

## Gabarito Simulado 08 – Online

### NOIC Astronomia

#### Dicas:

1. Lembre-se que a escala de placa (em rad/m) é o inverso da distância focal. Pelos dados do enunciado, é possível encontrar a distância focal e, conseqüentemente, a escala de placa. Para chegar nas unidades das alternativas, basta utilizar que  $1\text{m} = 1000\text{mm}$ ,  $\pi\text{ rad} = 180^\circ$  e  $1^\circ = 3600''$ .
2. Como o período de Vênus foi dado, podemos encontrar sua distância até o Sol pela Terceira Lei de Kepler. Com isso, basta utilizar a clássica expressão da temperatura de um planeta (seção 3.5.1 do livro *Astronomia Olímpica*) para chegar na alternativa correta.
3. Uma imagem vale mais que mil palavras:

Pela definição de energia mecânica:

$$E_{tot} = \frac{-GMm}{r} + \frac{mv^2}{2}$$

Como  $p = mv$ , podemos reescrever a energia cinética como:

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

Usando  $u = \frac{1}{r}$ , temos:

$$E_{tot} = -GMmu + \frac{p^2}{2m}$$

Para o item a), basta utilizar o fato que a energia total se conserva. Assim:

$$-GMmu_A + \frac{p_A^2}{2m} = -GMmu_B + \frac{p_B^2}{2m}$$

Reescrevendo:

$$m = \sqrt{\frac{p_B^2 - p_A^2}{2GM(u_B - u_A)}}$$

Já para o item b), basta fazer:

$$E_{tot} = -GMmu_A + \frac{p_A^2}{2m}$$

ou

$$E_{tot} = -GMmu_B + \frac{p_B^2}{2m}$$

4. A eclíptica sempre pode ser traçada em cartas celestes (a não ser que o campo de visão da carta seja menor que  $2\pi$  e a eclíptica esteja próxima do horizonte, que não é o caso). Caso o PCS (polo celeste sul) esteja visível, o observador está no hemisfério Sul. Para encontrar o PCS, basta prolongar quatro vezes e meia o braço maior da cruz para baixo. Como Acrux está visível (canto inferior esquerdo da carta), o PCS está visível e, conseqüentemente, o observador está no hemisfério Sul. Lembre-se que o triângulo de Verão é formado pelas estrelas Deneb (cisne), Altair (águia) e Vega (lira).
5. Somente uma das alternativas possui a dimensão de comprimento. Você pode testar cada uma delas ou utilizar o princípio da homogeneidade (seção 1.2 do livro *Astronomia Olímpica*).
6. Não é necessário nenhum conhecimento astronômico prévio - basta analisar o gráfico (especialmente, seu coeficiente angular).
7. Um exemplo idêntico foi trabalhado na seção 7.7 do livrão (*Astronomia Olímpica*), então é aconselhado dar uma olhada lá. Para a afirmação 4, perceba que só obtemos a senoide “bonita” presente no enunciado em órbitas circulares. Caso a órbita fosse elíptica, ela não seria simétrica com relação à velocidade máxima.
8. AP é distância ao periélio,  $a(1-e)$ , e PB é a distância ao afélio,  $a(1+e)$ . Reescrevendo essas equações, só precisamos da razão entre AP e PB para encontrarmos a excentricidade. Essa razão pode ser obtida aplicando duas Leis dos Senos nos triângulos OBP e OPA com os lados [OP e AP] e [OP e PB]. Note que o ângulo de B é  $\omega-\gamma$  e o ângulo de A é  $\pi-\omega-\gamma$ .
9. A equação procurada para L é :

$$L = m\sqrt{GMa(1 - e^2)}$$

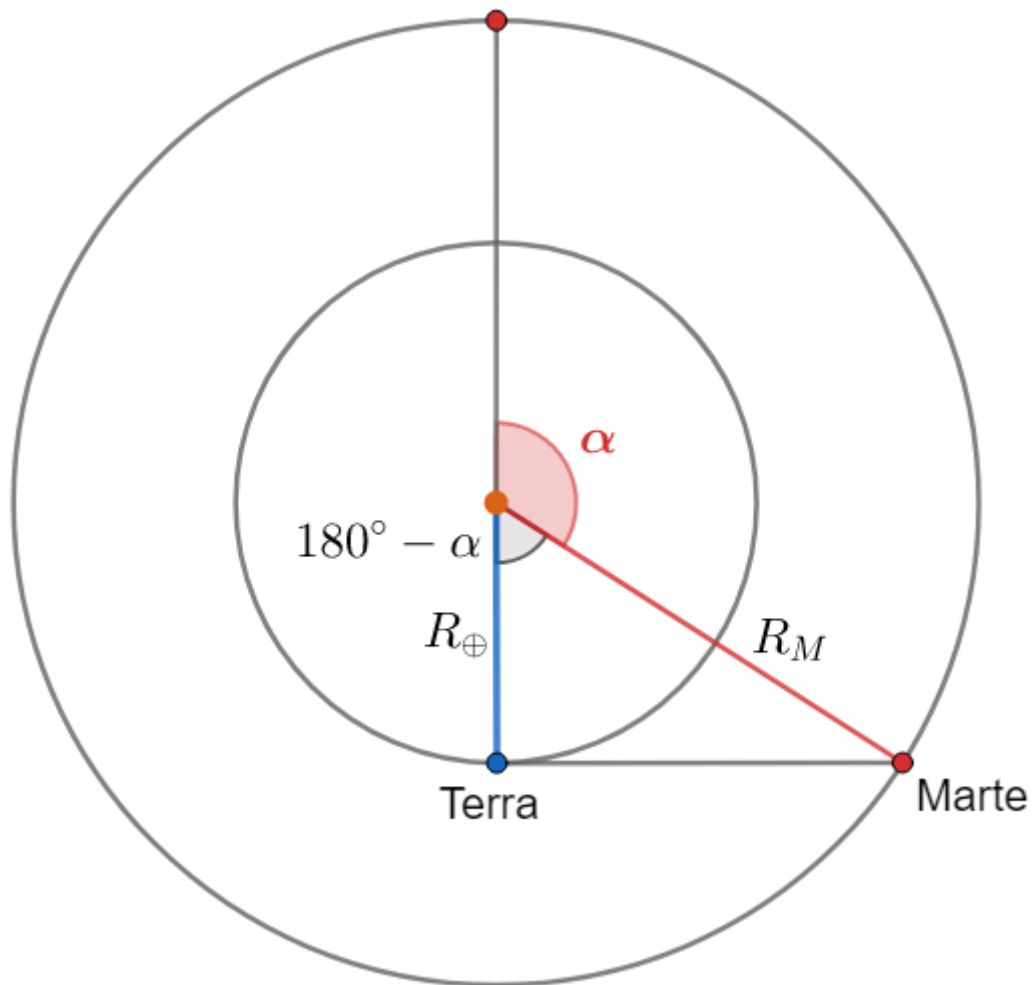
Ela pode ser obtida utilizando a definição do enunciado de L no periélio ou afélio da órbita, em que  $\theta=90^\circ$  ( $\text{sen } \theta=1$ ) e ‘v’ e ‘r’ são conhecidos. Esse cálculo foi realizado na seção 2.8 do livrão. Com essa expressão de L, basta substituir o semieixo maior por:

$$E = -\frac{GMm}{2a} \Rightarrow a = \frac{-GMm}{2E}$$

Assim, basta rearranjar as expressões para obter a alternativa correta.

10. No meio-dia, o Sol está próximo do meridiano local, então podemos considerar que ele está culminando. No solstício de Junho (inverno no HS - hemisfério Sul), a declinação do Sol é negativa ( $-\epsilon$ ), já no solstício de Dezembro (verão no HS), ela é positiva. Como o ângulo entre o equador celeste e a reta que liga o zênite ao nadir é o módulo da latitude, esta que é menor que  $\epsilon$ , o Sol culmina “do outro lado” da esfera celeste em Dezembro, isto é, seu azimute é  $180^\circ$  às 12:00. Assim, a sombra estará apontando para o Norte.
11. Esse problema é muito parecido com o problema 6.2 do livrão. O bizu é utilizar a velocidade angular relativa  $\omega'$  entre Marte e Terra, isto é, a taxa de variação do ângulo entre esses planetas. Assim, podemos considerar um referencial em que a

Terra está parada e Marte está com velocidade angular  $\omega'$  em torno do Sol. Agora, basta determinarmos o ângulo  $\alpha$  que Marte percorre desde a quadratura até a conjunção. Para isso, basta utilizar trigonometria no triângulo da imagem abaixo:



12. Para encontrar a separação angular entre as cidades, basta utilizar um triângulo esférico com o Polo Norte (PN) e as duas localidades. O ângulo do PN até cada localidade é  $90^\circ - \phi$  ( $\phi$  é a latitude do local) e o ângulo entre as localidades com vértice no PN é a diferença de suas longitudes. Esse procedimento é análogo àquele da separação angular entre astros (seção 5.5.1 do livrão). A distância física entre as cidades é o raio da Terra multiplicado da separação angular encontrada (em rad).
13. Temos:

$$F_A = \frac{L}{4\pi(D+a)^2}$$

e

$$F_B = \frac{L}{4\pi(D-a)^2}$$

Por Pogson:

$$m_A - m_B = 2,5 \log \left( \frac{F_B}{F_A} \right) = 2,5 \log \left( \frac{D+a}{D-a} \right)^2 = 5 \log \left( \frac{D+a}{D-a} \right)$$

Note:

$$\frac{D+a}{D-a} = \frac{1 + \frac{a}{D}}{1 - \frac{a}{D}} = \left(1 + \frac{a}{D}\right) \cdot \left(1 - \frac{a}{D}\right)^{-1}$$

Como  $a \ll D$ , temos (aproximação binomial):

$$\left(1 - \frac{a}{D}\right)^{-1} \approx 1 + \frac{a}{D}$$

Assim:

$$m_A - m_B = 5 \log \left(1 + \frac{a}{D}\right)^2$$

Ou seja:

$$m_A - m_B = 10 \log \left(1 + \frac{a}{D}\right)$$

Para a terceira afirmação, perceba que a distância da Terra até o astro no Polo Norte Eclíptico é constante ao longo de um ano, logo sua magnitude não muda.

14. Todos os conceitos tratados aqui foram vistos nas seções 7.1 - 7.3 do livrão. A afirmação 2 é, de certa forma, uma pegadinha. Para as seletivas online, não é necessário conhecer o conceito que nos dá a equação exata da velocidade citada (órbita relativa), entretanto, é bom saber que o correto não é somente substituir uma das massas pela soma das massas das estrelas.
15. Esse problema é idêntico ao exemplo resolvido 4 do capítulo 7 do livrão, exceto que aqui estamos tratando do caso específico em que  $i=90^\circ$ .
16. Esse problema é uma pegadinha. Para a maioria das latitudes, uma sombra apontando para o norte significa que o observador está no HN (e vice-versa para o HS). Entretanto, note que estamos desprezando as latitudes em que o Sol nunca se põe. Nesses casos, a sombra aponta para todas as direções ao longo de 24h.
17. Essa questão trata de um fato bem curioso: quando a tampa não é retirada completamente, a única diferença na imagem final é que ela fica mais fraca. Com isso, é possível responder todas as alternativas.

18. É possível encontrar o semieixo maior desse asteroide a partir da Terceira Lei de Kepler, já que seu período foi dado. A menor excentricidade possível ocorre quando o periélio da órbita dista 1 UA do Sol.
19. A relação da saída de pupila foi deduzida na seção 4.8.4 do livrão:

$$D_{pup} = \frac{D}{A}$$

Com ela, encontramos  $A=100$ . Agora, perceba que a taxa de fótons incidentes no tubo não depende da distância focal de um telescópio (a distância focal é praticamente o comprimento do telescópio. Note que um telescópio de 20m de comprimento e 1m de diâmetro não absorve mais fótons por segundo que um telescópio de 2m de comprimento e 1m de diâmetro - ele só é mais comprido). Como o aumento está relacionado às distâncias focais, alterá-lo não irá influenciar a taxa de fótons incidentes.

20. O apêndice D do livrão trata especificamente de analemas (a imagem foi retirada de lá). Para visualizar a correção do relógio de Sol, perceba que quando o astro está culminando na localidade do relógio, ele marcaria 12:00 se não fosse pela correção. Entretanto, queremos o horário que um relógio de Sol no centro de fuso marcaria, que seria menor que 12:00 (a Terra gira de Oeste pra Leste, então o Sol “anda” de Leste pra Oeste ao longo do dia - por isso a Austrália comemora o ano novo antes de nós). Assim, é necessário subtrair um valor de correção.

### Gabarito:

1. A
2. B
3. E
4. B
5. A
6. VFV
7. FVFVF
8. C
9. A
10. E
11. A
12. B
13. A
14. VFVVF
15. E
16. E
17. FVFVF
18. A

19. C  
20. B