Gabarito

Lista de fotometria do curso NOIC de astronomia

Por Lucas Shoji

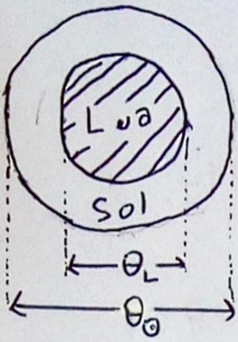
Qualquer dúvida mande para rukalucas@outlook.com :)

Para mais conteúdo, acesse https://noic.com.br/olimpiadas/astronomia/

Núcleo Olímpico de Incentivo ao Conhecimento, 27/04/2020

1) Lua: $F_L = \alpha_L \cdot \frac{L_\odot}{4\pi r_{\oplus\odot}^2} \cdot \frac{\pi R_L^2}{4\pi r_{\oplus L}^2} = 8,79 \cdot 10^{-4}\ W/m^2$

Sol no Eclipse:



$$F_\odot = \frac{L_\odot}{4\pi r_{\oplus\odot}^2} \cdot \frac{\pi(\theta_\odot/2)^2 - \pi(\theta_L/2)^2}{\pi(\theta_\odot/2)^2}$$

$$\frac{\theta_\odot}{2} = \frac{R_\odot}{r_{\oplus\odot}} = 4,65 \cdot 10^{-3}\ rad\ ;\ \theta_L = \frac{R_L}{a_L(1+e_L)} = 4,30 \cdot 10^{-3}\ rad$$

$\rightarrow F_\odot = 199\ W/m^2 \gg F_L \rightarrow$ $\boxed{\text{O eclipse é mais brilhante.}}$

2) $F_{GRB} = \frac{10^{-8}\ J}{0,5\ m^2} \cdot \frac{1}{\Delta t} = \frac{E}{4\pi (10^3\ Mpc)^2} \cdot \frac{1}{\Delta t} \rightarrow \boxed{E = 2 \cdot 10^{44}\ J}$

3) Asteroide:

distância mínima do Sol.

$$\frac{F_{A\,max}}{F_{A\,min}} = \frac{F_{\odot\,max}}{F_{\odot\,min}} \cdot \frac{\alpha_A \cdot \frac{\pi R_A^2}{4\pi r_{min}^2}}{\alpha_A \cdot \frac{\pi R_A^2}{4\pi r_{max}^2}}$$

Como $F_\odot \propto r^{-2}$, $\frac{1/r_{min}^2}{1/r_{max}^2} = \frac{F_{\odot\,max}}{F_{\odot\,min}}$.

Assim:

$$\frac{F_{A\,max}}{F_{A\,min}} = \left(\frac{F_{\odot\,max}}{F_{\odot\,min}}\right)^2 \xrightarrow[\text{Log}]{\text{escala}} \Delta m = 2\Delta m_\odot \rightarrow \boxed{\Delta m_\odot = \frac{\Delta m}{2}}$$

4) $M_{TS} - M_S = -2{,}5\log 10^6 \rightarrow M_{TS} = -9$

↓

Magnitude Total de 10^6 ★ de M_S.

$$M_{T\odot} - M_{\odot} = -2{,}5\log 10^3 \rightarrow M_{T\odot} = -6{,}5$$

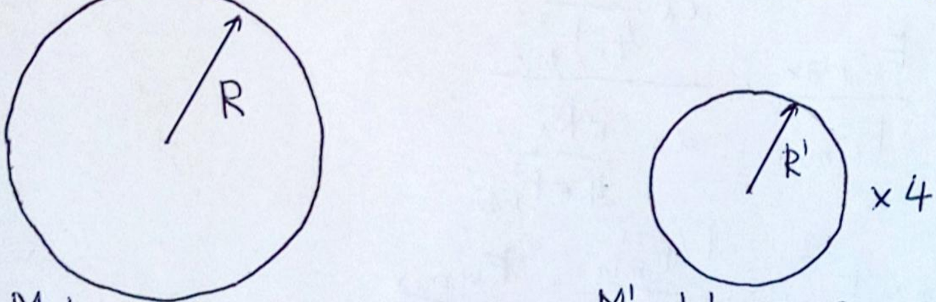
Analogamente a um sistema binário com $M_1 = M_{TS}$ e $M_2 = M_{T\odot}$:

substituir.

$$\frac{F_{TS}}{F_{T\odot}} = 10^{-0{,}4(M_{TS}-M_{T\odot})} \rightarrow M = M_{T\odot} - 2{,}5\log\left(\frac{F_{TS}}{F_{\odot V}} + 1\right) = -9{,}1$$

$$m = M + 5\log\left(\frac{d}{10pc}\right) + A = 7{,}9 > 6 \rightarrow$$ **Não coseguimos enxergar.**

5) Estrela Original → Estrelas Resultantes



M, L, T, ρ $\qquad$ M', L', T, ρ

$$M = 4M' \rightarrow \rho\left(\frac{4\pi}{3}R^3\right) = \rho\left(\frac{4\pi}{3}R'^3\right)\cdot 4 \rightarrow R' = \frac{R}{\sqrt[3]{4}}$$

$$\frac{4L'}{L} = \frac{4\cdot T^4\cdot R'^2}{T^4\cdot R^2} = \frac{4}{4^{2/3}} = \sqrt[3]{4} = \frac{F'}{F}$$ fluxo do sistema.

$$m' = m - 2{,}5\log\left(\frac{F'}{F}\right) \rightarrow \boxed{m' = 2{,}5 < m}$$ → **A estrela ficou mais brilhante.**

~~6~~) 9 $F \propto N$ = Número de gatinhos c/ olhos abertos.

Quando um gato pisca, $N' = N_o - 1$

↳ original

Pogson:

$$24{,}52 - 24{,}32 = -2{,}5\log\left(\frac{N-1}{N}\right) \rightarrow \boxed{N=6}$$

~~7~~) 6 $F \propto F_\nu \rightarrow \frac{F}{F_0} = \underbrace{\frac{14{,}27\ Jy}{21{,}86\ Jy}}_{} = e^{-\tau} = \underbrace{e^{-\tau_z \sec z}}_{}$ →

↳ $z = 90^\circ - 35^\circ$

↳ $\boxed{\tau_z = 0{,}24}$

~~8~~) 7 T_V: Potência que entra em Vênus = Potência que sai de Vênus (corpo negro)

↳ $$\frac{L_\odot}{4\pi r_V^2}\,\pi R_V^2 = 4\pi R_V^2\,\sigma T_V^4 \rightarrow T_V = 328{,}5\,K$$

↳ em rads

$$S_\nu = B_\nu \cdot \Omega_\nu = \underbrace{\frac{2\nu^2 k_B T}{c^2}} \cdot \pi\left(\frac{66''}{2}\right) \rightarrow \boxed{S_\nu = 80{,}7\ Jy}$$

Rayleigh-Jeans; $\nu \gg \nu_{max}$ = ν de máxima emissão.

~~9~~) 8 A menor distância até o corpo é de $3-1=2UA$. (com maior fluxo)

$$F = \frac{L_\odot}{4\pi(3UA)^2}\cdot\frac{\pi R^2}{2\pi(2UA)^2} = \frac{L_\odot R^2}{8\pi(6UA^2)^2}$$ (continua...)

↳ Só espalha fluxo para 1 hemisfério.

8 (cont.))

$$m = m_{\odot} - 2{,}5\log\left(\frac{F}{F_{\odot}}\right) = m_{\odot} - 2{,}5\log\left(\frac{L_{\odot}\,^{2}/(8\pi(6UA^2))}{L_{\odot}/(4\pi\, UA^2)}\right) \rightarrow$$

$$\hookrightarrow m = m_{\odot} - 5\log\left(\frac{R}{\sqrt{72}\,UA}\right) = m_{Lim} = 6 + 5\log\left(\frac{R}{R_{olho}}\right) \rightarrow$$

m_{Lim}: mag. limite do telescópio

$R_{olho} \approx 7\,mm$

$$\hookrightarrow R = 40m \rightarrow D = 2R \rightarrow \boxed{D = 80m}$$

10) a) $f = 3631 \cdot 10^{-0{,}4\, m_V}\, Jy = \frac{N_0 \cdot h \cdot \nu}{\Delta\nu \cdot 1m^2 \cdot 1s} \rightarrow \boxed{N_0 = 12180}$

Energia

$\Delta\nu$: $\hookrightarrow 80nm = \Delta\lambda$

b) $m_V' = m_V - 2{,}5\log\left(\frac{0{,}5 \cdot F}{F}\right) = 15{,}75$

$\hookrightarrow$ depois da extinção

$$m_{céu} = \mu - 2{,}5\log\frac{A}{arcsec^2} = \mu - 2{,}5\log\left(\pi\left(\frac{2''}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{arcsec^2}\right) = 20{,}76$$

$$m_V' - m_{céu} = -2{,}5\log\left(\frac{N_\star}{N_{céu}}\right) \rightarrow \boxed{\frac{N_\star}{N_{céu}} = 100}$$

c) $m_V' - m_{\odot} = -2{,}5\log\left(\frac{N \cdot h \cdot \nu \cdot 0{,}2^{-1}}{\pi\left(\frac{2m}{2}\right)^2} \cdot \frac{4\pi\, d_{\oplus\odot}^2}{L_{\odot}}\right) \rightarrow$

$\hookrightarrow \boxed{N = 3810}$

11) A, E $\rightarrow$ extinção e avermelhamento no caminho de uma estrela até a outra.

$$A \propto \lambda^{-1{,}3} \rightarrow \frac{E_{B-V}}{A_V} = \frac{A_B - A_V}{A_V} = \frac{A_B}{A_V} - 1 = \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_V}\right)^{-1{,}3} - 1 \rightarrow$$

$\hookrightarrow E_{B-V}/A_V = 2{,}97^{-1}$ (continua ...)

11) (cont.) $E_{B-V} = (B_2 - V_2) - (B_1 - V_1) = 1$ →

↳ $A_V = E_{B-V} \cdot 2{,}97 = 2{,}97 \rightarrow V_2 - V_1 = 5\log\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + A_V$

↳ $\boxed{\frac{d_2}{d_1} = 2{,}55}$

12) Primeira estrela:

$E_{B-V} = A_B + A'_B - \underbrace{A_V}_{\text{pela distância}} - \underbrace{A'_V}_{\text{causada pela PN.}} = (B-V) - (B-V)_0$

$E_{U-V} = A_U + A'_U - A_V - A'_V = (U-V) - (U-V)_0$

$E_{U-B} = A_U + A'_U - A_B - A'_B = E_{U-V} - E_{B-V}$

Fazendo $A_i = a_i \cdot 50\,pc$, obtemos $(A'_B - A'_U) = 0{,}0055$, $(A'_B - A'_V) = 0{,}0155$ e $(A'_U - A'_B) = 0{,}0100$.

Para a segunda anã branca, a extinção pela nebulosa planetária será duplicada (pois percorre toda a PN, não só a metade) e a extinção no caminho restante será triplicada (pois $A \propto d$ e $150\,pc = 3 \cdot 50\,pc$)

$(B-V)_2 = (B-V)_0 + 3(A_B - A_V) + 2(A'_B - A'_V) = 0{,}366$

$(U-V)_2 = (U-V)_0 + 3(A_U - A_V) + 2(A'_U - A'_V) = 0{,}425$

$(U-B)_2 = (U-V)_0 - (B-V)_0 + 3(A_U - A_B) + 2(A'_U - A'_B) = 0{,}060$

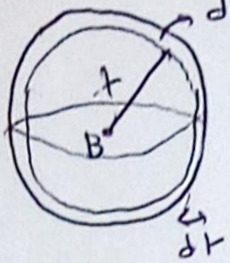
↳ $\boxed{(B-V)_2 = 0{,}366 \quad (U-V)_2 = 0{,}425 \quad (U-B)_2 = 0{,}060}$

13) Astrônomo: $M_A = M_0 - 2{,}5\log N$

a) $m_A = M_A + 5\log\left(\frac{d}{10pc}\right) = M_0 - 2{,}5\log N + 5\log\left(\frac{d}{10pc}\right)$

Biólogo: O fluxo de um elemento de volume dV no aglomerado será:

$dV = 4\pi r^2 dr$



$$dF = \underbrace{dN}_{\text{número de ★ no } dV} \cdot \frac{L_0}{4\pi r^2} = \underbrace{\rho}_{\text{dens. numérica}} \cdot 4\pi r^2 dr \frac{L_0}{4\pi r^2} \to \int_0^{F_B} dF = \int_0^R \rho L_0 dr \to$$

$$\hookrightarrow F_B = \rho L_0 R = \frac{N}{\frac{4\pi}{3}R^3} L_0 R = \frac{3NL_0}{4\pi R^2}$$

Como $\alpha = \frac{2R}{D} \to R = \frac{\alpha D}{2}$; $F_B = \frac{3NL_0}{\pi\alpha^2 D^2}$

$$m_B = M_0 - 2{,}5\log\left(\frac{3N\cancel{L_0}}{\pi\alpha^2 D^2}\cdot\frac{4\pi(10pc)^2}{\cancel{L_0}}\right) = M_0 - 2{,}5\log\left(\frac{3N}{\alpha^2}\right) + 5\log\left(\frac{D}{10pc}\right)$$

$$\hookrightarrow \boxed{m_B - m_A = -2{,}5\log\left(\frac{12}{\alpha^2}\right)}$$

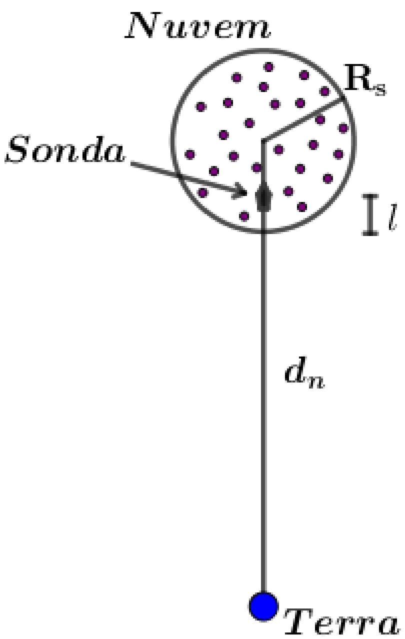
b) $F_B' = \underbrace{\frac{3NL_0}{\pi\alpha^2 D^2}}_{F_B}\cdot\frac{\pi\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2}{4\pi} = \frac{3NL_0}{16\pi D^2}$

$F_A = \frac{NL_0}{4\pi D^2} \to m_A - m_B' = -2{,}5\log\left(\frac{F_A}{F_B}\right) = -2{,}5\log\left(\frac{4}{3}\right) \to$

$$\hookrightarrow \boxed{m_A - m_B' = -0{,}31}$$

Questão14. Nuvem Interplanetária Estranha **(Gabarito do T3 2019)**

Considerando a nuvem esférica, podemos esquematizar a situação da sonda adentrando a nuvem da seguinte maneira, em que l é a distância percorrida na nuvem pela sonda:



l é $v_s(t - t_0)$ e definiremos o instante inicial t_0 como 0

a) A magnitude da sonda vista da Terra tomando como referência o Sol é:

$m_s = m_{\odot} + 2{,}5\log\left(\frac{F_{\odot}}{F_s}\right)$, sendo F_s o fluxo luminoso da sonda vista da Terra

O fluxo da sonda será: $F_s = \frac{L_s(l)}{4\pi d^2}$, em que d é a distância da Terra a sonda e $L_s(t)$ é a luminosidade da sonda vista por um observador fora da nuvem (com a direção da linha de visada sendo a mesma da direção do deslocamento da sonda) em função da distância l percorrida pela sonda dentro da nuvem

Pela geometria da situação: $d = d_n - R_s + l \Rightarrow d = d_n - R_s + v_s t \Rightarrow$

$$F_s = \frac{L_s(t)}{4\pi(d_n - R_s + v_s t)^2}$$

(pausa para explicar profundidade óptica, se já souber pule)

A fração de certa quantidade de luz bloqueiada após passar por uma região de absorvedores de comprimento L é definida como profundidade óptica.

Vamos considerar que uma quantidade E de luz passa por um cilíndro de comprimento L, com base de área A e contendo uma densidade numérica n de absorvedores de raio r.

A seção de choque de cada absorvedor é $\sigma = \pi r^2$, por simplicidade.

O volume do cilíndro é LA, então a quantidade de absorvedores será nLA

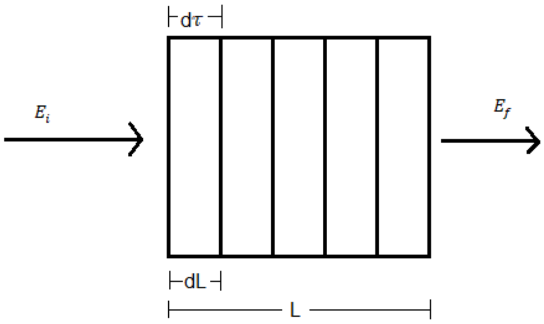
Consideremos o caso de que os absorvedores não se sombreiam na direção do feixe de luz:

A área total σ_{total} que os absorvedores bloqueiarão será $\sigma_{total} = nLA\sigma$

A fração de luz bloqueada após passar pelo cilindro e, portanto, profundidade óptica τ do cilindro será $\tau = \frac{\sigma_{total}}{A} \Rightarrow \tau = nL\sigma$

A utilização da hipótese acima (os absorvedores não se sombreiam na direção da luz) só será válida para regiões de baixa densidade numérica de absorvedores.

A maneira mais geral de encontrar a profundidade óptica é avaliar quanto de luz é bloqueada a cada camada dL passada



Em cada camada dL podemos considerar que os absorvedores não se sombreiam, então a variação de energia ao passar por cada camada será:

$$dE = -d\tau E$$

$$\frac{dE}{E} = -d\tau$$

Integrando ambos os membros:

$$\int_{E_i}^{E_f} \frac{dE}{E} = \int_0^{\tau} -d\tau \Rightarrow \ln\left(\frac{E_f}{E_i}\right) = -\tau \Rightarrow E_f = e^{-\tau} E_i$$

Isso nos leva a: $L_f = e^{-\tau} L_i$

(aqui acaba a pausa para explicar profundidade óptica)

Pelos nossos conhecimentos em profundidade óptica, sabemos que $L_s(t) = e^{-\tau(t)} L_s$, em que $\tau(t)$ é a profundidade óptica da camada de comprimento l adentrada pela sonda na nuvem, assim: $\tau(t) = nl\sigma$, em que σ é a seção de choque das partículas de raio r da nuvem, por fim: $\tau(t) = nv_s t\pi r^2$

Logo: $L_s(t) = e^{-nv_s t\pi r^2} L_s$

Dessa maneira, o fluxo da sonda em função do tempo será:

$$F_s = \frac{e^{-nv_s t\pi r^2} L_s}{4\pi(d_n - R_s + v_s t)^2}$$

Portanto, a magnitude da sonda em função do tempo será:

$$m_s = m_\odot + 2{,}5\log\left(\frac{F_\odot}{F_s}\right) \Rightarrow m_s = m_\odot + 2{,}5\log\left(F_\odot \cdot \frac{4\pi(d_n - R_s + v_s t)^2}{L_s e^{-nv_s t\pi r^2}}\right)$$

$$m_s = m_\odot + 2{,}5\log\left(\frac{4\pi(d_n - R_s + v_s t)^2}{L_s} F_\odot\right) + 2{,}5nv_s t\pi r^2 \log(e)$$

b) Como dito, a magnitude aumenta de maneira mais drástica e intensa durante 2,6s, então a sonda percorre diametramente a nuvem em 2,6s, isto é, $2R_s = v_s \cdot 2{,}6 \Rightarrow R_s = 1{,}3 \cdot 0{,}05c \Rightarrow R_s = 19500km$

c) Desconsiderando a mudança de fluxo da sonda quando vista da Terra entre o início e o fim da passagem pela nuvem, a variação da magnitude é produzida apenas pela extinção de parte da luz da sonda pela nuvem, isto é:

$$\Delta m = 2{,}5n \cdot 2R_s \cdot \pi r^2 \log(e)$$

$$0{,}08 = 2{,}5 \cdot n \cdot 2 \cdot 1{,}95 \cdot 10^7 \cdot \pi \cdot (0{,}3 \cdot 10^{-6})^2 \cdot \log(e)$$

Logo:

$$n = 6682\ partículas/m^3$$

15) Quando estamos no núcleo do cometa, o brilho superficial dele vai diminuir, por não valer mais a aproximação plana da superfície esférica. Com isso, podemos calcular o brilho superficial máximo, ou a magnitude superficial mínima associada:

$$\mu = m + 2,5 \log\left(\frac{A}{arcsec^2}\right) = m + 2,5\log\left(\frac{(10 \cdot 1) \cdot 3600^2 arcsec^2}{arcsec^2}\right) \rightarrow$$

$\hookrightarrow \mu = 18,8 \ mag/arcsec^2$

o que é bem mais escuro que uma noite de Lua cheia, e somente um pouco mais claro que a noite sem Lua ($\mu = 21,8 \ mag/arcsec^2$)

Logo, $\boxed{\text{podemos facilmente observar estrelas}}$

FIM

Alguma dúvida? Mande para rukalucas@outlook.com.