Gabarito Lista β

Fabrizio Melges, Luan de Souza

Problema 1

- Dia solar do planeta: $P_s = 42\text{h}$
- Ano sideral do planeta: $T = 137{,}036 \times P_s$
- Dia sideral do planeta: P

Para um observador na superfície de um planeta, a velocidade angular média aparente do Sol na esfera celeste será a velocidade angular relativa (ω_{rel}) entre $\omega_P = \frac{2\pi}{P}$ e $\omega_T = \frac{2\pi}{T}$. Caso o planeta possua rotação retrógrada, ω_{rel} será dado por:

$$\omega_{\text{rel}} = \omega_T + \omega_P$$

Logo:

$$\frac{2\pi}{P_s} = \frac{2\pi}{P} + \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{1}{P_s} = \frac{1}{P} + \frac{1}{T}$$

Definindo $k = 137{,}036$:

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{P_s} - \frac{1}{T} = \frac{1}{P_s} - \frac{1}{kP_s} = \frac{k-1}{kP_s}$$

$$P = \frac{k}{k-1} P_s$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 42\text{h } 18\text{m } 31\text{s}}$$

Problema 2

- Diâmetro angular do Sol visto Terra: $\theta_{T_\odot} = 32'$

Os planetas terrestres incluem Mercúrio, Vênus, Terra e Marte. A duração do nascer do Sol é influenciada pela duração do dia solar, pelo diâmetro angular do Sol e pela latitude do observador. O nascer do Sol será mais curto quando o Sol nascer perpendicularmente ao horizonte, o que é possível no equador do planeta.

Obviamente, Mercúrio e Vênus perdem em todos os critérios. No céu de Mercúrio o Sol possui o maior diâmetro angular, e seus dias solares duram 176 dias. No céu de Vênus o Sol possui o segundo maior diâmetro angular, e seus dias solares duram 116,75 dias.

Vamos estimar a duração mínima do nascer do Sol na Terra. O diâmetro angular do Sol é $\theta_{T\odot} = 32'$, e seus dias solares duram 24h. Portanto, a duração mínima do nascer do Sol na Terra será:

$$t_{\oplus} = \frac{\theta_{T\odot}}{360^{\circ}} \times 24\text{h} \approx 2\text{m}$$

O diâmetro angular do Sol em Marte no afélio será:

$$\theta_{M\odot} = \frac{\theta_{T\odot}}{a_M(1+e)} = 19'$$

Onde a_M e e são, respectivamente, o semieixo maior e excentricidade de Marte. A duração do dia solar médio em Marte é 24.66h. Portanto, a duração mínima do nascer do Sol em Marte será:

$$t_M = \frac{\theta_{M\odot}}{360\circ} \times 24.66\text{h} \approx 1{,}3\text{m}$$

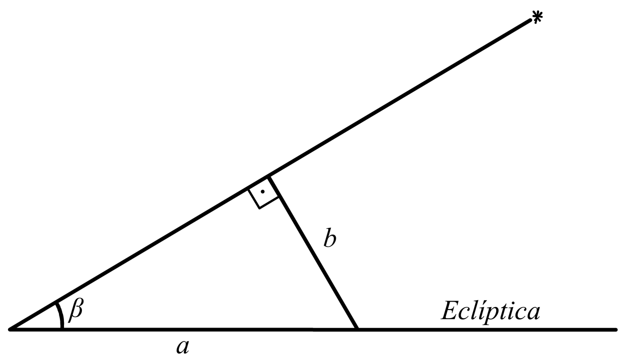
$$\Rightarrow \boxed{t_M = 1\text{m } 18\text{s}}$$

Observe que ignoramos os efeitos da refração atmosférica e da variação do módulo da velocidade de Marte—fatores que diminuiriam o valor da nossa estimativa.

Problema 3

- Semieixo maior da elipse paralática: $a = 2$ mas
- Excentricidade da elipse paralática: $e = 0{,}87$
- Ascensão reta da estrela: $\alpha = 6^h00^m$

A forma da elipse paralítica da estrela segue a forma da órbita da Terra vista da estrela. Então uma estrela no pólo da eclíptica descreve uma circunferência, e uma estrela na eclíptica descreve um segmento de reta. Evidentemente, a forma da elipse paralática depende da latitude eclíptica da estrela.



Da figura acima, obtemos:

$$\beta = \frac{b}{a} = \sqrt{1-e^2}$$
$$\beta \approx \pm 29^\circ 32'$$

Para $\alpha = 6^h 00^m$, a eclíptica atinge a declinação máxima de $\epsilon = 23^\circ 26'$. Portanto, a declinação da estrela é:

$$\boxed{\delta_1 = \epsilon + \arcsin\sqrt{1-e^2} = 52^\circ 58'}$$

Ou

$$\boxed{\delta_2 = \epsilon - \arcsin\sqrt{1-e^2} = -6^\circ 6'}$$

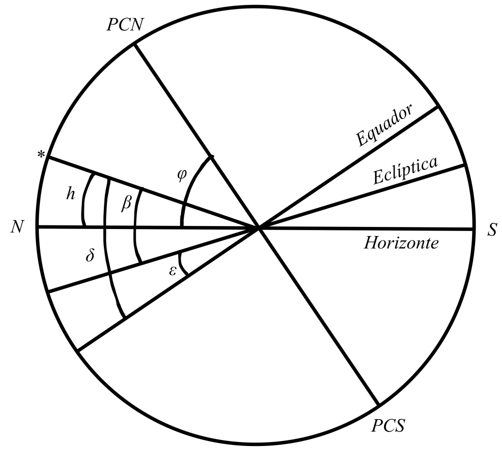
O ângulo de paralaxe é simplesmente $\pi = a = 2$ mas, logo a distância da estrela é:

$$\boxed{d = \frac{1}{a} = 500 \text{ pc}}$$

Problema 4

- Tempo sideral local: $H\gamma = 18^h$
- Altura da estrela: $h = 23.5^\circ$
- Latitude eclíptica: $b = 47^\circ$
- Longitude eclíptica: $\gamma = 90^\circ$

O tempo sideral é igual ao ângulo horário do ponto vernal, o que significa que o ponto vernal se encontra no ponto cardeal leste. Com isso, e como $\gamma = 90^\circ$, a estrela se encontra no meridiano celeste local na sua culminação inferior.



Da figura acima, obtemos:

$$\phi = 90° + h - b - \epsilon$$

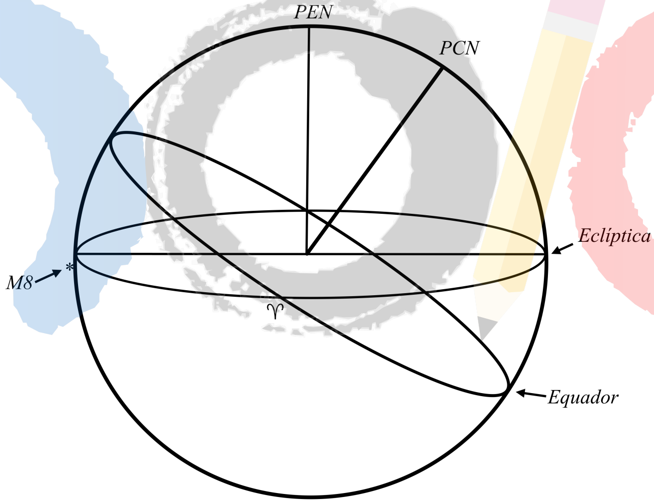
$$\Rightarrow \boxed{\phi = 43°}$$

Problema 5

- Ascensão reta de M8: $\alpha = 18^h 03^m$
- Declinação de M8: $\delta = -24{,}5°$
- Duração do ciclo de precessão do eixo da Terra: $T_p = 26000$ anos

Ascensão reta é medida a partir do ponto vernal no sentido do movimento anual do Sol. Portanto, as coordenadas equatoriais do ponto do solstício de verão do hemisfério sul são: $\alpha_S = 18^h 00^m$ e $\delta_S = -23.5°$. É possível perceber que M8 está muito próximo do ponto do solstício de verão do hemisfério sul. Logo, a latitude eclíptica de M8 será aproximadamente:

$$b \approx \delta - \delta_S = -1°$$



A partir da figura acima (e de nossas aproximações), é possível perceber que a distância polar de M8 é, atualmente, máxima. Logo, a distância polar de M8 será mínima após metade de um ciclo de precessão (i.e. 13000 anos).

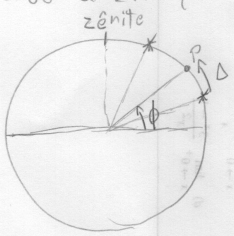
Novamente utilizando a figura acima, obtemos:

$$p_{min} = 90° - \epsilon + |b| = 90° - 23{,}5° + 1°$$

$$\Rightarrow \boxed{p_{min} = 67{,}5°}$$

Q.6

i) Desenhando a situação



$$\Rightarrow h = \pm(\phi \pm \Delta) \Rightarrow h = \begin{cases} h_{min} = \pm(\phi - \Delta) \\ h_{max} = \pm(\phi + \Delta) \end{cases}$$

Onde Δ é a distância polar da estrela

$\Delta = 90° - |\delta|$

ii) Calculando Δ

$$\Delta = 90° - |\delta| \Rightarrow \Delta = 90° - |-63,1°| \Rightarrow \Delta = 90° - 63,1° \Rightarrow \boxed{\Delta = 26,9°}$$

iii) Calculando h_{min} e h_{max}:

$$h_{min} = |\phi| - \Delta \Rightarrow h_{min} = 22,467° - 26,9° \Rightarrow \boxed{h_{min} = -4,43°}$$

$$h_{max} = |\phi| + \Delta \Rightarrow h_{max} = 22,467 + 26,9 \Rightarrow \boxed{h_{max} = 49,37°}$$

Q.7

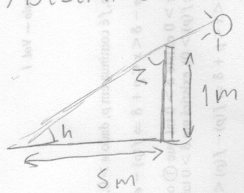
a)

Ângulo horário de um astro ao nascer: $\cos H_0 = -\operatorname{tg}\delta \operatorname{tg}\phi$

Tempo que um astro fica acima do horizonte: $T = 2H_0$

Distância zenital mínima de um astro: $z_{min} = \pm(\delta - \phi) \Rightarrow \phi = z \mp \delta$

i) Desenhando a situação:



$\operatorname{tg} z = \frac{5}{1} = 5 \Rightarrow \underline{z = 78{,}69^\circ}$

ii) Calculando o ângulo horário inicial

$T = 2H_0 \Rightarrow \underline{H_0 = 6h15m = 93{,}75^\circ}$

iii) Manipulando os equações

$\operatorname{tg}\delta = u$

$\cos H_0 = \pm \operatorname{tg}\delta \operatorname{tg}(z \pm \delta) \Rightarrow \cos H_0 = -\operatorname{tg}\delta \left(\frac{\operatorname{tg} z \pm \operatorname{tg}\delta}{1 \mp \operatorname{tg} z \operatorname{tg}\delta} \right) \Rightarrow \cos H_0 (1 \mp \operatorname{tg} z \cdot u)$

$\Rightarrow \cos H_0 (1 \mp u \operatorname{tg} z) = -u \operatorname{tg} z \mp u^2 \Rightarrow \mp u^2 - u \operatorname{tg} z (1 \mp \cos H_0) + \cos H_0 = 0$

$\Rightarrow \dfrac{-\operatorname{tg} z (1 \mp \cos H_0) \pm \sqrt{\operatorname{tg}^2 z (1 \mp H_0) \pm 4 \cos H_0}}{\mp 2}$

Fazendo caso a caso

Chegamos em

$\delta = \pm 79{,}39^\circ$ | Esses são os resultados possíveis. Outros resultados,
Logo $\phi = \pm 0{,}7^\circ$ | como $\phi = \pm 77{,}99^\circ$ são absurdos.

b) Respondido no item anterior

Q.8

Na culminação $H=0$ e $\alpha = -HSL$

Hora sideral local

Mas

Longitude

$HSL = -(L - HSG') = -\alpha$

Hora sideral de Greenwich

$\Rightarrow HSG' = L - \alpha \Rightarrow HSG = 1^h 10^{min}$

Sendo $HSG = 24^h - HSG' \Rightarrow HSG = 22^h 50^m$

21^h em Phuket é $14h$ UTC

Temos também que

Fuso horário

$HSG = HSG_1 + \Delta\Upsilon + FH$

Ângulo que o ponto Υ variou

Tempo sideral de G. em 1º de janeiro

Assim, temos que

$$22^h 50^m = 6^h 43^m + \frac{24^h}{365{,}25} \cdot \Delta T + 14^h \cdot \frac{24^h}{23^h 56^m}$$

$\Rightarrow \Delta T \approx 31{,}7$ dias

Logo a LMC culmina em Phuket em $\boxed{\text{2 de fevereiro}}$

Q.9

a)

i) Sabemos que o ângulo horário dos astros muda cerca de

$\Delta H = \frac{360}{365,25}$ °/dia ou $\frac{24}{365,25}$ h/dia

Sabemos também que entre 2 de março e 15 de junho existem 105 dias

Logo o ângulo horário será $H = \frac{24^h}{365,25} \cdot 105 = \boxed{6^h 54^m}$

b)

i) Para que uma estrela seja circumpolar, a seguinte situação deve ser satisfe[ita]

$|\delta| \geq 90° - |\phi|$

Assim

$|\phi| \geq 90° - |\delta| \Rightarrow |\phi| \geq 27,32°$

↳ Como PC está no HCS: $\boxed{\phi \leq -27,32°}$

c)

No equador, pois o movimento de todas as estrelas é "perpendicular" ao horizonte

d)

i) Por definição $|\phi_{CPA}| = 90° - |\varepsilon|$, onde $\varepsilon \approx 23,5°$.

Pela definição mostrada anteriormente.

$|\delta| \geq 90° - |\phi| \Rightarrow |\delta| \geq 23,5°$

↳ Como estamos no HCS: $\underbrace{\delta \leq -23,5°}$

Ou seja, no solstício de Verão do hemisfério Sul! (Em torno de 21 de dezembro)

Q.10

a)

A é a amplitude da função, ou seja, $\boxed{A = 23,43°}$

Para encontrar B basta lembrar que ~21 de março $\delta_{SOL} = 0$, assim

$0 = 23,43° \text{sen}\left(\frac{360}{366}(d-B)\right) \Rightarrow 0 = \frac{360}{366}(d-B) \Rightarrow d = B \Rightarrow \boxed{B = 80 \text{ dias}}$

b)

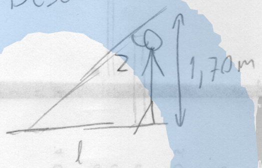
i) Calculando δ_{SOL} no dia considerado

$\delta = 23,43\, \text{sen}\left(\frac{360}{366}(51-80)\right) \Rightarrow \delta = -11,189°$

ii) Calculando a distância zenital mínima

$z_{min} = -(\phi - \delta) = 20,12°$

iii) Desenhando



$tg\, z = \frac{l}{1,7} \Rightarrow l = 1,7\, tg(20,12°) \Rightarrow \boxed{l = 0,62m}$

c)

i) Calculando δ_{sol}

$\delta = 23,43\, \text{sen}\left(\frac{360}{366}(d-B)\right) \Rightarrow \delta = 20,1°$

ii) Calculando a latitude

$\phi = z - \delta \Rightarrow \phi = 20,1° - 20,1° \Rightarrow \boxed{\phi = 0°}$