SIMULADO NOIC 01 – PROVA ONLINE

SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA

XIV IOAA E XII OLAA DE 2020

Nome: Bismarck Moreira Nota: -----

PROVA TEÓRICA - SOLUÇÕES

Este material foi escrito por Bismarck Moreira

Dúvidas?

Mande um email para bismarckvasconcelos0703@gmail.com

Para mais materiais, acesse http://noic.com.br/materiais-astronomia/

Fortaleza – Soccer Mexico (Brazil)

04/08/2019

Tabela de Constantes (Eu vou utilizar essa ☺)

O Sol	
Massa	$M_\odot = 1{,}99 \times 10^{30}\ kg$
Raio	$R_\odot = 6{,}96 \times 10^{8}\ m$
Luminosidade	$L_\odot = 3{,}83 \times 10^{26}\ W$
Magnitude absoluta visual	$M_{V_\odot} = 4{,}82$
Magnitude aparente visual	$m_\odot = -26{,}72$
Temperatura Superficial	$T_\odot = 5778\ K$
Velocidade orbital na Galáxia	$v_\odot = 220\ km\ s^{-1}$
Distância até o centro galáctico	$d_{\odot_{GC}} = 8{,}5\ kpc$
A Terra	
Massa	$M_\oplus = 5{,}97 \times 10^{24}\ kg$
Raio	$R_\odot = 6{,}37 \times 10^{6}\ m$
Aceleração da gravidade na superfície	$g_\oplus = 9{,}81\ m/s^2$
Albedo	$\alpha_\oplus = 0{,}39$
Obliquidade da Eclíptica	$\epsilon = 23°27'$
Duração do Ano Tropical	365,2422 *dias solares médios*
Duração do Ano Sideral	365,2564 *dias solares médios*
A Lua	
Massa	$M_L = 7{,}44 \times 10^{22}\ kg$
Raio	$R_L = 1{,}74 \times 10^{6}\ m$
Distância Terra-Lua	$d_L = 3{,}78 \times 10^{8}\ m$
Período sinódico	$P_{S_L} = 29{,}5306\ dias$
Albedo	$\alpha_L = 0{,}14$
Inclinação orbital em relação à Eclíptica	$\epsilon_L = 5{,}14°$
Constantes físicas	
1 Unidade Astronômica (U.A.)	$1{,}496 \times 10^{11}\ m$
1 Parsec (pc)	$3{,}0856 \times 10^{16}\ m$
Constante gravitacional	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$
Constante de Planck	$h = 6{,}62 \times 10^{-34}\ J\ s$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}\ J\ K^{-1}$
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ W\ m^{-2}\ K^{-4}$
Constante de Hubble	$H_o = 67{,}8\ km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}$
Velocidade da luz no vácuo	$c = 2{,}998 \times 10^{8}\ m\ s^{-1}$
Permeabilidade magnética do vácuo	$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ H\ m^{-1}$
1 Jansky (Jy)	$10^{-26}\ W\ m^{-2}\ Hz^{-1}$
Constante de Wien	$k = 2{,}898 \times 10^{-3}\ m\ K$
Massa do elétron	$m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\ kg$
Massa do próton	$m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}\ kg$

(T.1) – ITEM D

Por definição, o dia sideral é o tempo entre duas culminações consecutivas de uma estrela. Devido ao movimento de translação da Terra ao redor do Sol, esse tempo será um pouco menor. Para facilitar a visualização desse evento, veja a imagem abaixo:

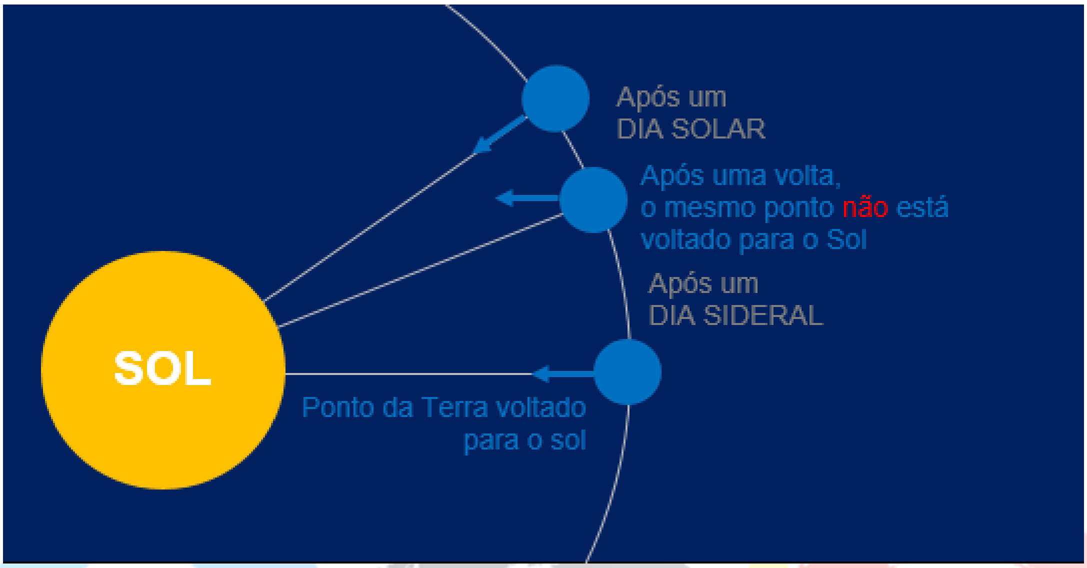

Figura (T1.1) – Fonte https://www.geografiaopinativa.com.br/2016/07/o-dia-e-o-ano-solar-e-sidera.html

(T.2) – ITEM A

Esse problema se resume a uma aplicação direta da Lei de Hubble-Lemaître. Tome um ponto no limite do universo observável. Sua velocidade pode ser expressa pela seguinte equação:

$$v = H_o d$$

Ainda, pela cinemática, podemos escrever que:

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

Igualando as duas equações, temos:

$$H_o d = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{H_o} = \frac{1}{67{,}8\ km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}} \frac{3{,}0856 \times 10^{22}\ m\ Mpc^{-1}}{10^3\ \frac{m}{km}}$$

$$\Delta t = 1{,}44 \times 10^{10}\ anos$$

(T.3) – ITEM B

Lembre-se que o ponto de Virgem está próximo da estrela Denebola (β Leo). Também é importante recordar que este ponto é diametralmente oposto ao ponto de Áries, também conhecido por ponto γ, que fica localizado na direção da constelação Pisces.

Supondo que metade da constelação já se pôs, o rabo do Leão ainda estará por volta de 15° acima do horizonte. Consequentemente, o ponto γ ainda estará a 15° abaixo do horizonte do observador. Com isso, é mais provável que a constelação que está nascendo ao Leste seja o Aquarius, que possui ascensão reta menor.

(T.4) – ITEM C

Do enunciado da questão, podemos assumir que esse planeta possui todas as suas características físicas iguais as da Terra, assim como seu Albedo! Iremos começar calculando a energia que chega nessa área do espaço a cada segundo. Supondo o espalhamento esférico de energia estelar, vem:

$$\dot{E} = \frac{L}{4\pi d^2} A_{PLANETA} = \frac{L}{4\pi d^2} \pi R_{\oplus}^2 = \frac{L}{4d^2} R_{\oplus}^2$$

Essa é a energia que incide no planeta, mas ele absorve uma parte dela. Por definição, o albedo é escrito como $a = \frac{R}{\dot{E}}$. Então, a energia absorvida, que será utilizada para alterar a temperatura do planeta, pode ser expressa como:

$$A = (1 - a)\dot{E} = \frac{(1 - a)L}{4d^2} R_{\oplus}^2$$

Assumindo comportamento de corpo para o planeta, podemos fazer:

$$A = 4\pi\sigma R_{\oplus}^2 T^4 = \frac{(1 - a)L}{4d^2} R_{\oplus}^2 \Rightarrow T = \left[\frac{(1 - a)L}{16\pi\sigma d^2}\right]^{1/4}$$

Da relação dada na questão, a luminosidade da estrela hospedeira é:

$$L = \left(\frac{1{,}25M_{\odot}}{M_{\odot}}\right)^3 L_{\odot} = 1{,}95L_{\odot}$$

Substituindo os valores dados:

$$T = \left[\frac{(1 - 0{,}39)1{,}95 \times 3.83 \times 10^{26}}{16\pi \times 5{,}67 \times 10^{-8} \times (2{,}2 \times 1{,}496 \times 10^{11})^2}\right]^{1/4} = 200\ K$$

(T.5) – ITEM B

Como Nova Iorque fica mais ao Oeste do que Madrid, o Sol irá se por em um tempo universal maior que em Madrid. Observe que as latitudes das duas cidades são muito próximas, então vamos desconsiderar a diferença entre elas. Assim, a diferença em UT será devido apenas por causa da diferença em longitude das duas cidades.

A diferença de longitude, transformado em horas nos dará a diferença de tempo entre os dois acontecimentos nas cidades. Assim, temos:

$$\frac{\Delta T}{24\ horas} = \frac{\Delta\lambda}{360°} \Rightarrow \Delta T = (74° - 3°43') \times \frac{24h}{360°} = 4{,}69h$$

Somando $18h37min + 4h41min = 23h28min$. Que é a resposta da questão.

(T.6) – ITEM D

Pelo efeito doppler, escrevemos para a RCF que:

$$\frac{\lambda_o}{\lambda} = 1 + z \Rightarrow \lambda_o = \lambda(1 + z)$$

Em que λ_o é o comprimento de onda atual, pois estamos analisando o passado.

Pela lei de Wien, existe uma relação entre o comprimento de onda em que há um pico de emissão e a temperatura intrínseca. Então, sabemos que:

$$\lambda = \frac{c}{T}$$

Substituindo na primeira equação, obtemos a equação:

$$\frac{1}{T_o} = \frac{1}{T}(1 + z) \Rightarrow T = T_o(1 + z) = 2{,}73(1 + 17{,}2) = 49{,}7\ K$$

(T.7) – ITEM C

O item (a) não apresenta nenhum argumento que explique esse fato.

O item (b), embora as duas frases estejam coerentes com a realidade, não explica porque a Lua possui mais crateras.

O item (c) explica corretamente o que a questão pede.

A explicação dada no item (d) não tem ligação direta com o fenômeno em discussão. Mesmo que fosse um fator relevante, não seria tanto quando os fatos expostos pelo item (c).

(T.8) – ITEM B

Primeiramente, é fácil notar que para que um eclipse lunar ocorra, a Lua deva estar em Lua Cheia. Isso ocorre porque ela tem de passar pela sombra da Terra.

Finalmente, os nodos lunares devem estar apontando para o Sol. O ângulo que eles irão fazer com a reta citada pode ser $\Delta\Phi = 0$ ou $\Delta\Phi = \pi$. Não há preferência de ângulo, pois não há distinção entre os nodos.

(T.9) – ITEM D

Para esta questão, basta escolher um referencial. Por praticidade, veremos como ocorre o movimento de Saturno visto da Terra (já que é o que a questão pede). A velocidade angular relativa entre os dois objetos é da forma:

$$\Omega = 2\pi\left(\frac{1}{P_S} - \frac{1}{P_T}\right) = 2\pi\left(\frac{1}{9{,}5^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{1}\right) = 2\pi\left(\frac{1}{29} - 1\right) = -348°/ano$$

Isso significa que a cada ano, Saturno "se adianta" aproximadamente 12° na esfera celeste. Ou seja, ele caminha cada vez mais para o Oeste com o passar dos dias. Assim, em 3 anos ele irá se mover $\approx 36°$ na eclíptica.

Assumindo que ele começou no meio da constelação de Áries, Saturno estará na próxima constelação zodiacal, que é o Touro.

- Dica para a prova online – você pode verificar se isso realmente acontece em aplicativos como o Stellarium. Você perceberá que Saturno realmente estará em Touro após 3 anos!

(T.10) – ITEM C

Pela Terceira Lei de Kepler, temos que a soma das massas, em unidades de massas solares pode ser escrita como:

$$\sum M = \frac{a^3}{T^2} = \frac{\left(\frac{5{,}2}{2} \times 12\right)^3}{82^2} M_{\odot} = 4{,}5 M_{\odot}$$

Que é a resposta da questão. Como sugestão de leitura para essa questão, recomendo o capítulo de sistemas binários do livro *Astronomia e Astrofísica*.

(T.11) – ITEM C

Inicialmente, perceba que as respostas nos itens são razoavelmente distantes entre si. Como essas estrelas estão muito próximas, podemos resolver essa questão de duas formas.

- Primeira Solução – Triângulo Esférico

Montando o triângulo esférico, definindo o polo principal como o Polo Celeste Norte, escrevemos uma equação geral para duas estrelas quaisquer no sistema de coordenadas equatorial:

$$\cos D = \cos(90 - \delta_G)\cos(90 - \delta_V) + \sin(90 - \delta_G)\sin(90 - \delta_V)\cos \Delta\alpha$$

Substituindo os valores dados, encontramos $D = 0{,}04197 = 2{,}5'$

- Segunda solução – Teorema de Pitágoras

As estrelas estão muito próximas no céu, então vamos considerar que a separação angular mínima entre elas é uma reta. Assim,

$$D^2 = \Delta\delta^2 + \Delta\alpha^2 \Rightarrow D = 2{,}8'$$

Observe que o segundo método não é tão preciso, mas era o bastante para resolver essa questão. Particularmente, eu recomendo utilizar trigonometria esférica, pois é mais seguro ☺.

(T.12) – ITEM A

Por definição, a resolução mínima de um instrumento óptico é:

$$\theta = \frac{1{,}22\lambda}{D}$$

As observações são feitas no visível, então $\lambda = 550\ nm$. Com isso, obtemos:

$$\theta = \frac{1{,}22 \times 550 \times 10^{-9}}{6 \times 10^{-3}} \times \frac{206265''}{1\ rad} = 23''$$

(T.13) – ITEM B

De fato a estrela citada irá passar pelo estágio de Gigante Vermelha, mas este não será o último em seu ciclo evolutivo. Em certo ponto, a estrela irá ejetar sua fotosfera, dando origem a uma nebulosa planetária. O que sobra dela é o seu núcleo, envolto de material estelar. A este objeto central, damos o nome de Anã branca.

Como curiosidade, dê uma olhada mais profunda em nebulosas planetárias, especialmente o Messier 57 (Nebulosa do Anel). Você verá que é possível traçar um eixo de simetria no material interestelar observado. No meio do objeto, é possível observar a anã branca.

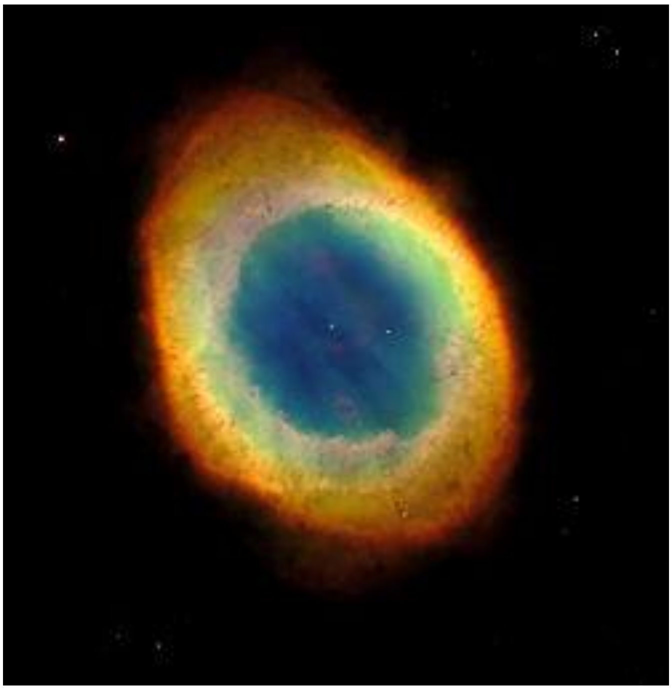

Figura T13.1 – Fonte https://en.wikipedia.org/wiki/Ring_Nebula

(T.14) – ITEM C

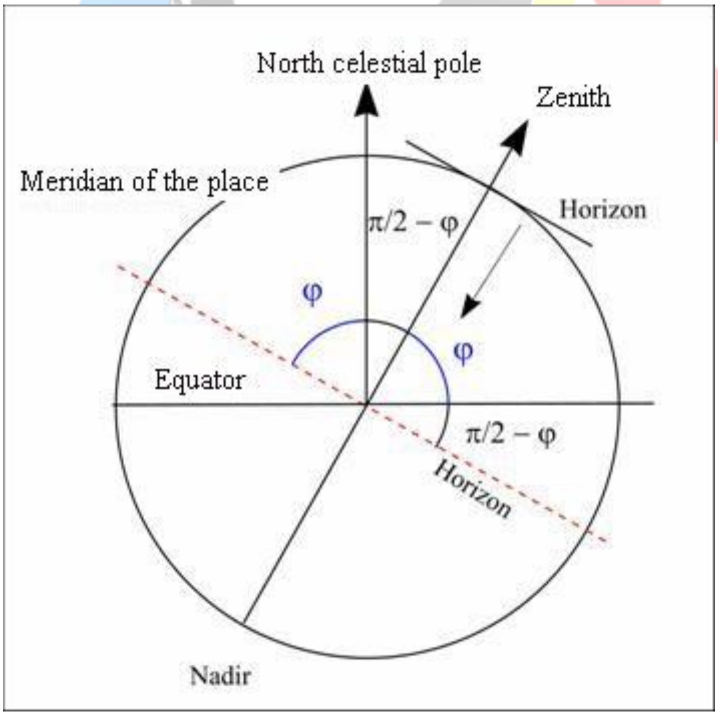

Figura T14.1 – Fonte https://promenade.imcce.fr/en/pages6/725.html

A situação limite que uma estrela possa nascer em uma localização é que, em sua culminação superior, ela esteja sob o horizonte do observador. Da figura acima, escreve-se:

$$\varphi + \delta = 90° \Rightarrow |\varphi| = 90 - |\delta| = 90 - 8°12' \Rightarrow \varphi = 81°48'N$$

(T.15) – ITEM A

Aumentar seu poder de resolução é diminuir o ângulo limite de difração do telescópio. Você poderia pensar aqui que aumentar o poder de resolução resultar em uma melhor imagem de uma galáxia, por exemplo. Do critério de Rayleigh, vem:

$$\theta = \frac{1{,}22\lambda}{D} \Rightarrow \downarrow \theta = \frac{1{,}22\lambda}{\uparrow D}$$

Quando maior o diâmetro do espelho primário, menor a resolução angular e maior o poder de resolução!

(T.16) – ITEM C

Para a situação proposta, a força resultante em uma partícula localizada em C deve ser nula. Assim, devemos ter:

$$\frac{GM_Bm}{BC^2} = \frac{GM_Am}{AC^2} \Rightarrow \frac{M_B}{BC^2} = \frac{M_A}{(10 - BC)^2} \Rightarrow \left(\frac{10 - BC}{BC}\right)^2 = \frac{M_A}{M_B}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{BC} - 1 = \sqrt{\frac{M_A}{M_B}} \Rightarrow BC = \frac{10}{1 + \sqrt{\frac{M_A}{M_B}}} = \frac{10}{1 + \sqrt{\frac{1}{9}}}$$

$$\Rightarrow BC = 7{,}5\ U.A.$$

Que é a resposta da questão.