NOIC question

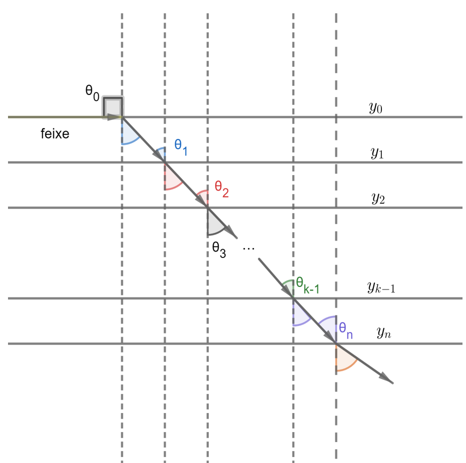
Romana Severo Galvão

October 27, 2020

1 Intermediário

Pelo o que foi dito no enunciado, o feixe de luz incidirá horizontalmente e no ponto $(0, 0)$.Cada valor de y mudará a trajétório do feixe, logo, o valor entre dois valores de y_{k-1} e y_k será como se fosse um meio com índice de reflação n_k. Perceba que $y_k > y_{k-1}$ sem perda de generalidade, teremos $y_k - y_{k-1} = t$, t.q. t tende ao infinito, por se tratar até mesmo de espaço infitesimamentes pequenos entre pontos vizinhos nos eixos y ou x. Perceba o desenho colocado anexado, pela lei de snell, concluímos que:

Figure 1: Figura 1 - representação da trajetória do feixe



$$n_0 \cdot \sin(\theta_0) = n_1 \cdot \sin(\theta_1)$$

$$n_1 \cdot \sin(\theta_1) = n_2 \cdot \sin(\theta_2)$$

$$\vdots$$

$$n_{(n-1)} \cdot \sin(\theta_{(n-1)}) = n_n \cdot \sin(\theta_n)$$

Logo, multiplicando de um lado com o outro, temos que:

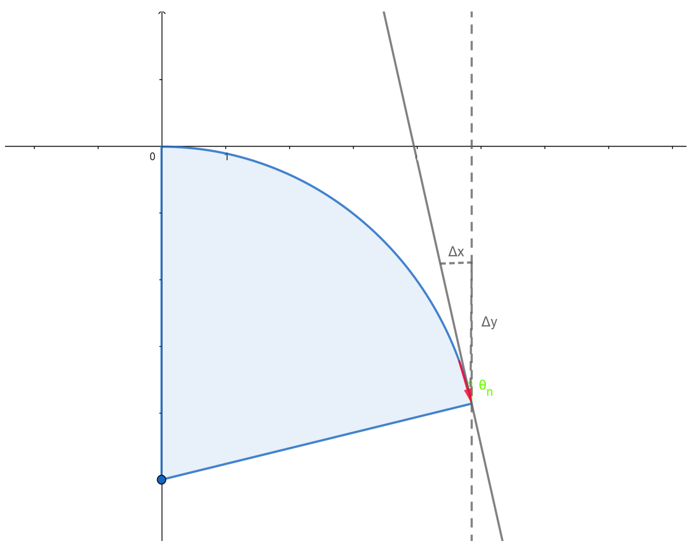
$$n_0 \cdot \sin(\theta_0) = n_n \cdot \sin(\theta_n)$$

Considerando as informações do enunciado, a luz faz uma trajetória circular, logo, podemos determinar que pode ser descrita como uma circunferênci descrita no plano cartesiano. Assim, também determinando que o centro dela é $(0, R)$, já que o primeiro fiexe de luz é perpendicular a uma reta traçada pelo seu centro, podemos determinar que está sobre algum lugar do eixo y, t.q. como aquele ponto é o um ponto da circunferência, a distância do centro até ele é R. Sendo assim:

$$x^2 + (y - R)^2 = R^2$$

Ou melhor, $x = \sqrt{2yR - y^2}$. Outra coisa importante é o ângulo. Os ângulos de incidência serão como se fosse a inclinação da circunferência referente ao eixo x como é visto na figura. Logo, podemos definir que:

Figure 2: Figura 2 - Inclinação do feixe em um determinado instante



$$tan\theta_n = \frac{\delta x}{\delta y}$$

Isso nada mais é que:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{d(\sqrt{2yR - y^2})}{dy}$$

Desenvolvendo essa derivada pela regra da cadeia temos que:

$$tan(\theta_n) = \frac{df(y)}{dy} = \frac{R - y}{\sqrt{2yR - y^2}}$$

Como $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$:

$$1 + \frac{1}{tan^2(\theta)} = \frac{1}{sen^2(\theta)} \Rightarrow \frac{1}{sen^2(\theta)} = 1 + \frac{1}{(\frac{(R-y)}{\sqrt{(2yR-R^2)}})^2}$$

Desenvolvendo isso,

$$\frac{1}{\sin^2(\theta)} = \frac{R^2}{(R-y)^2} \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{R - y}{R}$$

Logo:

$$n_n = \frac{\sin(\frac{\pi}{2}) \cdot n_0}{\sin(\theta_n)} = \frac{n_0 \cdot R}{R - y}$$