



**SIMULADO NOIC 02 – PROVA TEÓRICA**  
**SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA**  
**XIII IOAA E XI OLAA DE 2019**

Nome:

Nota:

---

**PROVA TEÓRICA**

**Instruções**

- A prova é individual e sem consultas;
- Suas soluções podem ser feitas a lápis;
- A prova tem duração total de **4 horas e 30 minutos**;
- É permitido o uso de calculadora científica, não programável, para auxiliar nos cálculos das questões;
- Essa prova é composta por 14 questões, divididas em 3 categorias:
  - Questões curtas – 8 Questões de 1 ponto cada;
  - Questões médias – 4 Questões de 4 pontos cada;
  - Questões longas – 2 Questões de 6 pontos cada.

Boa sorte!



## Tabela de Constantes

<b>O Sol</b>	
Massa	$M_{\odot} = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Raio	$R_{\odot} = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$
Luminosidade	$L_{\odot} = 3,83 \times 10^{26} \text{ W}$
Magnitude absoluta visual	$M_{V_{\odot}} = 4,82$
Magnitude aparente visual	$m_{\odot} = -26,72$
Temperatura Superficial	$T_{\odot} = 5778 \text{ K}$
Velocidade orbital na Galáxia	$v_{\odot} = 220 \text{ km s}^{-1}$
Distância até o centro galáctico	$d_{\odot_{GC}} = 8,5 \text{ kpc}$
<b>A Terra</b>	
Massa	$M_{\oplus} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
Raio	$R_{\oplus} = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$
Aceleração da gravidade na superfície	$g_{\oplus} = 9,81 \text{ m/s}^2$
Albedo	$\alpha_{\oplus} = 0,39$
Obliquidade da Eclíptica	$\epsilon = 23^{\circ}27'$
Duração do Ano Tropical	365,2422 <i>dias solares médios</i>
Duração do Ano Sideral	365,2564 <i>dias solares médios</i>
<b>A Lua</b>	
Massa	$M_L = 7,44 \times 10^{22} \text{ kg}$
Raio	$R_L = 1,74 \times 10^6 \text{ m}$
Distância Terra-Lua	$d_L = 3,78 \times 10^8 \text{ m}$
Período sinódico	$P_{SL} = 29,5306 \text{ dias}$
Albedo	$\alpha_L = 0,14$
Inclinação orbital em relação à Eclíptica	$\epsilon_L = 5,14^{\circ}$
<b>Constantes físicas</b>	
1 Unidade Astronômica (U.A.)	$1,496 \times 10^{11} \text{ m}$
1 Parsec (pc)	$3,0856 \times 10^{16} \text{ m}$
Constante gravitacional	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Constante de Planck	$h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Constante de Hubble	$H_o = 67,8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
Velocidade da luz no vácuo	$c = 2,998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Permeabilidade magnética do vácuo	$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$
1 Jansky (Jy)	$10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$
Constante de Wien	$k = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m K}$
Massa do elétron	$m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Massa do próton	$m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$



## Questões curtas

1) Um planeta está em órbita circular de raio orbital  $a$ , enquanto outro está em órbita elíptica, com periélio  $a$  e excentricidade  $e$ . **Determine a razão das velocidades orbitais dos planetas, quando eles estiverem no periélio.**

2) Mr. Seeds mede o comprimento da sombra de um graveto de um metro no nível do mar. Ele obtém o valor de **43 cm**, e se pergunta: **Qual deverá ser o comprimento da sombra deste graveto no topo do Monte Kilimanjaro para este mesmo momento?**

Dados: Altura do Monte ( $h_{MK}$ ) = 5895 m

3) Da Terra, observa-se que a magnitude de um planeta em oposição é **3,43 mag** a menos que em conjunção. **Que planeta era esse?** Justifique sua resposta com cálculos. Considere todas as órbitas sendo circulares.

4) Um grupo de alienígenas muito parecido com nós, humanos, está vindo em direção ao Sol, para fazer uma missão de reconhecimento e saber um pouco mais sobre como vivem os terráqueos.

(a) **Estime a distância que o Sol começa a ser visível a olho nu para os alienígenas.**

(b) Os alienígenas descobriram o Sol enquanto faziam observações do céu em seu planeta natal, OSNMIT, com um telescópio  $f/5$ , de distância focal **750 mm**. Se o Sol estava no limite da visibilidade, **qual a distância de OSNMIT até a Terra?**

5) No dia 9 de Fevereiro de 1986, o Cometa Halley passou pelo ponto mais próximo ao Sol de sua órbita, em torno de  **$9,0 \times 10^{10} m$**  até o centro solar.

(a) Com base nas informações acima, **calcule a pressão de radiação que atua no cometa nesse ponto da órbita.** Assuma que ele é um absorvedor perfeito.

(b) Suponha que uma bola metálica, de massa  $10 kg$  e secção transversal de  $4,0 \times 10^{-2} m^2$ , se desprenda do cometa. **Calcule a força atuante nessa bola devido à radiação solar. Compare este resultado com a força gravitacional entre ele e o Sol.**

6) Um forte sinal contínuo de rádio vindo de um corpo celeste foi observado como uma explosão de curtíssima duração, de **800  $\mu s$** . A densidade de fluxo observada na frequência de **3000 MHz** foi de **0,50 kJy**. Se a fonte estiver a uma distância conhecida de **3,2 kpc**, estime a temperatura de brilho desta fonte.



7) Em 22 de Dezembro, parte da sombra de um prédio de **30 m** de altura cai em outro prédio perto dele. A separação entre os dois edifícios é de **30 m** e a altura desta sombra no prédio adjacente é de **24 m**.

**(a) Quão longa a sombra seria caso não houvesse o prédio adjacente?**

**(b) Se essa situação ocorreu ao meio-dia, qual a latitude do lugar?**

8) Modelos cosmológicos indicam que a densidade de energia de radiação  $\rho_r$  no Universo é proporcional a  $(1+z)^4$ , e que a densidade de energia de matéria  $\rho_m$  é proporcional a  $(1+z)^3$ , onde  $z$  é o redshift. O parâmetro adimensional de densidade  $\Omega$  é dado por  $\Omega = \rho/\rho_c$ , onde  $\rho_c$  é a densidade crítica de energia do Universo. No Universo atual, os parâmetros de densidade de radiação e de matéria são  $\Omega_{r_0} = 10^{-4}$  e  $\Omega_{m_0} = 0,3$ , respectivamente.

**(a) Calcule o redshift  $z_e$  no qual as densidades de energia da radiação e matéria são iguais.**

**(b) Supondo que a radiação do Universo primordial tem um espectro de corpo negro com temperatura  $2,732 K$ , estime a temperatura  $T_e$  dessa radiação no redshift  $z_e$ .**

**(c) Estime a energia típica ( $E_\nu$ ) dos fótons da radiação emitida no redshift  $z_e$ .**



## Questões Médias

### 9) Tchaau Soool

Suponha que, por alguma força sobrenatural, as reações nucleares dentro do Sol tenham cessado e que agora seu brilho seja sustentado inteiramente pela ejeção de massa de sua superfície.

**(a) Determine a massa que teria que ser ejetada, em massas solares por ano, de modo que a luminosidade do Sol se mantivesse constante.**

**(b) Como essa variação de massa iria afetar a o período de translação da Terra em um ano?**

Assuma que a velocidade de ejeção de massa seja  $v_e = 600 \text{ km/s}$ .

A aproximação  $(1 + x)^n \approx 1 + nx$  poderá ser útil, para o caso em que  $x \ll 1$ .

### 10) Observando o Sol com o FAST

O *Five-hundred-meter Aperture Spherical radio Telescope* (FAST) é um radiotelescópio de um único prato, localizado na província de Guizhou, na China. O diâmetro físico do prato é de 500 metros, mas durante as observações, o diâmetro efetivo da área coletora é de 300 metros.

Considere observações da emissão térmica de rádio proveniente da fotosfera Solar, em uma frequência de **3 GHz** e a largura de banda era de **0.3 MHz**.

**(a) Calcule a energia total ( $E_{\odot}$ ) que o receptor irá coletar durante uma hora de observação.**

**(b) Estime a energia necessária para virar uma página de papel ( $E'$ ). Dica: A densidade superficial do papel é  $80 \text{ g} \cdot \text{m}^{-2}$ .**

**(c) Qual das duas energias é maior?**

### 11) Estrela de Barnard

A estrela de Barnard possui paralaxe  $p = 0,549''$  e movimento próprio  $\mu = 10,4 \frac{''}{\text{ano}}$ . Além disso, ao observar a estrela na linha  $H_{\alpha}$  ( $\lambda_{\alpha} = 656.28 \text{ nm}$ ), cientistas notaram que o comprimento de onda recebido era  $\lambda = 656.03 \text{ nm}$ .

**(a) Calcule a velocidade radial da estrela.**

**(b) Calcule a velocidade tangencial da estrela.**



(c) Calcule a velocidade com que a estrela se locomove no espaço.

(d) Qual é a distância mínima que Barnard fica em relação ao Sol?

(e) Qual será o tempo necessário para que a estrela fique a uma distância mínima do Sol?

## 12) Rotação diferencial em NGC 4860

Astrônomos do *Smithsonian Astrophysical Observatory* (SAO) fizeram observações na galáxia NGC 4680 e, ao analisar sua velocidade de rotação, conseguiram determinar uma função  $v(r)$ , dada por:

$$v(r) = \frac{\left(\frac{r}{r_0}\right)}{\left(1 + \frac{r}{r_0}\right)^{3/2}} v_0$$

Na qual  $r$  é a distância radial até o centro da galáxia,  $r_0$  é uma constante com dimensão de comprimento, e  $v_0$  é outra constante, com dimensão de velocidade. A curva de rotação é definida como a velocidade orbital de estrelas de teste a uma distância  $r$ .

(a) Determine uma expressão para  $\omega(r)$ , em que  $\omega$  é a velocidade angular.

As constantes de Oort, **A** e **B**, são parâmetros empiricamente derivados que conseguem caracterizar a propriedades de rotação local de galáxias. Quando aplicadas em  $r_0$ , é possível analisar a velocidade orbital e o período de estrelas do disco galáctico.

Iremos analisar nesse problema a constante **A**, que pode ser definida por:

$$A = -\frac{1}{2} r_0 \left. \frac{d\omega}{dr} \right|_{r_0}$$

(b) Qual seria o coeficiente de Oort que um astrônomo iria medir caso vivesse nessa galáxia, para que ele pudesse analisar as outras estrelas do disco galáctico? Dica:  $\frac{(a+x)^n}{dx} = n(a+x)^{n-1}$ .

(c) Encontre uma relação para a massa  $M(r)$ , que é a massa contida dentro do raio  $r$ . Assuma uma distribuição homogênea de massa ao longo do disco galáctico.

## Questões Longas

### 13) Temperaturas centrais

Uma estrela de classe O8 na sequência principal tem uma luminosidade de  $L_{O8} = 170000L_{\odot}$  e massa  $M_{O8} = 23M_{\odot}$ . Se o Sol terá 10 bilhões de anos na sequência principal, **(a) calcule quanto tempo essa fase irá durar para essa estrela.**

Outra estrela, de classe M8, é uma anã branca da sequência principal que tem luminosidade de somente  $L_{M8} = 0,0012L_{\odot}$  e massa de  $M_{M8} = 0,06M_{\odot}$ . Das informações fornecidas, **(b) Qual será seu tempo de vida nesta fase?**

**(c)** Se a estrela O8 tem temperatura efetiva de **35000 K**, e a M8 **2600 K**, estime o raio dessas estrelas em raios solares.

Nos modelos estelares usuais, pode-se dizer que as estrelas encontram-se em equilíbrio hidrostático, o que significa dizer que para variações de raio ( $\Delta r$ ), obtém-se variações de pressão ( $\Delta P$ ), dadas por:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho g$$

Na qual  $\rho$  é a densidade de massa da estrela e  $g$  é a gravidade na superfície. Além disso, como aproximação, é considerado que a estrela é formada somente por átomos de hidrogênio, com peso molecular médio  $\mu = 0,5$ , definido por:

$$\mu \equiv \frac{\bar{m}}{m_H}$$

Com  $\bar{m}$  a massa média de uma partícula de gás.

**(d) Estime a pressão e temperatura centrais dessas estrelas.**

**(e)** Considere que a estrela de classe O8 colapsou em uma estrela de nêutrons, com velocidade radial de rotação  $10^5$  vezes maior em comparação com seu estado inicial. **Estime a nova pressão e temperatura central da estrela.**

### 14) Sistema Binário Eclipsante

Das curvas de velocidade e luz de um sistema binário espectroscópico eclipsante, um grupo de astrônomos determinou seu período, de **7 anos**. Além disso, calcularam-se as velocidades das estrelas A e B, sendo  $v_A = 5,5 \frac{km}{s}$  e  $v_B = 22,6 \frac{km}{s}$ .



A partir de observações do funcionamento desse sistema, obteve-se que o período de tempo entre o primeiro contato e o momento de menor brilho ( $t_b - t_a$ ) = **0,55 dias**; enquanto a duração do mínimo primário foi ( $t_c - t_b$ ) = **0,66 dias**.

Por último, de análises fotométricas, foi possível determinar as magnitudes bolométricas aparentes do modo normal do sistema, de seu mínimo primário e seu mínimo secundário, sendo eles de 5,40 mag; 9,20 mag; e 5,44 mag, respectivamente.

Finalmente, a partir dessas informações, pede-se calcular:

- (a) A razão das massas das componentes do sistema.**
- (b) A soma das massas das componentes** (Assuma que a inclinação orbital é de 90 graus).
- (c) As massas de cada componente.**
- (d) Os raios de cada componente** (assuma órbitas circulares).
- (e) A razão das temperaturas efetivas das duas componentes.**

