedido (-).

**Problema 37** - Em uma das extremidades de um trilho horizontal onde pode se mover uma barra de massa  $m$ , comprimento  $L$  e resistência  $R$  foi conectado um capacitor de capacitância  $C$  carregado a uma diferença de potencial  $V_0$ . A autoindutância do sistema é desprezível. O sistema é mergulhado em um campo magnético uniforme e vertical  $\vec{B}$ , como mostra a Figura 23. Sabendo que o objetivo do sistema é transferir a maior parcela de energia do capacitor para a barra:

- a) Determine a velocidade máxima atingida pela barra.
- b) O valor máximo da eficiência dessa "arma eletromagnética".

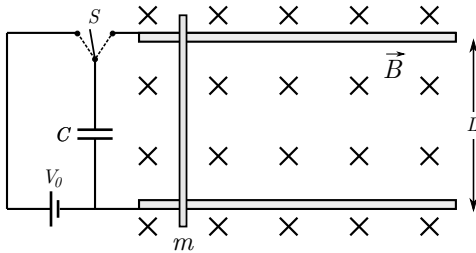


Figura 23: Problema 37

**Problema 38** - De acordo com o postulado de Bohr-Sommerfeld (Quantização da Ação) para o movimento periódico de uma partícula sob a influência de uma energia potencial, uma partícula cujo momento generalizado é  $p$  e sua coordenada generalizada é  $q$  deve seguir a seguinte regra de quantização:

$$\oint pdq = nh$$

onde  $n$  é um número natural e  $h$  é a constante de Planck. Utilizando essa regra, determine os valores permitidos da energia de uma partícula de massa  $m$  sob a influência dos seguintes tipos de potencial:

- a) Um poço de potencial unidimensional de largura  $L$  (onde  $V = 0$ ) e paredes infinitamente altas ( $V = \infty$ ).
- b) Ao longo de uma circunferência de raio  $r$  e potencial nulo.

- c) Um potencial unidimensional  $U(x) = kx^2/2$ , onde  $k$  é uma constante positiva
- d) Ao longo de uma órbita circular sujeita a um campo central onde a energia potencial da partícula varia com a distância radial de acordo com  $U(r) = -k/r$ , onde  $k$  é uma constante positiva.

**Problema 39** - Os vértices de um tetraedro formam o circuito RLC mostrado na Figura 24. Duas arestas opostas são resistores  $R$ , duas arestas opostas são capacitores  $C$  e duas arestas opostas são indutores  $L$ . Uma tensão alternada com amplitude  $V_0$  é conectada ao circuito nas extremidades de um dos resistores. Se a frequência é da forma  $\omega = 1/\sqrt{LC}$  e as resistências satisfazem  $R = \sqrt{L/C}$ , encontre a corrente total sobre o circuito em função do tempo.

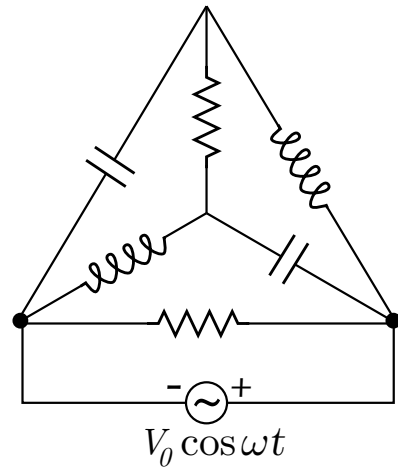


Figura 24: Problema 39

**Problema 40** - Um plano divide o espaço em duas metades. Uma das metades está preenchida com um meio condutor homogêneo, enquanto no outro lado um grupo de físicos realiza um experimento. Eles marcam no plano as arestas de um quadrado  $ABCD$  de lado  $a$  e conectam eletrodos aos vértices  $A$  e  $B$ , de modo que a corrente medida nos fios é  $I_0$ . Simultaneamente, eles medem a diferença de potencial  $V$  entre os dois outros vértices, como mostra a Figura 25. Qual a resistividade elétrica  $\rho$  do material homogêneo?

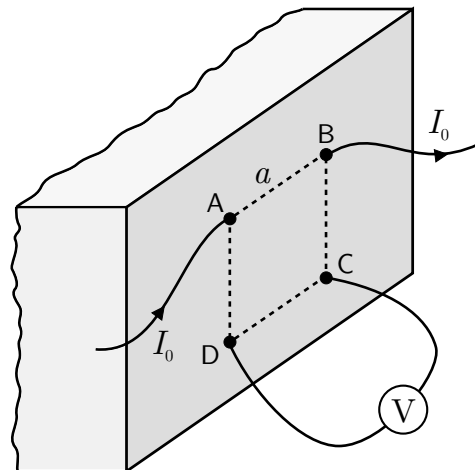


Figura 25: Problema 40

**Problema 41** - Uma casca cilíndrica de massa  $M$  e raio  $R$  está em repouso em um plano horizontal. No interior deste cilindro, existe um disco sólido de massa  $m$  e raio  $r$ . Inicialmente, o centro do disco está a uma distância  $l$  do centro do cilindro, movendo-se com velocidade  $v\hat{y}$ , como mostra a Figura 26. Todas as colisões são elásticas e os atritos podem ser desprezados. Se inicialmente a distância  $l$  vale  $l = (R - r)/2$ , quais serão as velocidades do disco ( $\vec{u}_n$ ) e do cilindro ( $\vec{V}_n$ ), nas componentes  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$ , imediatamente após a  $n$ -ésima colisão?

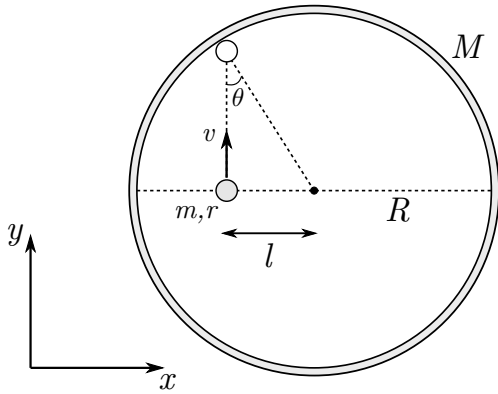


Figura 26: Problema 41

**Problema 42** - Três massas pontuais,  $m$ ,  $2m$  e  $3m$ , estão inicialmente fixas a um ponto central  $O$  por meio de três barras de massa desprezível e mesmo comprimento  $L$ . No ponto  $O$  (que não está fixo ao solo) existe um conector que permite rotação livre das barras com relação às outras (de modo que o ângulo entre as barras irá mudar). Inicialmente o ângulo entre as barras era de  $120^\circ$  e o sistema estava em repouso, com todas as massas e barras no mesmo plano. A massa mais pesada ( $3m$ ) é atingida, recebendo uma velocidade inicial  $v_0$  perpendicular à barra que a liga ao conector  $O$ , como mostra a Figura 27. Qual é a aceleração de cada massa pontual imediatamente depois de a massa  $3m$  ser atingida? Desconsidere a presença de campos gravitacionais e de eventuais atritos.

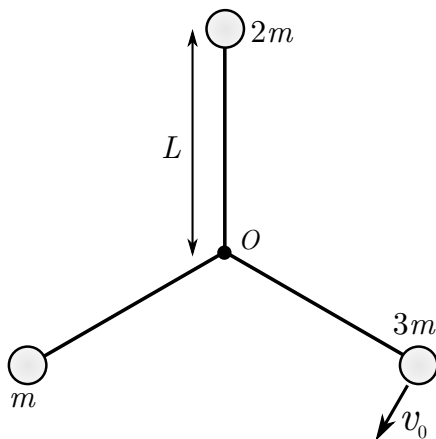


Figura 27: Problema 42

**Problema 43** - Uma partícula carregada entra perpendicularmente em uma região do plano onde existe uma força de atrito proporcional à sua velocidade. Ela viaja por uma distância  $d$  do ponto de entrada até entrar em repouso. Se um campo

magnético de magnitude desconhecida, mas com direção perpendicular ao plano onde ocorre o movimento da partícula, é aplicado nesta região, a partícula entra em repouso a uma distância de  $3d/5$  do ponto de entrada (esta distância de  $3d/5$  é o tamanho do vetor deslocamento, não a distância percorrida). Quão longe do ponto de entrada a partícula entrará em repouso se o campo magnético for dobrado? A velocidade inicial da partícula possui o mesmo valor em todas as situações.

**Problema 44** - Dois espelhos planos formam entre si um ângulo muito próximo de  $180^\circ$  (de modo que o ângulo  $\alpha$  mostrado na Figura 28 é muito pequeno). Uma fonte pontual de luz  $S$  é colocada a uma mesma distância  $b$  dos dois espelhos. Por conta do tampão  $C$ , apenas a luz refletida pelos espelhos atinge a tela à direita, localizada a uma distância  $a$  do ponto  $O$  de interseção entre os espelhos. O comprimento de onda utilizado vale  $\lambda$ . Calcule a distância entre duas franjas de interferência consecutivas observadas na tela.

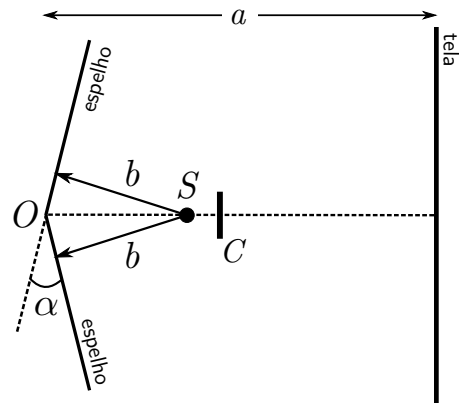


Figura 28: Problema 44

**Problema 45** - Um conjunto de  $n$  partículas de mesma massa  $m$  estão em repouso nos vértices de um polígono de  $n$  lados, como mostra a Figura 29 para o caso em que  $n = 6$ . As únicas forças internas são de natureza gravitacional. Sendo  $G$  a constante gravitacional e  $R$  o raio da circunferência que passa pelos vértices do polígono, quanto tempo as partículas levarão até colidirem?

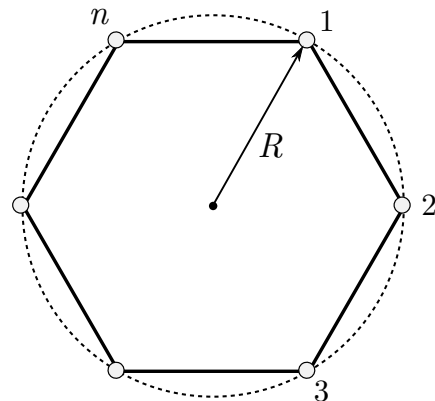


Figura 29: Problema 45

**Problema 46** - Uma máquina térmica passa por um ciclo termodinâmico que possui um diagrama no formato de uma

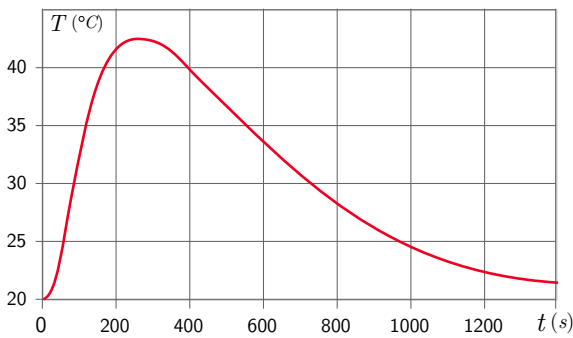


elipse com eixos paralelos aos eixos coordenados. Encontre um limite superior para a eficiência térmica destes ciclos quando o diagrama elíptico aparece no:

- a) plano Temperatura (T) - Entropia (S);
- b) plano Pressão (P) - Volume (V);

**Problema 47** - Considere uma placa circular de cobre com espessura uniforme muito menor do que seu diâmetro  $d$ . Um dispositivo eletrônico é fixado na placa, assim como um sensor de temperatura colocado a uma certa distância do dispositivo. Assuma que o fluxo de calor (potência por unidade de área) que a placa emite para o ar que a cerca é proporcional à diferença de temperatura entre a placa e o ambiente (o coeficiente de proporcionalidade é uniforme em todos os pontos da placa e não é influenciado pela presença do dispositivo eletrônico).

- a) O dispositivo eletrônico esteve dissipando energia com uma potência constante  $P = 35 \text{ W}$  por um longo período de tempo, onde observou-se que a temperatura da placa estabilizou-se num valor  $T_0 = 49^\circ\text{C}$ . O dispositivo é então desligado, e a placa começa a esfriar. Observou-se que levou  $\tau = 10 \text{ s}$  para a placa atingir uma temperatura  $T_1 = 48^\circ\text{C}$ . Determine a capacidade térmica (em  $J/^\circ\text{C}$ ) da placa. As capacidades térmicas do dispositivo eletrônico e do sensor de temperatura podem ser desprezadas.
- b) Agora, o componente eletrônico foi mantido desligado por um longo tempo. No instante  $t = 0$ , uma certa quantidade de calor  $Q$  foi dissipada no dispositivo por um intervalo de tempo muito curto. Na Figura 30 e na tabela abaixo, a temperatura da placa medida pelo sensor é dada em função do tempo. Calcule, com uma boa precisão, a quantidade de calor dissipado  $Q$ .



$t \text{ (s)}$	0	20	30	100	200	300
$T \text{ (}^\circ\text{C)}$	20.0	20.0	20.4	32.9	41.6	42.2
$t \text{ (s)}$	400	600	800	1000	1200	1400
$T \text{ (}^\circ\text{C)}$	39.9	33.4	27.9	24.4	22.3	21.2

Figura 30: Problema 47

**Problema 48** - Duas barras cilíndricas horizontais estão fixas, uma acima da outra. A distância entre os eixos das barras é  $4d$ , onde  $d$  é o diâmetro de cada barra. Entre as barras, uma terceira barra cilíndrica de mesmo diâmetro  $d$  é colocada como mostra a Figura 31 (que mostra uma visão “em corte” do sistema). O coeficiente de atrito estático entre a barra do

meio e as barras horizontais é  $\mu = 1/2$ . Se a barra do meio for grande o suficiente, ela permanecerá em repouso na posição ilustrada na figura. Qual é o mínimo comprimento  $L$  da barra para que ela permaneça em repouso?

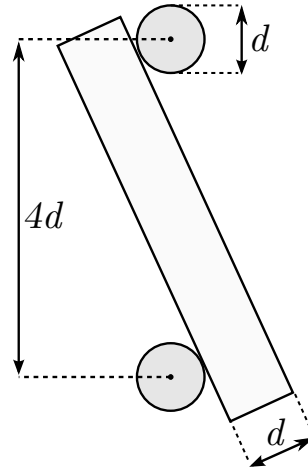


Figura 31: Problema 48

**Problema 49** - Um disco metálico de raio  $a$  é montado com seu eixo sob uma barra condutora que gira com velocidade angular  $\omega$  dentro de um longo solenoide (indutância  $L$ , comprimento  $d$  e  $N$  voltas) com suas duas extremidades ligadas ao disco por meio de conectores, como mostra a Figura 32. A resistência total do circuito é  $R$ , a corrente inicial neste era  $I_0$  e o sistema está mergulhado no vácuo, onde a permissividade magnética vale  $\mu_0$ .

- a) Qual é o menor valor da velocidade angular  $\omega$  que permite que a corrente no circuito não diminua com o tempo?
- b) Nas condições de uma corrente crescente, qual torque  $\vec{\tau}$  deve ser aplicado ao disco num instante  $t$  de modo a mantê-lo girando com velocidade angular  $\omega$  constante?

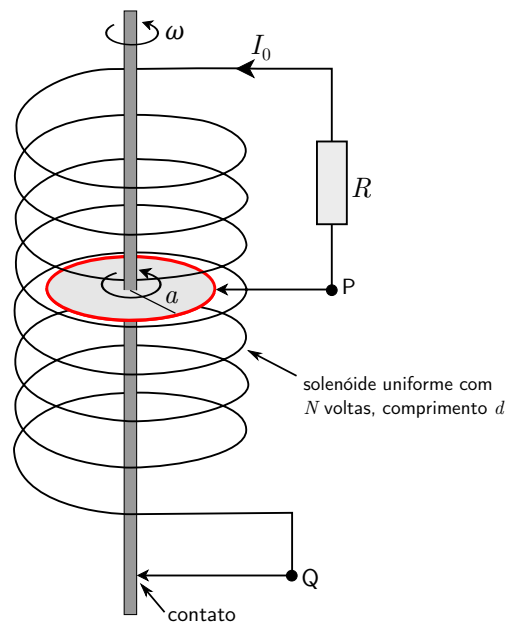


Figura 32: Problema 49

**Problema 50** - Três pontos não-colineares  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , com massas  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ , interagem entre si exclusivamente através de forças gravitacionais mútuas. As três partículas estão isoladas no espaço e não interagem com outros objetos. Seja  $\sigma$  o eixo que passa pelo centro de massa do sistema e é perpendicular ao triângulo  $\triangle P_1P_2P_3$ . Que condições a velocidade angular do sistema  $\omega$  (em torno de  $\sigma$ ) e as distâncias  $P_1P_2 = a_{12}$ ,  $P_2P_3 = a_{23}$  e  $P_1P_3 = a_{13}$  devem satisfazer para que o formato e tamanho do  $\triangle P_1P_2P_3$  permaneça inalterado durante o movimento, isto é, sob quais condições o sistema rotaciona em torno de  $\sigma$  como um corpo rígido?

## 2 Respostas

1.  $v_{min} = \sqrt{g(a+b+c)}$
2. a)  $n = 8$ ;  
b)  $t \approx \sqrt{\frac{r_0^3}{10Gm}}$ ;  
c)  $t_{r \rightarrow 0} = \pi \sqrt{\frac{r_0^3}{8Gm}}$ ;  
d)  $W = \frac{3mRT_0}{\mu} \ln \frac{r_0}{r_3}$ ;  
e)  $T(r) = T_0 (r_3/r)^{3\gamma-3}$ ;  
f)  $T_4 \approx T_0 \left( \frac{\mu m G}{RT_0 r_3} \right)^{\frac{3\gamma-3}{3\gamma-4}}$  e  $r_4 \approx r_3 \left( \frac{RT_0 r_3}{\mu m G} \right)^{\frac{1}{3\gamma-4}}$
3.  $d \geq \left( \frac{m}{2\pi\epsilon_0 B^2} \right)^{1/3}$
4. a)  $a = g/8$ ;  
b)  $N = 15mg/4$
5. A curva que engloba os jatos é um tronco de cone cujo eixo coincide com o eixo do recipiente, possui altura  $H$  e raios  $R$  e  $R+H$ , onde  $R$  é o raio do recipiente.
6.  $v_{min} = \sqrt{\frac{9Rg}{2}}$
7.  $F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 L^2} \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} \right)$
8. Os dois ratinhos atingem as extremidades opostas simultaneamente depois de um tempo  $t = \frac{L}{v} (e^{v/u} - 1)$
9. a)  $C = 4R$ ;  
b)  $\omega = \sqrt{\frac{8\gamma}{\rho h r^2}}$
10.  $t = \frac{RC}{3} \ln 4$
11.  $t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L \sin \alpha}{g}}$
12. a)  $H = R \sin \alpha$  e  $\varphi = 2\alpha - \pi/2$ ;  
b)  $\alpha_0 = \frac{\pi}{8} + \frac{\varphi_0}{4}$ ;  
c)  $v_{min} = v_0 \sqrt{\sqrt{2} - 1}$
13.  $a = g \left( \frac{m}{m+B^2 d \epsilon_0 \pi R^2} \right)$
14.  $I_{max} = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}$
15.  $\Omega = \sqrt{\left( \frac{5M+3m}{5M} \right) \frac{g}{R}}$
16. a)  $x_0 = \frac{Mg}{k} \cos \theta - d \cos \theta$ ;  
b)  $\Omega = \sqrt{\frac{2k}{3M}}$
17.  $v = 0.2094 \text{ m/s}$
18.  $v_0 \geq c \sqrt{1 - \frac{1}{(1+m^2/2M^2+2m/M)^2}}$
19.  $\Delta x = \frac{\mu_0 \pi I_0^2 N^2 R^2}{2kx_0^2}$
20.  $\phi = \arctan\left(\frac{2GMv^2 b}{v^4 b^2 - G^2 M^2}\right)$
21.  $\phi = \frac{\mu_0 i_1 a}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right)$
22.  $T = \frac{83mv_0^2 \sin^2 \alpha}{18a}$
23.  $v_1 = v_2 = v$  e  $\phi_2/\phi_1 = \cot^2(\alpha/2)$
24.  $V = \left(1 - \frac{d^2}{R^2}\right) \frac{K}{q}$
25.  $\tan \theta = \frac{uv}{c^2 \sqrt{1-v^2/c^2}}$
26. -
27.  $\frac{M}{m} > \frac{3}{2} \left( \frac{L}{D} - 1 \right)$
28. a)  $\phi = 2 \arcsin(\omega \sqrt{LC}/2)$ ;  
b)  $v = \omega l/\phi$ ;  
c)  $\phi \ll 1$  quando  $v_0 = 1/\sqrt{LC}$ ;  
d) Cadeia infinita de massas conectadas por molas.
29.  $R_x = \frac{2}{9\pi} mg$  ( $\leftarrow$ ) e  $R_y = \frac{7}{9} mg$  ( $\downarrow$ )
30.  $V = \frac{I\rho \ln 2}{\pi t}$  (pesquise sobre o Teorema de Van der Pauw)
31.  $\alpha(t) = \frac{qV}{\pi a^2 m N} e^{-Rt/L}$ , onde  $L = \frac{\mu_0 \mu N^2 \pi a^2}{2\pi b \mu_0 + \mu d}$  é a auto-indutância da bobina
32. a)  $r_0 = (4 + \sqrt{11})R$ ;  
b) Elíptica;  
c)  $\epsilon = \sqrt{11}/4$ ;  
d)  $\phi = \arccos\left(-\frac{3\sqrt{11}}{11}\right) \approx 154.76^\circ$
33.  $f = f_0 \left( \frac{M+m}{m} \right)^{1/4}$
34.  $(N-1)R$ , onde  $N$  é o número de pontos da rede
35.  $y(x) = \left( \frac{\sqrt{a^2+b^2}+b}{2} \right) \ln\left(\frac{a}{x}\right) - \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \frac{\sqrt{a^2+b^2}-b}{4}$
36.  $\frac{V}{V_0} \leq 7$
37. a)  $v_{max} = \frac{BLCV_0}{m+B^2L^2C}$ ;  
b)  $\eta \leq 25\%$
38. a)  $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ ;  
b)  $E_n = \frac{n^2 h^2}{8\pi^2 m r^2}$ ;  
c)  $E_n = \sqrt{\frac{k}{m} \frac{nh}{2\pi}}$ ;  
d)  $E_n = -\frac{2\pi^2 m k^2}{n^2 h^2}$
39.  $I(t) = \frac{2V_0}{R} \cos \omega t$
40.  $\rho = \frac{(2+\sqrt{2})\pi a V}{I_0}$
41.  $\vec{u}_n = v \left[ \left( \frac{(-1)^{n+1} M}{M+m} \sin\left(\frac{n\pi}{3}\right) \right) \hat{x} + \left( \frac{m+(-1)^n M \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)}{M+m} \right) \hat{y} \right]$  e  
 $\vec{V}_n = v \left[ \left( \frac{(-1)^n m}{M+m} \sin\left(\frac{n\pi}{3}\right) \right) \hat{x} + \left( \frac{m+(-1)^{n+1} m \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)}{M+m} \right) \hat{y} \right]$

42.  $a_1 = \frac{6v_0^2}{11L}$ ,  $a_2 = \frac{3v_0^2}{11L}$  e  $a_3 = \frac{2v_0^2}{11L}$ , cada vetor aceleração inicialmente ao longo das respectivas barras em direção ao ponto  $O$ .
43.  $d' = \frac{3}{\sqrt{73}}d$
44.  $d = \frac{\lambda(a+b)}{2b\alpha}$
45.  $t = \pi\sqrt{\frac{R^3}{8GM_n}}$ , onde  $M_n = \frac{m}{4} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sin(\pi k/n)}$
46. a) -  
b) -
47. a)  $C \approx \frac{P\tau}{T_0 - T_1} = 350 \text{ J/}^\circ\text{C}$ ;  
b)  $Q = 43 \cdot (1 \pm 15\%) \text{ kJ}$
48.  $L_{min} = \frac{23+4\sqrt{3}}{2}d$
49. a)  $\omega \geq \frac{2Rd}{\mu_0 N a^2}$ ;  
b)  $\tau = \frac{\mu_0 N a^2 I_0^2}{2d} e^{2\gamma t}$  ( $\uparrow$ ), onde  $\gamma = \frac{\mu_0 N \omega a^2}{2Ld} - \frac{R}{L}$
50. Condição 1:  $a_{12} = a_{13} = a_{23} = a$  (Triângulo equilátero) e  
Condição 2:  $\omega = \sqrt{G(m_1 + m_2 + m_3)/a^3} = \text{constante}$