SIMULADO NOIC 05 – PROVA ONLINE

SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA

XIV IOAA E XII OLAA DE 2020

Nome: Bismarck Moreira Nota: ----

PROVA TEÓRICA - SOLUÇÕES

There are places I'll remember

All my life, though some have changed

Some forever, not for better

Some have gone, and some remain

All these places had their moments

With lovers and friends, I still can recall

Some are dead, and some are living

In my life, I've loved them all

- John Lennon

Este material foi escrito por Bismarck Moreira

Dúvidas?

Mande um email para bismarckvasconcelos0703@gmail.com

Para mais materiais, acesse http://noic.com.br/materiais-astronomia/

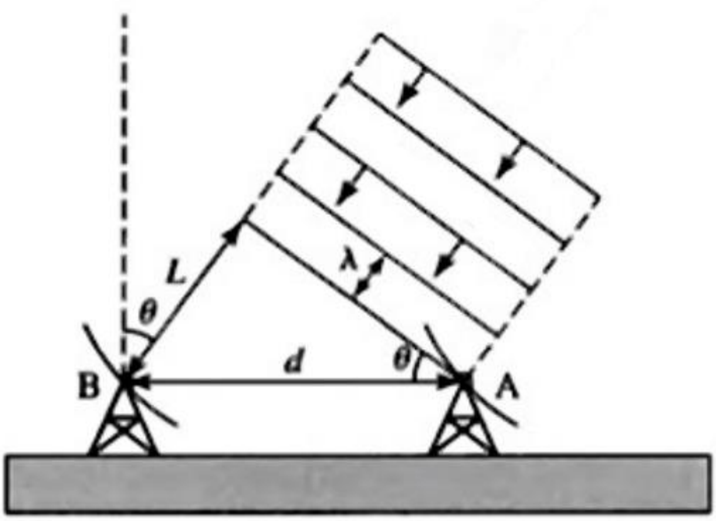
Strong Leza – Definitely not Portugal

17/09/2019

Tabela de Constantes (Eu vou utilizar essa!)

O Sol	
Massa	$M_{\odot} = 1{,}99 \times 10^{30}\ kg$
Raio	$R_{\odot} = 6{,}96 \times 10^{8}\ m$
Luminosidade	$L_{\odot} = 3{,}83 \times 10^{26}\ W$
Magnitude absoluta visual	$M_{V_{\odot}} = 4{,}82$
Magnitude aparente visual	$m_{\odot} = -26{,}72$
Temperatura Superficial	$T_{\odot} = 5778\ K$
Velocidade orbital na Galáxia	$v_{\odot} = 220\ km\ s^{-1}$
Distância até o centro galáctico	$d_{\odot_{GC}} = 8{,}5\ kpc$
A Terra	
Massa	$M_{\oplus} = 5{,}97 \times 10^{24}\ kg$
Raio	$R_{\odot} = 6{,}37 \times 10^{6}\ m$
Aceleração da gravidade na superfície	$g_{\oplus} = 9{,}81\ m/s^2$
Albedo	$\alpha_{\oplus} = 0{,}39$
Obliquidade da Eclíptica	$\epsilon = 23°27'$
Duração do Ano Tropical	$365{,}2422$ *dias solares médios*
Duração do Ano Sideral	$365{,}2564$ *dias solares médios*
A Lua	
Massa	$M_L = 7{,}44 \times 10^{22}\ kg$
Raio	$R_L = 1{,}74 \times 10^{6}\ m$
Distância Terra-Lua	$d_L = 3{,}78 \times 10^{8}\ m$
Período sinódico	$P_{S_L} = 29{,}5306\ dias$
Albedo	$\alpha_L = 0{,}14$
Inclinação orbital em relação à Eclíptica	$\epsilon_L = 5{,}14°$
Constantes físicas	
1 Unidade Astronômica (U.A.)	$1{,}496 \times 10^{11}\ m$
1 Parsec (pc)	$3{,}0856 \times 10^{16}\ m$
Constante gravitacional	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$
Constante de Planck	$h = 6{,}62 \times 10^{-34}\ J\ s$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}\ J\ K^{-1}$
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ W\ m^{-2}\ K^{-4}$
Constante de Hubble	$H_o = 67{,}8\ km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}$
Velocidade da luz no vácuo	$c = 2{,}998 \times 10^{8}\ m\ s^{-1}$
Permeabilidade magnética do vácuo	$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ H\ m^{-1}$
1 Jansky (Jy)	$10^{-26}\ W\ m^{-2}\ Hz^{-1}$
Constante de Wien	$k = 2{,}898 \times 10^{-3}\ m\ K$
Massa do elétron	$m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\ kg$
Massa do próton	$m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}\ kg$
1 Elétron-Volt (eV)	$1{,}60 \times 10^{-19}\ J$

1) A figura abaixo apresenta um esquema de como funciona um radiotelescópio, formado por dois interferômetros A e B.



Para alcançar uma resolução angular de $1''$ para objetos astronômicos observados em um comprimento de onda de $21\,cm$, qual deve ser a mínima distância, d, entre os radiotelescópios A e B? Considere que ambos apontam na direção da fonte, que está muito distante de nós.

(a) $d = 40{,}8\ km$

(b) $d = 41{,}4\ km$

(c) $d = 43{,}4\ km$

(d) $d = 44{,}4\ km$

(e) Em branco

Resposta – ITEM C

Diferença de caminho entre as ondas provenientes da fonte:

$$L = d\ sen\theta$$

Para identificar o objeto, é necessário se ter um máximo de interferência. Com isso:

$$d\ sen\theta = n\lambda \overset{n=1}{\Longrightarrow} d = \frac{\lambda}{sen(1/(60 \times 60))} = 43{,}4\ km$$

2) A teoria heliocêntrica, que diz que o Sol é o centro do sistema solar e planetas orbitam ao seu redor, foi formulada por...

(a) Eratóstenes

(b) Nicolau Copérnico

(c) Cláudio Ptolemeu

(d) Tycho Brahe

(e) Em branco

Resposta – ITEM B

3) Um planeta executa uma órbita circular ao redor de uma estrela cuja densidade é $\rho = 1{,}17\ g/cm^3$. O diâmetro angular da estrela visto deste planeta é conhecido, e dado por $\theta = 22'$. Com base nesses dados, qual o período de translação desse planeta?

(a) $T = 0{,}681\ anos$

(b) $T = 1{,}82\ anos$

(c) $T = 1{,}93\ anos$

(d) $T = 2{,}01\ anos$

(e) Em branco

Resposta – ITEM C

Tamanho angular da estrela: $\theta = \frac{2R}{d} \Rightarrow \frac{R}{d} = \frac{\theta}{2}$

Densidade da estrela: $R^3 = \frac{3M}{4\pi\rho}$

Da Terceira Lei de Kepler: $d^3 = \frac{GM}{4\pi^2}T^2$

Da divisão das duas últimas equações obtidas, vem:

$$\left(\frac{R}{d}\right)^3 = \frac{\frac{3M}{4\pi\rho}}{\frac{GM}{4\pi^2}T^2} = \frac{3\pi}{G\rho T^2} = \left(\frac{\theta}{2}\right)^3 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{24\pi}{G\rho\theta^3}} = 1{,}925\ anos \approx 1{,}93\ anos$$

Lembre-se de converter θ para radianos e ρ para kg/m^3.

4) Um planeta percorre uma órbita elíptica ao redor do Sol. No momento em que sua distância ao Sol é r_o, sua velocidade é v_o e o ângulo entre o vetor r_o e v_o é igual a α. Encontre as distâncias de periélio e afélio desse planeta durante seu movimento orbital. Nos itens abaixo, tome $\eta = \frac{r_o v_o^2}{GM_\odot}$.

(a) $r = \frac{r_o}{2-\eta}\left[1 \pm \sqrt{1-(2-\eta)\eta\sin^2 a}\right]$

(b) $r = \frac{r_o}{1-\eta}\left[1 \pm \sqrt{1-(1-\eta)\eta\cos^2 a}\right]$

(c) $r = \frac{r_o}{4-\eta}\left[1 \pm \sqrt{1-(4-\eta)2\eta\sin^2 a}\right]$

(d) $r = \frac{r_o}{2-\eta}\left[1 \pm \sqrt{1-(2-\eta)\eta\cos^2 a}\right]$

(e) Em branco

Resposta – ITEM A

Conservação de momento entre o ponto inicial e o periélio/afélio (não há preferência de qual escolher, pois iremos obter uma solução para os dois casos):

$$mvr_o cos(90 - \alpha) = mv_p r_p$$

Conservando energia entre os dois pontos, vem:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r_o} = \frac{mv_p^2}{2} - \frac{GMm}{r_p} \Rightarrow 2r_p^2\left(\frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r_o}\right) + 2GMr_p - v^2 sen^2\alpha\, {r_o}^2 = 0$$

Cria-se uma constante η tal que $\eta = \frac{rv^2}{GM}$. Dividindo a equação acima por v^2, conseguimos a seguinte equação quadrática:

$$2r_p^2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\eta}\right) + \frac{2GM}{r_o v^2} r_o r_p - sen^2\alpha\, {r_o}^2 = 0 \Rightarrow$$

$$2\left(\frac{r_p}{r_o}\right)^2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\eta}\right) + \left(\frac{r_p}{r_o}\right)\frac{2}{\eta} - sen^2\alpha = 0$$

$$\Delta = \frac{4}{\eta^2} + 4\left(\frac{\eta - 2}{\eta}\right) sen^2\alpha = \frac{4}{\eta^2}(1 - (2 - \eta)\eta sen^2\alpha)$$

Finalmente, conseguimos uma expressão geral para as distâncias limites dessa órbita:

$$r = \frac{r_o}{2\left[\frac{2(2-\eta)}{2\eta}\right]}\left\{\frac{2}{\eta} \pm \frac{2}{\eta}\sqrt{1 - (2 - \eta)\eta sen^2\alpha}\right\} = \frac{r_o}{2 - \eta}\left[1 \pm \sqrt{1 - (2 - \eta)\eta sen^2\alpha}\right]$$

5) Objetos estelares localizados na região inferior direita do diagrama Hertzprung-Russel terão, necessariamente, quais propriedades?

(a) Baixa magnitude absoluta e alta temperatura efetiva

(b) Baixa magnitude absoluta e baixa temperatura efetiva

(c) Alta magnitude absoluta e alta temperatura efetiva

(d) Alta magnitude absoluta e baixa temperatura efetiva

(e) Em branco

Resposta – ITEM D

Estrelas localizadas na região inferior são de baixas luminosidades e baixas temperaturas efetivas. Devido à esse fato, elas terão altas magnitudes absolutas.

6) Uma estrela A possui um pico de emissão no comprimento de onda λ_A, enquanto uma estrela B emite mais fortemente em λ_B. Sabendo que $\lambda_A > \lambda_B$, o que podemos dizer sobre as propriedades desses dois objetos?

(a) A luminosidade de A é menor que de B

(b) A temperatura efetiva de A é menor que de B

(c) A luminosidade de A é maior que de B

(d) A temperatura efetiva de A é maior que de B

(e) Em branco

Resposta – ITEM B

Lembre-se da Lei de Wien, que diz que a temperatura é inversamente proporcional ao comprimento de onda. Das informações do enunciado, podemos afirmar seguramente que a temperatura efetiva de A é menor que B – pois seu pico de emissão ocorre em um comprimento maior.

Nada podemos dizer sobre a luminosidade das estrelas, pois não temos conhecimento sobre seus raios.

7) Um cometa em órbita circular sofre uma leve perturbação em sua órbita. Como consequência, seu período aumenta em ΔT. O seu período de translação era T e seu raio orbital era a. Assumindo que $\Delta T \ll T$, o que acontecerá com o raio orbital desse cometa?

(a) Aumenta por um fator $\left(\frac{3}{2}\frac{\Delta T}{T}\right) a$

(b) Diminui por um fator $\left(\frac{3}{2}\frac{\Delta T}{T}\right) a$

(c) Aumenta por um fator $\left(\frac{2}{3}\frac{\Delta T}{T}\right) a$

(d) Diminui por um fator $\left(\frac{2}{3}\frac{\Delta T}{T}\right) a$

(e) Em branco

Resposta – ITEM C

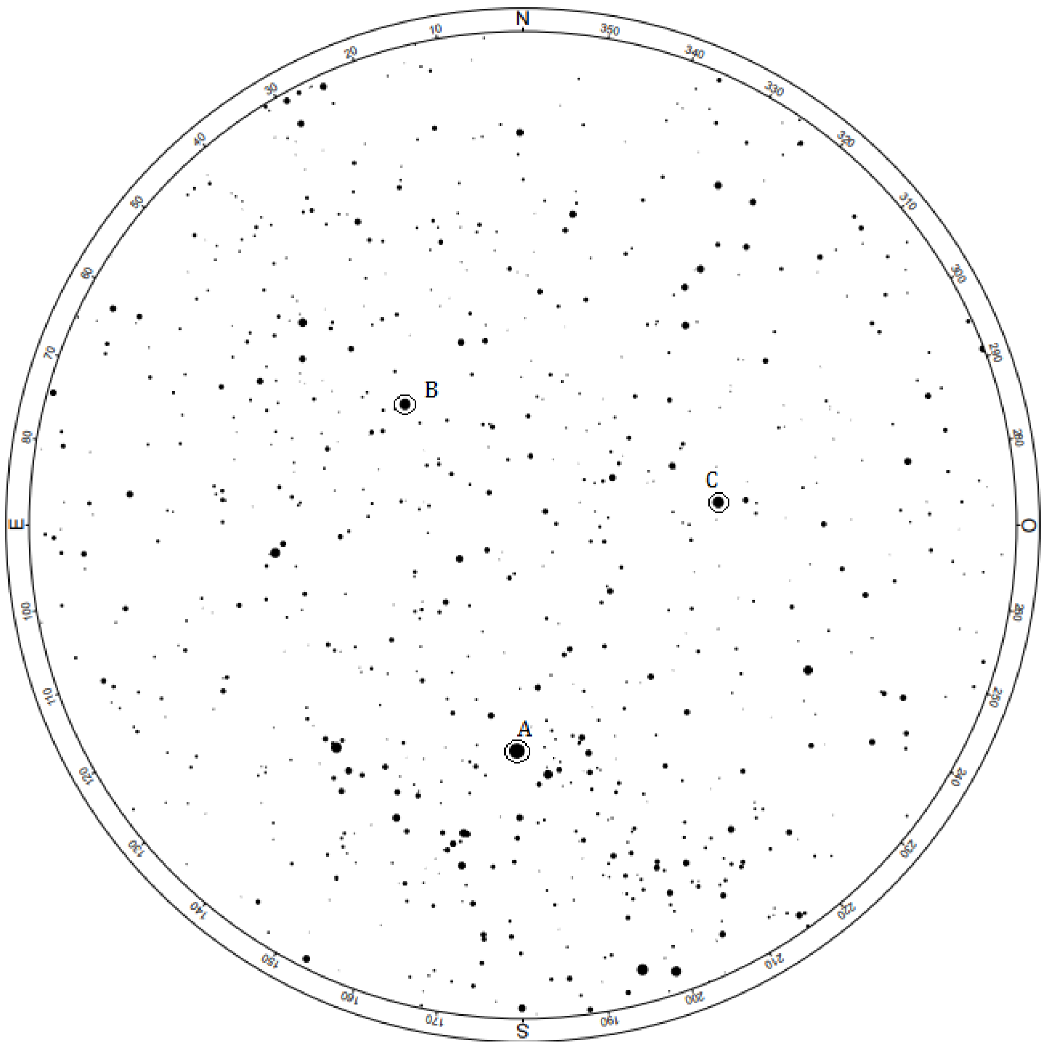
Da terceira lei de Kepler, sabemos que $\frac{a^3}{T^2} = cte$.

Assim,

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{(a+\Delta a)^3}{(T+\Delta T)^2} = \frac{a^3}{T^2}\frac{\left(1+\frac{3\Delta a}{a}\right)}{\left(1+\frac{2\Delta T}{T}\right)} = 1 + \frac{2\Delta T}{T} = 1 + \frac{3\Delta a}{a} \Rightarrow \Delta a = \frac{2}{3}\frac{\Delta \mathrm{T}}{T}a$$

Como a resposta obtida é maior que zero, acertamos a suposição de que o raio orbital aumenta. Dessa forma, o item correto é o (c).

8) O professor Heli, enquanto leciona suas famigeradas aulas, profere algumas frases a respeito de Astronomia de Posição e Magnitudes Estelares. Sabiamente, ele diz fatos que são verdade, ao mesmo passo que outros são falsos. Então, ele pede para sua turma falar quais são as afirmativas corretas.



I. A estrela A é um dos objetos estelares mais brilhantes da constelação do Escorpião.

II. A magnitude de C é maior que de B.

III. Nesse mapa, podemos ver toda a constelação do Dragão.

IV. O triângulo de verão se encontra presente nesse céu.

V. Dos planetas visíveis a olho nu, apenas dois estão acima do horizonte.

VI. A latitude dessa localização é próxima de $20°\,S$.

Feitas essas afirmações, marque o item que apresenta somente as verdadeiras.

(a) Apenas **III, IV** e **V.**

(b) Apenas **I, III, IV, V** e **VI.**

(c) Apenas **I, III, IV** e **VI.**

(d) Apenas **II** e **V.**

(e) Em branco

Resposta – ITEM A

I. Falso. O objeto A é um planeta – Júpiter para ser mais específico.

II. Falso. Arcturus é levemente mais brilhante do que Veja. Assim, sua magnitude aparente é menor.

III. Correto.

IV. Correto. Veja sobre esse asterismo em https://noic.com.br/materiais-astronomia/

V. Correto. Podemos ver dois planetas visíveis a olho nu – Saturno e Júpiter.

VI. Falso. Esse céu corresponde a uma localização ao Norte do equador.

9) Biazita está utilizando um telescópio com uma ocular de $25\,mm$, cujo aumento angular é de $52°$. A abertura dessa montagem é de $D = 450\,mm$ e razão focal $f/4$. Qual é o campo de visão deste telescópio?

(a) $\theta = 2600''$

(b) $\theta = 2800''$

(c) $\theta = 3000''$

(d) $\theta = 3200''$

(e) Em branco

Resposta – ITEM A/B

1ª Solução – Distância focal do telescópio: $f = 4 \times 450 = 1800\,mm$

Com isso, o aumento é de $A = \frac{1800}{25} = 72$. Finalmente,

$$Cv = \frac{52°}{72} \times \frac{(60 \times 60)''}{1°} = 2600''$$

2ª Solução – De forma mais precisa, temos:

$$f_{oc}\, tg\left(\frac{\theta_{ocular}}{2}\right) = f_{obj}\, tg\left(\frac{\theta_{objetiva}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\theta_{objetiva} = 2arctg\left(\frac{f_{oc}}{f_{obj}} tg\left(\frac{\theta_{ocular}}{2}\right)\right) = 2arctg\left(\frac{25}{1800} tg\left(\frac{52}{2}\right)\right) = 2794''$$

Em termos práticos, as duas formas são corretas e utilizadas na Astronomia. Em caso de dúvida, sempre utilize a segunda solução. Devido à segunda solução ser mais avançada para a seletiva online, as duas respostas seriam aceitas.

10) Por quanto tempo uma estrela similar ao Sol conseguiria se sustentar, utilizando-se apenas da energia proveniente de reações química? Assuma que cada reação libere 1 eV por átomo.

(a) 14 $mil\ anos$

(b) 16 $mil\ anos$

(c) 18 $mil\ anos$

(d) 20 $mil\ anos$

(e) Em branco

Resposta – ITEM B

Energia fornecida por cada reação química:

$$L = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{1eV}{1átomo} \times \frac{1átomo}{1{,}67 \times 10^{-27}\ kg} 1{,}99 \times 10^{30}\ kg}{3{,}83 \times 10^{26}} \times \frac{1{,}6 \times 10^{-19}}{1\ eV}$$

$$\Delta t = 15{,}7\ mil\ anos = 16\ mil\ anos$$

11) Qual item apresenta o principal motivo para a construção óptica Cassegrain ser melhor que um tubo Newtoniano?

(a) Fornecem imagens invertidas verticalmente.

(b) Coleta mais luz.

(c) Diminui aberrações esféricas quando em montagem Schimidt-Cassegrain.

(d) Tem um tubo menor.

(e) Em branco

Resposta- Item D

Para obter-se mesma distância focal, o comprimento do tubo do Cassegrain é metade do tamanho do Newtoniano.

12) Em um belo dia, as reações nucleares do Sol simplesmente pararam de acontecer! Banano, entidade suprema de todo o Universo, decide arriscar sua vida e salvar o Sistema Solar. Para isso, ele viaja até o Sol e aplica um torque τ na fotosfera com o intuito de gerar a mesma energia por segundo que a estrela gerava antes (imagine que isso possa acontecer - aliás, o Banano pode tudo). Ele exerce essa força de maneira tangencial, no equador do Sol. Por causa desse torque, nossa amada estrela terá certo período de rotação, P. Qual será, então, o valor de P? Assuma que antes desse evento o Sol não tinha movimento de rotação.

Dados: Valor do Torque aplicado, $\tau = 1{,}45 \times 10^{32}\ N \cdot m$.

Valor da luminosidade Solar, $L = 3{,}83 \times 10^{26}\ W$

(a) $P = 4{,}38\ dias$

(b) $P = 13{,}8 dias$

(c) $P = 27{,}5\ dias$

(d) $P = 29{,}7\ dias$

(e) Em branco

Resposta – ITEM C

Energia fornecida por Banano: $Pot = Fv = \frac{\tau}{R}\omega R = \tau\omega = \tau\left(\frac{2\pi}{T}\right)$

Daí,

$$T = \frac{2\pi\tau}{L} = \frac{2\pi \times 1{,}45 \times 10^{32}}{3{,}83 \times 10^{26}} = 27{,}5\ dias$$

13) Massas estelares determinam a evolução estelar. Cientistas costuma classificar estrelas em três categorias, com base em sua massa. Sobre esse assunto, são feitas 4 afirmações.

I. Estrelas massivas possuem vidas curtas, são quentes o bastante para produzir ferro e terminam em explosões nova.

II. Estrelas massivas possuem maiores temperaturas no núcleo e fusão mais rápida, fazendo com que elas sejam mais luminosas.

III. Estrelas de baixa massa possuem vidas longas, são quentes o bastante para fundir núcleos de carbono e terminam como anãs brancas.

IV. Estrelas de massa intermediária conseguem produzir elementos mais pesados que o carbono e terminam seu ciclo evolutivo como anãs brancas.

Quais afirmações são verdadeiras?

(a) Apenas **II** e **IV**.

(b) Apenas **I, II** e **IV.**

(c) Apenas **I** e **III**.

(d) Todas estão corretas.

(e) Em branco

Resposta – ITEM B

O item **III** é falso, pois estrelas de baixa massa não possuem temperatura alta o bastante para fundir núcleos de carbono.

14) Dentre as várias possibilidades para um eclipse lunar, existem duas em especial. Quando a Lua está no perigeu ($d_{L-T}^{perigeu} = 363300\ km$) e quando ela está no apogeu ($d_{L-T}^{(apogeu)} = 405500\ km$). Como se comparam os efeitos de maré entre essas duas posições? Tome como F_a e F_p as forças de maré nas posições de apogeu e perigeu, respectivamente.

(a) $\frac{F_a}{F_p} = 1{,}179$

(b) $\frac{F_p}{F_a} = 1{,}116$

(c) $\frac{F_p}{F_a} = 1{,}246$

(d) $\frac{F_p}{F_a} = 1{,}391$

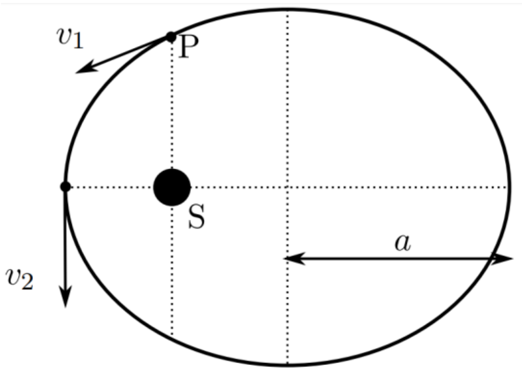
(e) Em branco

Resposta – ITEM B

O efeito de maré é proporcional à r^{-3}, em que r é a distância entre os objetos analisados.

A partir disso, temos $\frac{F_a}{F_p} = \left(\frac{r_p}{r_a}\right)^3 = \left(\frac{363300}{405500}\right)^3 = 0{,}89959 \Rightarrow \frac{F_p}{F_a} = 1{,}116$

15) Um planeta orbita uma estrela S, como mostra a figura. O semieixo maior da órbita é a. Sabe-se também que o periélio mede $0{,}5a$. Quando o planeta passa pelo ponto P (que está sob a reta que está sob a estrela e perpendicular ao eixo maior), sua velocidade é v_1. Qual é a velocidade v_2 quando ele passa pelo periastro?



(a) $v_2 = \frac{3}{\sqrt{7}} v_1$

(b) $v_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} v_1$

(c) $v_2 = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} v_1$

(d) $v_2 = \frac{3}{\sqrt{5}} v_1$

(e) Em branco

Resposta – ITEM D

A soma das distâncias dos focos até um ponto qualquer na elipse é constante e igual a $2a$. Como o argumento do ponto P é $\theta = 90°$, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras e encontrar a distância x até a estrela:

$$x^2 + (0{,}5a + 0{,}5a)^2 = (2a - x)^2 = 4a^2 - 4ax + x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4ax = 3a^2 \Rightarrow x = \frac{3}{4}a$$

Assim, a energia de uma órbita elíptica será escrita da seguinte forma:

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{GMm}{\frac{3}{4}a} = -\frac{GMm}{2a} \Rightarrow v_1^2 = \frac{GM}{a}\left(\frac{8}{3} - 1\right) = \frac{\mu}{a}\frac{5}{3}$$

Analogamente, $v_2^2 = \frac{\mu}{a}\left(\frac{2}{\frac{1}{2}} - 1\right) = 3\frac{\mu}{a}$

Assim, $v_2^2 = \frac{3}{5}v_1^2 \times 3 \Rightarrow v_2 = \frac{3}{\sqrt{5}}v_1$

16) Uma fonte de rádio no centro de uma galáxia ativa tem um diâmetro angular de $0{,}001''$ e um redshift de $z = 0{,}500$. Calcule o diâmetro dessa fonte. Use $H_o = 67{,}8\ km/s/Mpc$.

Dado – velocidade radial de um objeto em função do comprimento de onda:

$$v_r = c\,\frac{\left(\frac{\lambda}{\lambda_o}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\lambda}{\lambda_o}\right)^2 + 1}$$

(a) $D = 8{,}00\ Mpc$

(b) $D = 8{,}25\ Mpc$

(c) $D = 8{,}50\ Mpc$

(d) $D = 8{,}75\ Mpc$

(e) Em branco

Resposta – ITEM B

Pela lei de Hubble-Lemaître, temos que $v_r = H_o d$

Assim, da equação dada, obtemos $d = \frac{c}{H_o}\frac{(z+1)^2-1}{(z+1)^2+1}$

Tamanho angular da galáxia: $\theta = \frac{2R}{d} = \frac{D}{d} \Rightarrow D = \theta d$

Finalmente, escrevemos:

$$D = \frac{\theta c}{H_o}\frac{(z+1)^2-1}{(z+1)^2+1} = \frac{\left(\frac{0{,}001}{206265}\right)\times 3\times 10^8}{\frac{67{,}8\times 10^3}{3{,}0856\times 10^{22}}} \times \frac{(0{,}5+1)^2-1}{(0{,}5+1)^2+1} \times \frac{1\,pc}{3{,}0856\times 10^{16}\,m}$$

$$\therefore D = 8{,}25\,pc$$