Escrito por Paulo Henrique e Ualype Uchôa

SIMULADO NOIC – OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA

3ª FASE – 24 DE SETEMBRO DE 2020

NÍVEL 1
Ensino Fundamental
8ª e 9ª séries

LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES ABAIXO:

1 – Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos das **8ª série do Ensino Fundamental** e **9ª série do Ensino Fundamental.** Ela contém **oito** questões. Cada questão tem valor de 10 pontos e a prova um total de 80 pontos (máximo oito questões respondidas).

2 - O **Caderno de Respostas** possui instruções que devem ser lidas cuidadosamente antes do início da prova.

3 - Todos os resultados numéricos devem ser expressos em unidades no Sistema Internacional e seguindo as instruções específicas da questão.

4 - A duração desta prova é de **quatro** horas, devendo o aluno permanecer na sala por **no mínimo sessenta minutos**. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: $\pi = 3$; $\sqrt{2} = 1{,}4$; $\sqrt{3} = 1{,}7$; $\sqrt{5} = 2{,}2$; $sen\ 30° = 0{,}50$; $cos\ 30° = 0{,}85$; aceleração da gravidade na superfície $g = 10\ m/s^2$; velocidade da luz no vácuo $c = 3{,}00 * 10^8\ m/s$; raio da Terra $R_T = 6{,}40 * 10^6\ m$; constante gravitacional universal $G = 7{,}00 * 10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$; duração do dia terrestre $T_E = 24$ h; calor específico da água líquida $c_a = 4{,}18\, J.g^{-1}.K^{-1}$.

Questão 1. A duração máxima de um eclipse solar total na superfície da Terra é $t = 449\ s$. Durante esse tempo, a tira de terra coberta pela sombra da lua na superfície terrestre tem comprimento $d = 267\ km$. Determine a duração máxima do eclipse para um passageiro dentro de um avião que se move com velocidade v = 903 km/h. Despreze a altura do avião em relação a superfície da Terra.

Questão 2. Uma azeitona ideal é uma esfera perfeita contendo em seu interior uma semente esférica de raio $r_1 = 3{,}00\ mm$. A densidade de uma azeitona ideal é igual a densidade de salmoura $\varrho_s = 1{,}21\ kg/m^3$. de tal forma que flutuaria em repouso numa lata contendo salmoura. Considere uma lata cilíndrica aberta de azeitonas mergulhadas em salmoura com base de raio $R = 3{,}10\ cm$. Ao removermos a semente de uma azeitona, o resto das azeitonas flutuam na superfície de salmoura e essa superfície desce $\Delta h = 4{,}00\ .10^{-5}\ m$ no processo. Qual é a densidade da semente? Assuma que a salmoura preencha o buraco criado ao remover a semente.

Questão 3. É muito importante o conceito de centro de massa de um sistema em Mecânica Clássica. Utilizando esse ponto notável, é possível simplificar problemas em que o movimento das partículas individuais é bastante complicado. Sua definição é a seguinte: dado um sistema de N partículas (distribuição discreta) de massas $m_1, m_2, \ldots, m_N$ e posições $x_1, x_2, \ldots, x_N$ definimos o centro de massa desse sistema como sendo o ponto do espaço de coordenada

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \cdots + m_Nx_N}{m_1 + m_2 + \cdots + m_N}.$$

As coordenadas y e z do centro de massa são obtidas de forma análoga. Para objetos homogêneos que contém simetria, muitas vezes o centro de massa coincide com o centro geométrico, como é o caso de um quadrado ou triângulo homogêneo, por exemplo. Nesse problema, obteremos o centro de massa de um objeto fractal. Esse objeto é obtido da seguinte forma: a partir de um triângulo equilátero de lado l, inserimos, dentro dele, um triângulo equilátero homogêneo de lado $l/2$ com vértices nos pontos médios dos lados. Em seguida, repetimos o processo anterior para os dois triângulos inferiores que dividem o triângulo maior. Esse processo é repetido indefinidamente. Determine a distância vertical entre o centro de massa do objeto fractal e a base do triângulo original.

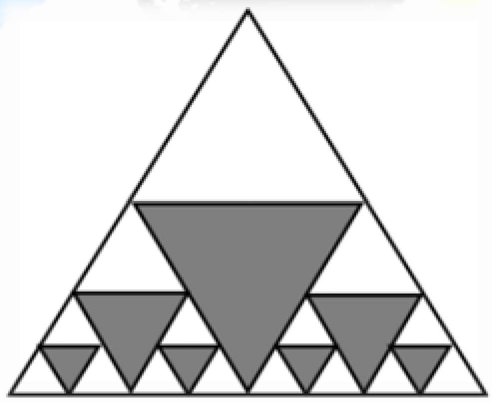

Figura 1: Triângulo fractal.

Questão 4. Na fazenda de um agricultor, há uma plantação de soja cujo formato é de um retângulo. Nessa plantação, há um sistema de irrigação que consiste em dois irrigadores separados por uma distância de $d = 5\sqrt{3}\,m$. Cada irrigador ejeta água igualmente em todas as direções que fazem um ângulo menor ou igual a $\pi/12$ com a horizontal. A água é ejetada com velocidade $V_0 = 10\,m/s$. Como o agricultor não é físico, ele não pensou muito a respeito da posição dos irrigadores. Acontece que, para essa distância d entre os irrigadores, há uma região da plantação que é irrigada duplamente, de forma desnecessária. Na região dessa fazenda, cada m^2 de plantação irrigada custa um total de 1 real. Qual foi o desperdício gerado devido a má disposição dos irrigadores? Para esse problema, desconsidere qualquer tipo de força dissipativa.

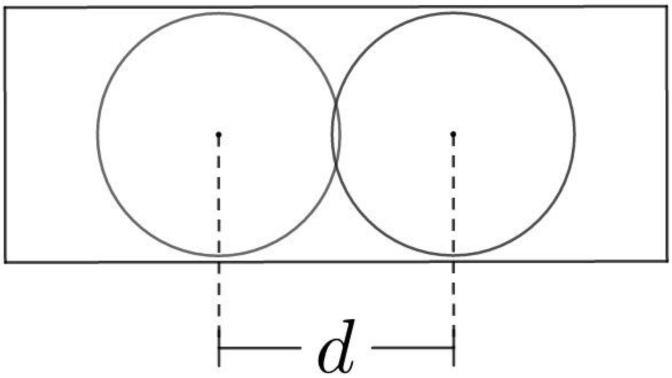

Figura 2: Ilustração da plantação retagular e das zonas irrigadas (circulares).

Questão 5. Um fantasma é perseguido por um caçador de fantasmas. O fantasma se move com velocidade constante v_G ao longo da reta AB (veja figura abaixo). O caça fantasmas está, inicialmente, no ponto T, a uma distância D do ponto C. O mesmo se move com velocidade v_C constante em uma direção tal que ele consiga, em um determinado instante, estar na menor distância possível do fantasma. Determine essa menor distância. Considere $AC = l$ e $v_g > v_c$.

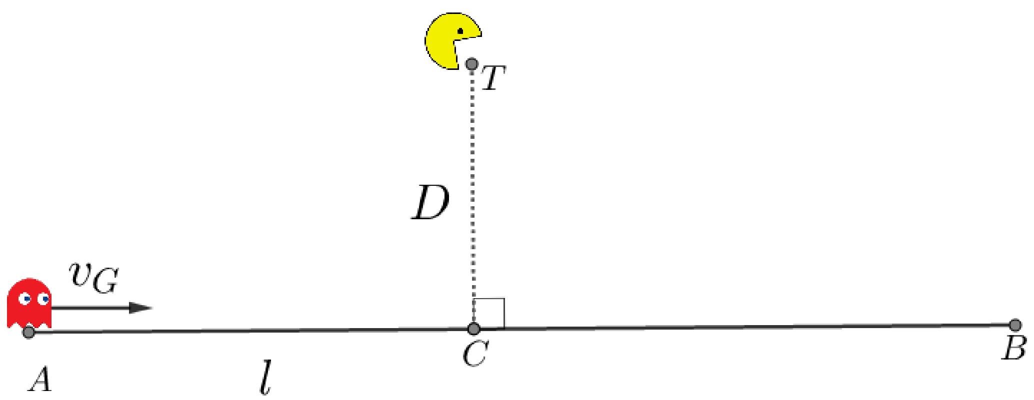

Figura 3: Ilustração esquemática da situação.

Questão 6. Em sua aula de Física experimental, o professor Udac faz o seguinte experimento com seus alunos: ele prepara uma amostra de gálio de massa $m_{Ga} = 24\ g$ e aquece 250 ml de água a $t_0 = 93\ °C$. Em seguida, os alunos são instruídos a colocar o gálio em um calorímetro imperfeito de capacidade térmica $C = 95\ J.K^{-1}$e, após isso, colocar a água aquecida dentro dele. Supondo que os alunos tenham feito o experimento de forma correta, qual a temperatura do conjunto medida após o sistema ter atingido o equilíbrio termodinâmico? Considere que o calorímetro com água e o gálio formem um sistema isolado. As temperaturas iniciais do gálio e do calorímetro eram $t_1 = 22\ °C$. O calor latente de fusão do gálio é $L = 5590\ J.kg^{-1}$, seu calor específico é $c_1 = 370\ J.kg^{-1}.K^{-1}$ enquanto sólido e $c_2 = 400\ J.kg^{-1}.K^{-1}$ quando líquido e sua temperature de fusão é $t_t = 29{,}8\ °C$.

Questão 7. No século passado, obtivemos diversos indícios de que nosso universe estava em expansão acelerada. Com o advento da Cosmologia, principalmente no que se refere às Equações de Friedmann, conseguimos entender melhor sobre a evolução temporal de universos com diferentes geometrias e composições. Um resultado muito conhecido é o da *densidade crítica* do nosso universo, que corresponde à densidade absoluta que o universo precisaria ter para que ele fosse plano:

$$\rho_{crít} = \frac{3H_0^2}{8\pi G},$$

sendo H_0 a constante de Hubble e G a constante gravitacional universal.

(a) Demonstre a fórmula para a densidade crítica, modelando o universo como uma esfera de massa M e raio R, se expandindo a uma velocidade $v = H_0 R$, pela Lei de Hubble.. Na condição de densidade crítica, a velocidade de escape na borda do universo $\sqrt{2GM/R}$ é igual à velocidade de expansão.

(b) A densidade crítica calculada é de aproximadamente $\rho_{crít} = 1{,}00 * 10^{-26}\ kg/m^3$. Com isso, estime a idade do universo em anos, sabendo que ela é o inverso da constante de Hubble.

Questão 8. Imagine uma pequena esfera de vidro com uma propriedade que permite que ela focalize raios de luz paralelos na extremidade do lado oposto de incidência, conforme a figura abaixo.

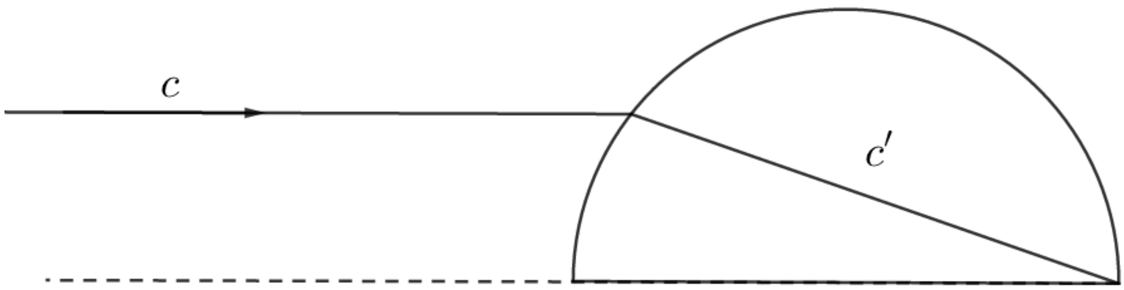

Figura 4: Esfera de vidro e raio de luz atravessando-a.

Se θ_i é o ângulo que o raio de luz faz com a normal de uma superfície, é válida a lei de Snell:

$$c_i/sin\ \theta_i = c_r/sin\ \theta_r,$$

onde θ_r é o ângulo que o raio de luz faz com a normal após atravessar a superfície, e c_r a velocidade da luz após atravessá-la (isto é, a velocidade da luz é alterada ao mudar de meio). Em luz disso, e considerando que seja válida a aproximação de ângulos pequenos $sen\ \theta \approx\ tg\ \theta \approx \theta$ (em radianos), determine a velocidade c' com a qual a luz se propaga dentro da esfera.