

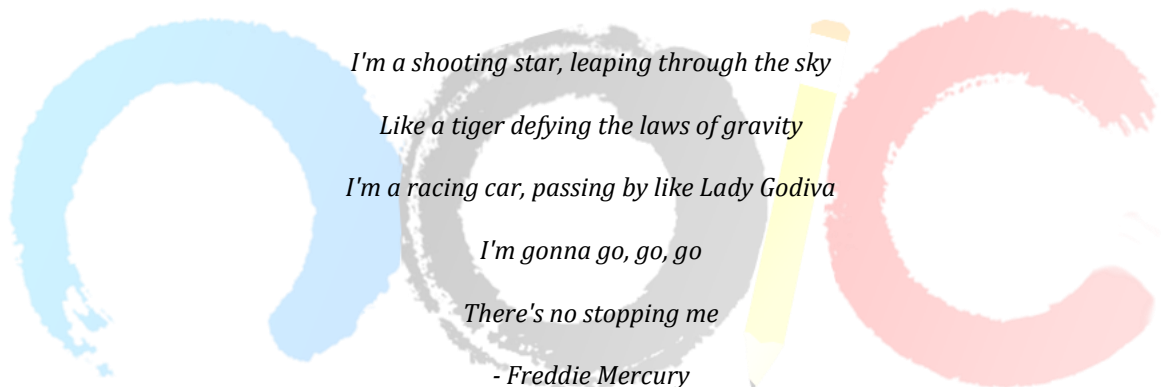


SIMULADO NOIC 04 – PROVA ONLINE
SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA
XIV IOAA E XII OLAA DE 2020

Nome: Bismarck Moreira

Nota: ----

PROVA TEÓRICA - SOLUÇÕES



Este material foi escrito por Bismarck Moreira

Dúvidas?

Mande um email para bismarckvasconcelos0703@gmail.com

Para mais materiais, acesse <http://noic.com.br/materiais-astronomia/>

Terra da Luz – Braxit

20/08/2019

Para mais simulados, acesse <http://noic.com.br/materiais-astronomia/>
Núcleo Olímpico de Incentivo ao Conhecimento, 01/09



Tabela de Constantes (eu irei utilizar essa \o/)

O Sol	
Massa	$M_{\odot} = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Raio	$R_{\odot} = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$
Luminosidade	$L_{\odot} = 3,83 \times 10^{26} \text{ W}$
Magnitude absoluta visual	$M_{V_{\odot}} = 4,82$
Magnitude aparente visual	$m_{\odot} = -26,72$
Temperatura Superficial	$T_{\odot} = 5778 \text{ K}$
Velocidade orbital na Galáxia	$v_{\odot} = 220 \text{ km s}^{-1}$
Distância até o centro galáctico	$d_{\odot GC} = 8,5 \text{ kpc}$
A Terra	
Massa	$M_{\oplus} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
Raio	$R_{\oplus} = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$
Aceleração da gravidade na superfície	$g_{\oplus} = 9,81 \text{ m/s}^2$
Albedo	$\alpha_{\oplus} = 0,39$
Obliquidade da Eclíptica	$\epsilon = 23^{\circ}27'$
Duração do Ano Tropical	<i>365,2422 dias solares médios</i>
Duração do Ano Sideral	<i>365,2564 dias solares médios</i>
A Lua	
Massa	$M_L = 7,44 \times 10^{22} \text{ kg}$
Raio	$R_L = 1,74 \times 10^6 \text{ m}$
Distância Terra-Lua	$d_L = 3,78 \times 10^8 \text{ m}$
Período sinódico	$P_{SL} = 29,5306 \text{ dias}$
Albedo	$\alpha_L = 0,14$
Inclinação orbital em relação à Eclíptica	$\epsilon_L = 5,14^{\circ}$
Constantes físicas	
1 Unidade Astronômica (U.A.)	$1,496 \times 10^{11} \text{ m}$
1 Parsec (pc)	$3,0856 \times 10^{16} \text{ m}$
Constante gravitacional	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Constante de Planck	$h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Constante de Hubble	$H_0 = 67,8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
Velocidade da luz no vácuo	$c = 2,998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Permeabilidade magnética do vácuo	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$
1 Jansky (Jy)	$10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$
Constante de Wien	$k = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m K}$
Massa do elétron	$m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Massa do próton	$m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

1) Suponha que o Sol possua, em primeira aproximação, 10^{57} átomos. As reações nucleares envolvidas nos processos de geração de energia solar liberam cerca de $10^{-19} J/\text{átomo}$. Qual é o tempo necessário para que o Sol consuma todo esse combustível disponível?

- (a) 3,9 trilhões de anos
 (b) $2,6 \times 10^{12}$ anos
 (c) $3,9 \times 10^{11}$ s
 (d) $0,26 \times 10^{12}$ s
 (e) Em branco

Resposta - ITEM D

Energia gerada em cada reação:

$$E = 10^{-19} \frac{J}{\text{átomo}} \times 10^{57} \text{ átomos} = 10^{38} J$$

O Sol libera $3,83 \times 10^{26}$ Joules por segundo para o espaço. Para que essa luminosidade seja suportada pela energia citada acima, temos:

$$L = \frac{E}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{10^{38}}{3,83 \times 10^{26}} = 0,26 \times 10^{12} s$$

2) Uma câmera CCD tem pixels de $9,0 \times 10^{-6} m$ e é acoplada a um telescópio de foco Cassegrain $f/12$. Nessa montagem, a abertura do telescópio é de 45 cm. Qual é o ângulo do céu compreendido por um pixel desse CCD?

- (a) $\theta = 0,34''$
 (b) $\theta = 0,38''$
 (c) $\theta = 1,5 \times 10^{-6}$ radianos
 (d) $\theta = 1,8 \times 10^{-6}$ radianos
 (e) Em branco

Resposta - ITEM A

Primeiramente, precisamos calcular a distância focal do telescópio.

$$\frac{f}{12} = D \Rightarrow f = 12 \times 45 \times 10^{-2} = 5,4 m$$

Assim, podemos calcular o ângulo compreendido por um pixel da chapa do CCD, que tem largura $9,0 \times 10^{-6} m$.

$$f\theta = L \Rightarrow \theta = \frac{L}{f} = \frac{9,0 \times 10^{-6}}{5,4} = 1,67 \times 10^{-6} rad \times \frac{206265''}{1 rad} = 0,34''$$



3) Banano, medalhista supremo de todas as IOAA's, está pensando em viajar para Marte. Ele pretende percorrer uma órbita de mínima energia, partindo da Terra até a órbita marciana. Quanto tempo dura o movimento feito nessa órbita de transferência?

(a) $\Delta t = 1,41 \text{ anos}$

(d) $\Delta t = 2,33 \text{ anos}$

(b) $\Delta t = 0,701 \text{ anos}$

(e) Em branco

(c) $\Delta t = 4,00 \text{ anos}$

Resposta - ITEM B

Para a situação descrita, Banano irá percorrer uma órbita elíptica com periélio em $1,00 \text{ UA}$ e afélio em $1,52 \text{ UA}$. Como ele fará o trajeto Terra-Marte, seu trânsito irá durar apenas metade do período dessa órbita. Com isso, escrevemos:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\sqrt{\left(\frac{r_p + r_a}{2}\right)^3}}{2} = \frac{\sqrt{\left(\frac{1,00 + 1,52}{2}\right)^3}}{2} \approx 0,71$$

4) Um sistema estelar é formado por 3 estrelas. A partir de estudos detalhados, Raulzito catalogou a magnitude aparente de cada componente:

$$m_A = -1,21 \text{ mag}$$

$$m_B = 3,26 \text{ mag}$$

$$m_C = -0,02 \text{ mag}$$

Qual é a razão entre o fluxo de energia da estrela mais brilhante e o da menos brilhante?

(a) $\frac{F_+}{F_-} = 61,4$

(d) $\frac{F_+}{F_-} = 72,5$

(b) $\frac{F_+}{F_-} = 6,61$

(e) Em branco

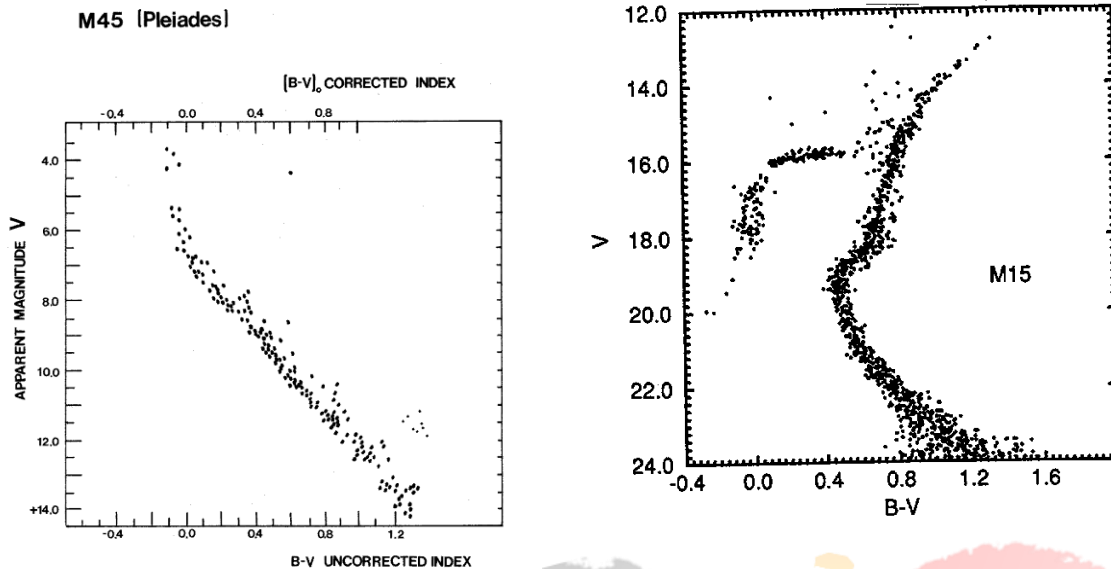
(c) $\frac{F_+}{F_-} = 2,99$

Resposta - ITEM A

A estrela mais brilhante será a que tem menor magnitude, ou seja, m_A (pois $m \propto -\log F$). Da mesma forma, a menos brilhante será m_B . Daí,

$$-1,21 - 3,26 = -2,5 \log \frac{F_+}{F_-} \Rightarrow \frac{F_+}{F_-} = 61,4$$

5) Nas duas figuras abaixo, você verá dois diagramas de Hertzsprung-Russel para diferentes aglomerados globulares do céu noturno. Após fazer a análise dos gráficos, marque a opção que explica corretamente as diferenças observadas nas curvas dos dados obtidos.



(a) As estrelas das Plêiades são, em geral, menos luminosas que as do aglomerado do Pégaso. Conseqüentemente, estrelas de *M 15* duram pouco tempo no ciclo próton-próton, permitindo-as a avançar rapidamente para o ramo das gigantes.

(b) Por ser um aglomerado jovem, as estrelas de *M 45* ainda estão no início de seu ciclo de vida. No entanto, as estrelas de *M 15* são velhas, massivas e mais quentes que as de *M 45*. Isso é observado no segundo diagrama, pois estrelas de temperatura mais alta consomem mais rapidamente hidrogênio e hélio, avançando com maior facilidade em seu ciclo evolutivo.

(c) *M 45* é um aglomerado aberto, enquanto *M 15* é um aglomerado globular. Como as estrelas de *M 15* são mais velhas, elas já estão em estágios mais avançados de seu ciclo evolutivo. Com isso, é possível identificar o ponto de *turn off* no diagrama da direita, a curva da sequência principal, o ramo horizontal e o ramo das gigantes.

(d) De maneira simples, essa diferença se dá, principalmente, à diferença em massa e temperatura das estrelas de cada aglomerado. As Plêiades foram formadas a partir de um disco protoplanetário consideravelmente menor que o do Pégaso. Assim, o gráfico de magnitude absoluta por temperatura irá possuir diversas ramificações ao longo de sua curva.

(e) Em branco

Resposta – ITEM C

(a) Incorreto. Na realidade, os gráficos mostram que a magnitude absoluta das estrelas de Plêiades é menor que as de M 15 – sendo assim, a luminosidade de suas estrelas é maior.

(b) Incorreto. As estrelas de M 15 não serão, necessariamente, mais massivas e mais quentes que as de M 45.

(c) Correto.

(d) Incorreto. Além de ser uma resposta incompleta, o item (d) não fornece explicações que se relacionem diretamente com o fato observado.

6) O *Wilder Observatory*, localizado em Amherst, Massachusetts, é equipado com um telescópio refrator com 18 polegadas de abertura. Esse telescópio é um $f/17$ e está observando estrelas com uma ocular bem peculiar, de distância focal $f_{oc} = 155 \text{ mm}$. Qual a amplificação desse telescópio nessa montagem?

(a) $A \approx 65$

(d) $A \approx 50$

(b) $A \approx 45$

(e) Em branco

(c) $A \approx 60$

Resposta – ITEM D

Cálculo da distância focal da objetiva do telescópio:

$$\frac{f}{17} = 18 \text{ polegadas} \times \frac{0,0254 \text{ metros}}{1 \text{ polegada}} \Rightarrow f = 7,78 \times 10^3 \text{ mm}$$

Amplificação do telescópio, por definição, é:

$$A = \frac{f_{objetiva}}{f_{ocular}} = \frac{7,78 \times 10^3}{155} \Rightarrow A \approx 50$$

7) Em certo aglomerado globular, a velocidade de escape da superfície é $v = 25 \text{ km/s}$ e raio de $R = 10 \text{ kpc}$. Supondo que, em geral, as estrelas desse grupo são parecidas com o Sol, quantas estrelas existem nesse aglomerado?

(a) $N = 1,45 \text{ milhões de estrelas}$

(b) $N = 726 \text{ milhões de estrelas}$

(c) $N = 363 \text{ milhões de estrelas}$

(d) $N = 1,45 \text{ bilhões de estrelas}$

(e) Em branco



Resposta - ITEM B

Conservando energia entre um ponto na superfície, lançado com velocidade v , e escapando da ação gravitacional do aglomerado, temos:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{R} = 0 - 0 \Rightarrow M = NM_{\odot} = \frac{v^2 R}{2G} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow N = \frac{(25 \times 10^3)^2 \times 10 \times 10^3 \times 3,0856 \times 10^{16}}{2 \times 6,67 \times 10^{-11}} \times \frac{1 \text{ estrela}}{1,99 \times 10^{30} \text{ kg}} = 726 \times 10^6$$

$$N = 726 \text{ milhões de estrelas}$$

8) Um pulsar de raio $r_2 = 15 \text{ km}$ executa uma rotação completa ao redor de seu eixo a cada 0,005 segundos. Assumindo que a massa é conservada durante o colapso, qual era o período de seu progenitor, que possuía um raio solar?

(a) 100 dias

(d) 175 dias

(b) 125 dias

(e) Em branco

(c) 150 dias

Resposta - ITEM B

Para essa questão, basta conservar o momento angular da estrela.

$$L = mvr = cte. \Rightarrow m\omega_1 r_1^2 = m\omega_2 r_2^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T_1}\right) r_1^2 = \left(\frac{2\pi}{T_2}\right) r_2^2 \therefore T_1 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 T_2 = \left(\frac{6,96 \times 10^8}{15 \times 10^3}\right)^2 \times 0,005 \Rightarrow$$

$$T_1 = 10,7 \times 10^6 \text{ s} \approx 125 \text{ dias}$$

9) Uma estrela variável expande e contrai em um período de 7,00 dias com uma velocidade máxima de 4,5 km/s. Antes de ela começar o processo de expansão, seu raio é $R_1 = 12,1 R_{\odot}$ e tem temperatura $T_1 = 30.000 \text{ K}$. Após o término da expansão, sua temperatura é $T_2 = 28.750 \text{ K}$. Qual a diferença de magnitude aparente entre os dois extremos do processo? Denote por m_2 e m_1 sendo as magnitudes ao final e ao início do movimento.

(a) $m_2 - m_1 = -0,423$

(d) $m_2 - m_1 = -0,140$

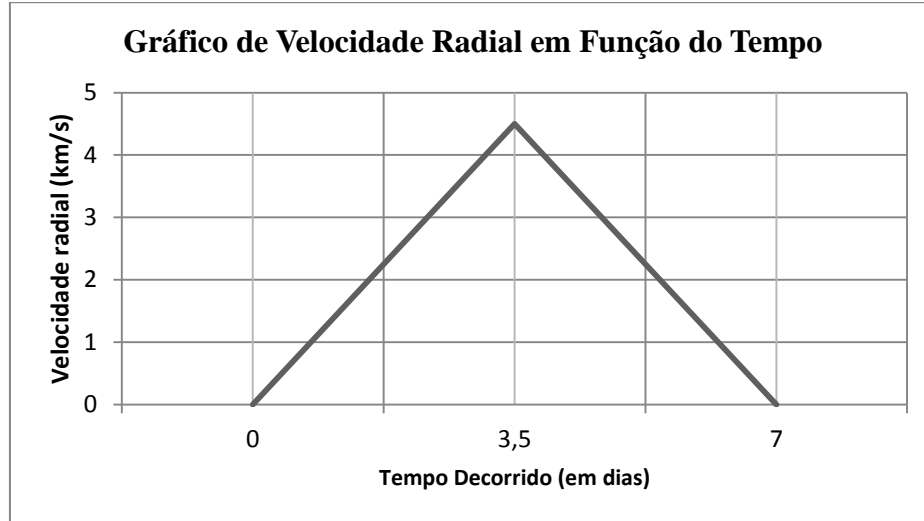
(b) $m_1 - m_2 = -0,121$

(e) Em branco

(c) $m_1 - m_2 = +0,121$

Resposta - ITEM D

Das informações dadas no enunciado, podemos estipular como seria o gráfico de velocidade radial em função do tempo. Assumindo que a velocidade varie linearmente, desenhamos a figura:



Assim, a área do gráfico nos dará a variação total de raio da estrela. Com isso:

$$\Delta R = \frac{\left(4,5 \frac{\text{km}}{\text{s}}\right) \times (7 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s})}{2} = 1,36 \times 10^9 \text{ m}$$

Esse formato de variação de velocidade é apenas uma aproximação. Na realidade a curva seria mais suavizada em relação ao ponto de equilíbrio.

Continuando, com esse resultado, podemos calcular o raio final da estrela. $R_2 = R_1 + \Delta R = (12,1 \times 6,96 \times 10^8) + (1,36 \times 10^9) \Rightarrow R_2 = 9,78 \times 10^9 \text{ m}$.

Finalmente, temos a diferença de magnitudes:

$$m_2 - m_1 = -2,5 \log \frac{F_2}{F_1} = -5 \log \frac{R_2 T_2^2}{R_1 T_1^2} = -0,140$$

10) A densidade atual de massa do Universo vale $\rho_0 = 3,0 \times 10^{-28} \text{ kg/m}^3$. Tomando ρ_{125} e ρ_{3000} as densidades de massa do Universo em uma época de z igual a 125 e 3000, respectivamente, como irão se relacionar esses dois parâmetros?

(a) $\rho_{3000} = 8,1 \times 10^{-15} \text{ g/cm}^3$

(d) $\frac{\rho_{3000}}{\rho_{125}} = 1,38 \times 10^4$

(b) $\rho_{125} = 5,9 \times 10^{-22} \text{ kg/cm}^3$

(e) Em branco

(c) $\frac{\rho_{3000}}{\rho_{125}} = 1,35 \times 10^4$



Resposta – ITEM C

O fator de escala temporal evolui com o redshift da forma:

$$a(z) = \frac{a_0}{1+z}$$

Porém, o fator de escala ao cubo é proporcional ao inverso da densidade do Universo em uma dada época.

$$\frac{1}{\rho_z} = \frac{1}{\rho_0(1+z)^3} \Rightarrow \rho_z = \rho_0(1+z)^3$$

A equação acima nos fornece a densidade de massa do Universo em função do redshift z . Assim, temos:

$$\rho_{125} = 3,0 \times 10^{-28}(1+125)^3 = 6,0 \times 10^{-22} \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{3000} = 3,0 \times 10^{-28}(1+3000)^3 = 8,1 \times 10^{-18} \text{ kg/m}^3$$

$$\frac{\rho_{3000}}{\rho_{125}} = 1,35 \times 10^4$$

11) “Se a Terra fosse um disco plano, haveria eclipses em que a Terra iria gerar uma sombra linear na Lua”

Isso é um pensamento bem famoso que mudou o modo que a Antiguidade pensava sobre o formato da Terra. Por quem essa frase provavelmente foi dita?

- (a) Aristóteles
- (b) Nicolau Copérnico
- (c) Isaac Newton
- (d) Tycho Brahe
- (e) Em branco

Resposta – ITEM A

Primeiro devemos notar que essa frase serve como argumento para o formato esférico da Terra. O cientista que a disse provavelmente estava inserido em uma sociedade ainda ignorante sobre esse assunto. Dessa forma, é possível inferir que Aristóteles preferiu tais palavras, como introdução de uma ideia inovadora para a época em que vivia. Todos os outros cientistas citados já viviam em tempos que o formato da Terra era conhecido.

12) Qual das seguintes propriedades determinam o poder de resolução de um telescópio?

- (a) A distância focal da objetiva
- (b) A distância focal da ocular
- (c) As opções (a) e (b) estão corretas.
- (d) O diâmetro da objetiva



(e) Em branco

Resposta – ITEM D

Lembre-se que o poder de resolução é escrito como $\theta = \frac{1,22\lambda}{D}$. Ele depende assim, da abertura do telescópio – ou seja, o diâmetro da objetiva.

13) Banano está visitando a cidade de Quito, capital do Equador, e está anotando tudo o que vê em seu diário chamado “Como ser top gold na IOAA infinitas vezes”. Ele olha vislumbrado o pôr do Sol e escreve:

Querido diário, enquanto o Sol se põe, eu consigo perceber perfeitamente que o ponto de Áries está na posição de máxima altura possível para essa localidade. Por mais que não consiga ver estrela alguma, foi até fácil ver isso!

Em que dia do ano Banano está fazendo sua visita à Quito?

(a) 21 de Março

(d) 23 de Setembro

(b) 21 de Junho

(e) Em branco

(c) 22 de Dezembro

Resposta – ITEM C

Dos relatos estonteantes do diário de Banano, podemos perceber que o ponto γ está no zênite do observador. Enquanto isso, o Sol está se pondo, o que significa que o Tempo Sideral Local é igual a zero. Isso implica que $\alpha_{\odot} = -H_{\odot}$. Sendo assim, a ascensão reta do Sol é de 18 hrs e nós encontramos no Solstício de verão para o hemisfério Sul. Ou seja, a data é 22 de Dezembro.

14) Suponha que a luminosidade solar se manteve constante durante toda sua existência e que, desde o seu nascimento, o Sol pertença à Sequência Principal. Caso isso fosse verdade, qual a porcentagem de massa solar que foi perdida através de reações de fusão em seu núcleo durante sua vida? Dado: idade do Sol - 10 bilhões de anos.

(a) 0,02%

(d) 0,70%

(b) 0,20%

(e) Em branco

(c) 0,07%

Resposta – ITEM C

Basta calcular o quanto de massa se transformou em energia:



$$L = \frac{\Delta mc^2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta m = \frac{L\Delta t}{c^2} = \frac{3,83 \times 10^{26} \times 10^{10} \times 365 \times 24 \times 60 \times 60}{(3 \times 10^8)^2} \\ = 1,34 \times 10^{27} \text{ kg}$$

$$\text{Assim, } \frac{\Delta m}{M_{\odot}} \approx 0,07\%$$

15) Salah Lomeh está observando a brilhante estrela α Cmi, também chamada de Procyon ($\delta = +05^{\circ}13'29,96''$ e $\alpha = 07h39min18,12sec$). Em determinado momento, essa estrela possui ângulo horário de $H = 4h35min42s$ para a latitude $\varphi = +21^{\circ}45'17''$. Com base nessas informações, quais são o azimute e a altura de Procyon neste instante?

- (a) $h = 35^{\circ}28'42''$ e $A = 192^{\circ}55'32''$ (d) $h = 13^{\circ}12'37''$ e $A = 225^{\circ}22'16''$
(b) $h = 21^{\circ}29'25''$ e $A = 267^{\circ}02'03''$ (e) Em branco
(c) $h = 68^{\circ}30'35''$ e $A = 92^{\circ}58'57''$

Resposta - ITEM B

Após traçar o triângulo de posição para esta localização, aplicamos lei dos cossenos para encontrar a distância zenital, z :

$$\cos z = \cos(90 - \delta) \cos(90 - \varphi) + \sin(90 - \delta) \sin(90 - \varphi) \cos H$$

$$z = 68,51^{\circ} = 90 - h \therefore h = 21^{\circ}29'25''$$

Com esse resultado, basta aplicar a lei dos senos para encontrar o azimute. Aqui utilizamos a definição em que o azimute é contado a partir do ponto cardinal Norte - assim como indicado no livro Conceitos de Astronomia (Bozcko, Roberto). Assim,

$$\frac{\text{senz}}{\text{sen}H} = \frac{\text{sen}(90 - \delta)}{\text{sen}(360 - A)} \Rightarrow A = 267^{\circ}02'03''$$

Lembre-se de converter as unidades de H para graus - para isso, multiplique H por 15 (isso ocorre por que existem $\frac{360^{\circ}}{24h} = \frac{15^{\circ}}{1h}$, ou seja, 15° em uma hora).

16) Uma estrela de um Universo paralelo possui raio $R = 10^{-2}R_{\odot}$ e tem temperatura $T = 26000 \text{ K}$. Se seu raio aumentar por um fator de 10^3 , mantendo-se sua massa e temperatura, em que classificação ela iria melhor se encaixar para nossos padrões?

(a) Essa estrela era uma anã branca e se transformou em uma estrela similar a uma da Sequência principal.

- (b) Essa estrela era da Sequência principal e se transformou em uma supergigante azul.
- (c) Essa estrela era uma anã branca e se transformou em uma supergigante azul.
- (d) Essa estrela era uma anã branca e se transformou em uma estrela Wolf-Rayet.
- (e) Em branco

Resposta – ITEM A

Basta analisar o diagrama de Hertzsprung-Russell e ver em que região a estrela estava antes e depois do fenômeno descrito.

