Escrito por Paulo Henrique e Wanderson Faustino

SIMULADO NOIC – OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA

3ª FASE – 24 DE SETEMBRO DE 2020

NÍVEL 2
Ensino Médio
1ª e 2ª séries

LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES ABAIXO:

1 – Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos das **1ª e 2ª séries do Ensino Médio**. Ela contém **doze** questões. Cada questão tem valor de 10 pontos e a prova um total de 80 pontos (máximo oito questões respondidas).

2 - Os alunos da 1ª série podem escolher livremente oito questões para responder. Alunos da 2ª série devem responder as oito questões não indicadas como "exclusiva para alunos da 1ª série".

3 - O **Caderno de Respostas** possui instruções que devem ser lidas cuidadosamente antes do início da prova.

4 - Todos os resultados numéricos devem ser expressos em unidades no Sistema Internacional e seguindo as instruções específicas da questão.

5 - A duração desta prova é de **quatro** horas, devendo o aluno permanecer na sala por **no mínimo sessenta minutos**. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: $\pi = 3$; $sen(30°) = 0{,}50$; $cos(30°) = 0{,}85$; $sen(45°) = 0{,}70$; $\sqrt{2} = 1{,}4$; $\sqrt{3} = 1{,}7$; $\sqrt{5} = 2{,}2$; a gravidade terrestre na superfície é $g = 10\, {}^{m}/{}_{s^2}$; a constante de gravitação universal é $G = 7{,}00 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$; velocidade da luz no vácuo $c = 3{,}00 * 10^8\, \frac{m}{s}$; o índice de refração da luz no ar é $n_{ar} = 1{,}00$; $1atm = 1{,}00 * 10^5 Pa$; a densidade da água líquida é $\rho = 1{,}0\ {}^{g}/{}_{cm^3}$; o coeficiente de Poisson é $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, onde C_P é a capacidade calorífica molar a pressão constante, e C_V é a capacidade calorífica molar a volume constante; se $|x| \ll 1$, então $(1+x)^n \approx 1 + nx$.

Questão 1 (exclusiva para alunos da 1ª série). A duração máxima de um eclipse solar total na superfície da Terra é $t = 449\, s$. Durante esse tempo, a tira de terra coberta pela sombra da lua na superfície Terrestre tem comprimento $d = 267\, km$. Determine a duração máxima do eclipse para um passageiro dentro de um avião que se move com velocidade v = 903 km/h. Despreze a altura do avião em relação a superfície da Terra.

Questão 2 (exclusiva para alunos da 1ª série). Uma azeitona ideal é uma esfera perfeita contendo em seu interior uma semente esférica de raio $r_{1.} = 3{,}00\, mm$. A densidade de uma azeitona ideal é igual a densidade de salmoura $\varrho_s = 1{,}21\, kg/m^3$. de tal forma que flutuaria em repouso numa lata contendo salmoura. Considere uma lata cilíndrica aberta de azeitonas mergulhadas em salmoura com base de raio $R = 3{,}10\, cm$. Ao removermos a semente de uma azeitona, o resto das azeitonas flutuam na superfície de salmoura e essa superfície desce $\Delta h = 4{,}00\,.10^{-5}\, m$ no processo. Qual é a densidade da semente? Assuma que a salmoura preencha o buraco criado ao remover a semente.

Questão 3 (exclusiva para alunos da 1ª série). Sobre um plano horizontal infinito estão apoiadas um conjunto de bolas de bilhar, alinhadas em uma mesma direção. Considere que a quantidade de bolas é muito grande (tendendo ao infinito).

As massas das bolas seguem uma relação de progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$. A primeira bola possui massa $\frac{m_0}{2}$, a segunda bola possui massa $\frac{m_0}{4}$, a terceira bola possui massa $\frac{m_0}{8}$, e assim por diante.

As bolas estão alinhadas em ordem decrescente de massa.

Inicialmente todas elas estão em repouso, até que outra bola de bilhar, de massa m_0, se movendo com velocidade v_0 na mesma direção do alinhamento das outras bolas, colide frontalmente com a primeira bola (de massa $\frac{m_0}{2}$).

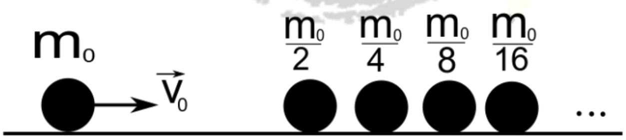

Figura 1: Representação do sistema.

As outras massas começam então a colidir, após a primeira colisão, adquirindo então energia cinética. Considere que as massas não colidam duas vezes entre si, e que o coeficiente de restituição entre todas as colisões é $e = \frac{1}{4}$.

Sendo E_0 a energia cinética inicial do sistema, e E a energia final do sistema, calcule a razão: $\frac{|E - E_0|}{E_0}$.

Questão 4 (exclusiva para alunos da 1ª série). É muito importante o conceito de centro de massa de um sistema em Mecânica Clássica. Utilizando esse ponto notável, é possível simplificar problemas em que o movimento das partículas individuais é bastante complicado. Sua definição é a seguinte: dado um sistema de N partículas (distribuição discreta) de massas $m_1, m_2, \ldots, m_N$ e posições $x_1, x_2, \ldots, x_N$ definimos o centro de massa desse sistema como sendo o ponto do espaço de coordenada

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots + m_N x_N}{m_1 + m_2 + \cdots + m_N}.$$

As coordenadas y e z do centro de massa são obtidas de forma análoga. Para objetos homogêneos que contém simetria, muitas vezes o centro de massa coincide com o centro geométrico, como é o caso de um quadrado ou triângulo homogêneo, por exemplo. Nesse problema, obteremos o centro de massa de um objeto fractal. Esse objeto é obtido da seguinte forma: a partir de um triângulo equilátero de lado l, inserimos, dentro dele, um triângulo equilátero homogêneo de lado $l/2$ com vértices nos pontos médios dos lados. Em seguida, repetimos o processo anterior para os dois triângulos inferiores que dividem o triângulo maior. Esse processo é repetido indefinidamente. Determine a distância vertical entre o centro de massa do objeto fractal e a base do triângulo original.

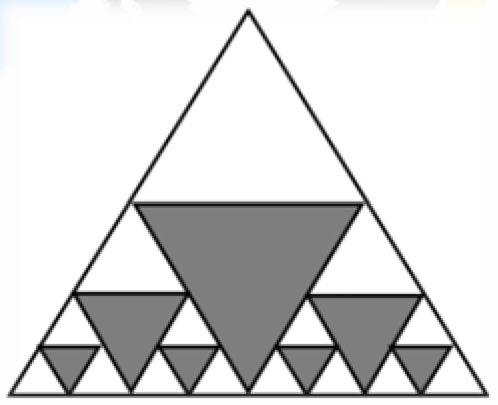

Figura 2: Triângulo fractal.

Questão 5. Uma rã deseja pular uma casa com as dimensões apresentadas na **Figura 2**. A rã pode pular de qualquer posição que ela desejar.

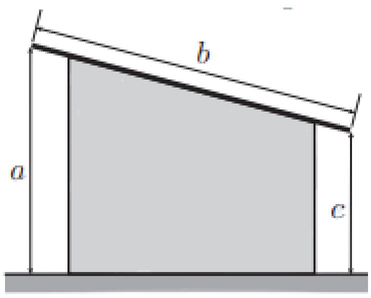

Figura 3: Representação do sistema

Qual a menor velocidade necessária para que a rã consiga executar esse salto? Considere a gravidade local g.

Questão 6. Frentes de onda plana, de comprimento de onda λ, incidem num conjunto de três fendas, com a do centro situando-se a uma distância d das demais conforme a figura. A uma distância $D \gg d$,um anteparo registra o padrão de interferência gerado pela difração da onda devido às fendas.

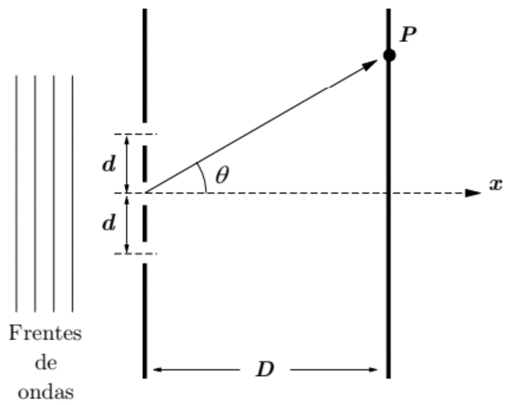

Figura 4: Representação do sistema.

(a) Qual a razão entre a intensidade da franja clara central e a das franjas claras vizinhas?

(b) Quais os ângulos θ_n para os quais ocorrem franjas escuras?

Questão 7. Um recipiente em forma de tronco de cone possui água em seu interior até uma altura $h = 500\ cm$. O raio da base do recipiente é $r = 10\ cm$, e o raio da superfície livre é $R = 100\ cm$. Inicialmente a base está tampada, de modo que a água no interior do recipiente está em repouso.

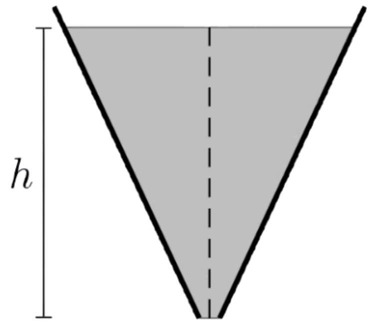

Figura 5: Representação do sistema.

Removendo-se a tampa da base, a água começa a escoar. Nesse instante, qual é a pressão do líquido no nível a 15 cm de altura?

Questão 8. Imagine uma pequena esfera de vidro com uma propriedade que permite que ela focalize raios de luz paralelos na extremidade do lado oposto de incidência, conforme a figura abaixo.

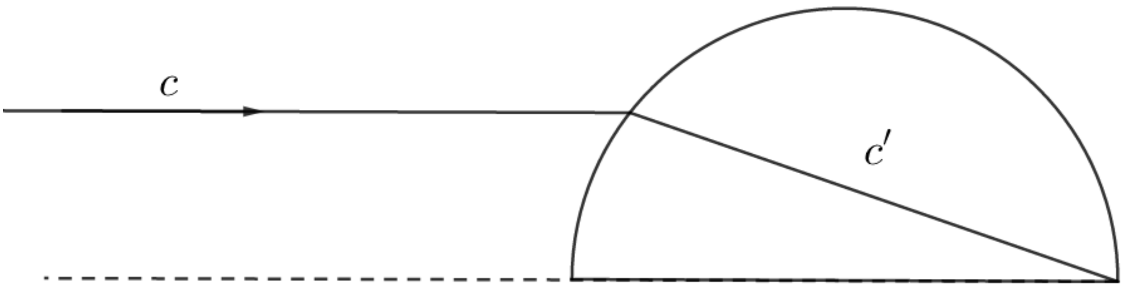

Figura 6: Esfera de vidro e raio de luz atravessando-a.

Considerando que seja válida a aproximação de ângulos pequenos $sen\ \theta \approx tg\ \theta \approx \theta$ (em radianos), determine a velocidade c' com a qual a luz se propaga dentro da esfera.

Questão 9. Após um experimento com um mol de gás, um cientista plotou o comportamento do gás em um gráfico de pressão por volume, obtendo o resultado da Figura a seguir.

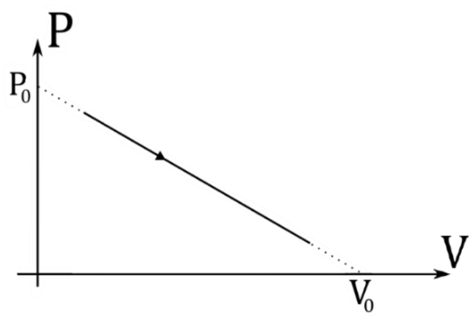

Figura 7: Gráfico de $P \times V$.

Durante o processo o volume do gás está aumentando. Considere a constante dos gases como sendo R.

(a) Qual a equação que relaciona a pressão (P) e o volume (V)?

(b) Qual a temperatura máxima que o gás atinge durante esse processo?

(c) Qual o trabalho que o gás realiza, se seu volume vai de $\frac{V_0}{2}$ até $\frac{3V_0}{4}$?

Questão 10. Considere um planeta esférico de massa M e raio R isolado no vácuo.

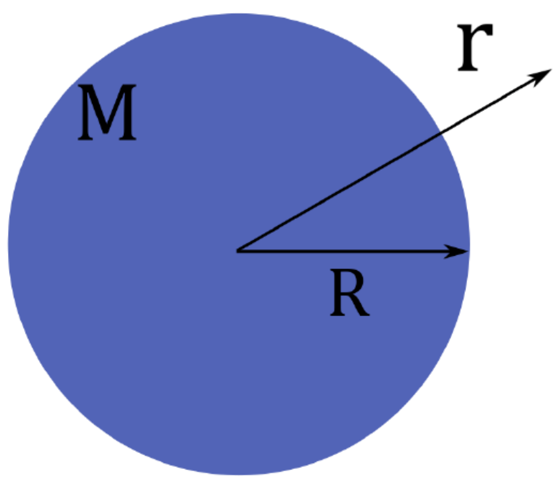

Figura 8: Planeta com massa total.

(a) Calcule o módulo do campo gravitacional a uma distância r do centro do planeta. Separe em dois casos.

Uma nave espacial retira uma parte da massa do interior do planeta, deixando uma cavidade também esférica no planeta.

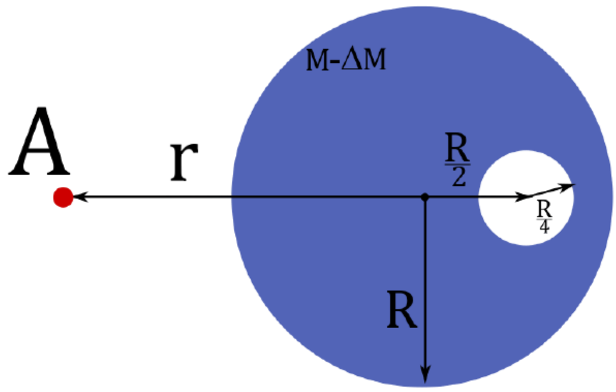

Figura 9: Planeta com cavidade.

A cavidade esférica possui raio $\frac{R}{4}$, e seu centro está a uma distância $\frac{R}{2}$ do centro do planeta. Considere que a massa retirada do planeta é ΔM.

(b) Qual o valor de ΔM ?
(c) Mostre que o campo gravitacional dentro da cavidade é constante.
(d) Calcule o módulo do campo gravitacional no ponto A, se este é colinear com os centros do planeta e da cavidade. Considere que $r > R$.

A partir desse momento considere que $r = 2R$.

(d) Sendo W_i a energia necessária para trazer uma massa m do infinito para o ponto A na configuração da **Figura 6**, e W_f a energia necessária para trazer uma massa m do infinito para o ponto A na configuração da **Figura 7**. Calcule $\left|\frac{W_i - W_f}{W_i}\right|$.

Questão 11. Suponha que um universo paralelo, as leis da física ajam de uma forma diferente das do nosso. Nesse universo, a força de atração gravitacional entre dois corpos é dada pela equação:

$$\overrightarrow{F_{ij}} = -kGm_i m_j \overrightarrow{r_{ij}},$$

onde $\overrightarrow{F_{ij}}$ é a força que a massa i exerce na massa j, G é a constante de gravitação universal (a mesma do nosso universo), $\overrightarrow{r_{ij}}$ é o raio vetor que liga as duas massas, saindo da massa i e indo para a massa j, e k é uma constante que depende do material de cada massa.

Uma bomba de massa $M = 100kg$ explode nesse universo e se fragmenta uniformemente para todas as direções em inúmeros pedaços (a quantidade de fragmentos é tão grande tende ao infinito). Considere que a massas dos pedaços são equiparáveis entre si, ou seja, não existem fragmentos com diferenças grandes de massa.

Sendo $k = \frac{5}{7} \cdot 10^{-3}\ m^{-3}$, quanto tempo decorre desde o momento da explosão até o instante em que todos os fragmentos se encontrem de novo no local da explosão?

Questão 12. Uma caixa retangular tem uma partição que pode deslizar sem atrito ao longo dela. Inicialmente, cada uma das câmaras possui um mol de gás monoatômico $(\gamma = \frac{5}{3})$ a uma pressão $P_0 = 2{,}5atm$, volume $V_0 = 5L$, e temperatura $T_0 = \frac{2203}{5}\,°F$.

Uma das câmaras é lentamente aquecida por um aquecedor elétrico. As paredes da caixa e a partição entre as câmaras são termicamente isoladas. A perda de calor nos fios do aquecedor é insignificante. O gás na câmara aquecida se expande até que a pressão em ambas as câmaras é $P = \frac{243}{32} P_0$.

Determine em função dos parâmetros apresentados:

- **(a)** A temperatura final em cada câmara.
- **(b)** O trabalho do gás da câmara não aquecida.