

Problemas da Semana

Otávio Ferrari

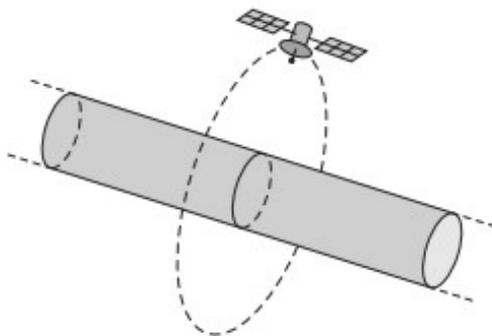
- Atualmente há 77 semanas com 3 problemas cada: 231 problemas! Veremos quantos sobreviverão :O. Deu 80 parece, oloco.
 - (SXY): Semana X, dificuldade Y(I=iniciante, M=intermediário, A=avançado)
-

1. Mecânica Celeste

Problema 1. (S70A) (IPhO 1989) Três planetas, cujas massas são dadas por m_1 , m_2 e m_3 , estão localizados nos pontos não colineares P_1 , P_2 e P_3 . Eles interagem entre si somente mediante forças gravitacionais. Os astros estão livres e isolados no espaço, interagindo somente entre si. Considere σ como sendo o eixo que passa pelo centro de massa dos três corpos e é perpendicular ao triângulo $\Delta P_1 P_2 P_3$.

Qual deve ser a velocidade angular do sistema Ω , em relação ao eixo σ , e as distâncias a_{12} , a_{13} e a_{23} para que a forma e o tamanho do triângulo permaneçam inalterados durante o movimento, ou seja, para que o sistema se comporte como um corpo rígido em relação ao eixo σ .

Problema 2. (S65M) (200 More PPP) Um planeta longo e cilíndrico chamado Wattson possui um satélite orbitando-o. A densidade média ρ do planeta é igual à da Terra, assim como seu raio R . Assim, calcule:



- a) Uma expressão que relaciona o período P com a distância do satélite ao centro do planeta. A velocidade de escape de um corpo é definida por aquela que, caso seja alcançada, faz com que este corpo fique no infinito com uma velocidade nula. Desta forma ele nunca volta para sua órbita inicial. Sabendo disso analise, possivelmente dando o valor, tais grandezas:

- b) A velocidade de escape para um corpo na superfície da Terra
- c) A velocidade de escape para um corpo na superfície de Wattson

Problema 3. (S62M) Você foi mandado em uma missão para medir a distância entre as estrelas P90 e P10. Você estará passando perto de P10 de tal forma que a atração gravitacional faça com que você a orbite. Sabendo que a velocidade da sua nave em relação a P10 quando a atração gravitacional ainda era desprezível era $v_0 = 30,0 \text{ km/s}$ e que, no momento de máxima aproximação, a distância até a estrela valia $d = 0,2 \text{ UA}$, calcule:

- a) O formato da órbita.
- b) O semieixo maior (a) e a metade da distância entre os focos (c) dessa órbita.

Você esperou para tirar uma foto da estrela P90 sempre que a distância de você até a P10 fosse igual a c , e calculou a diferença angular entre as posições da estrela nas duas fotos com relação às estrelas distantes. Tal valor foi de $\theta = 0,05''$.

- c) Calcule a distância entre as duas estrelas. Considere que P90 está sobre a linha que liga você até P10 durante a máxima aproximação.

Dado: a massa de P10 é $M_{P10} = M_{\odot}$.

Problema 4. (S59M) Em uma elipse com semi-eixo maior a e excentricidade e , a distância de qualquer um dos pontos da elipse até seu foco é dada por:

$$r(\theta) = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$$

onde p é uma constante e θ é a anomalia verdadeira.

- a) Utilizando a equação acima, calcule o valor de p .
- b) Mostre onde p está localizado geometricamente na elipse.
- c) Tendo conhecimento da posição de p , encontre, sem utilizar a equação do enunciado, uma expressão para p em função de a e e .
- d) Prove a equação dada no enunciado.
- e) Calcule o módulo da velocidade v de um corpo de massa desprezível orbitando uma massa M quando $r = p$.

Problema 5. (S57M) Sabendo que a Esfera de Hill de um corpo astronômico é a região no espaço em que sua atração gravitacional domina em relação as perturbações de um corpo central (muito mais massivo), do qual ele orbita. Encontre a expressão para o raio da Esfera de Hill e calcule o raio dessa para a Lua. Se necessário utilize a aproximação: $(1 + x)^n \approx 1 + nx$, para $x \ll 1$.

Problema 6. (S51I) Prove a Terceira Lei de Kepler para um sistema binário.

Problema 7. (S43M - (super) ADAPTADO) Um cometa de massa desprezível com uma órbita elíptica de excentricidade e e semieixo maior a está orbitando uma estrela de massa M .

Pergunta-se:

- a) Qual a razão entre as velocidades no periélio e no afélio da órbita?
- b) Definindo-se o eixo x como o eixo paralelo ao semieixo maior e o eixo y como paralelo ao semieixo menor, encontre uma expressão para a componente v_x da velocidade e uma para a componente v_y . Deixe sua resposta em função da anomalia verdadeira θ .
- c) Em qual ponto da órbita v_x é máximo? Em qual ponto v_y é mínimo?

Problema 8. (S35A) Encontre a velocidade de escape a partir do centro de uma nuvem esférica homogênea de massa M e raio R .

Problema 9. (S32M) Num futuro distante, é possível brincar de guerrinha no espaço! Imagine que dois irmãos orbitando a Terra no mesmo sentido em órbitas circulares de mesmo raio, porém com uma inclinação de 30° entre si, acabaram de se encontrar e trocar alguns tiros de paintball e só vão se encontrar novamente daqui a 1,5 h.

Quando os irmãos, de mesma massa, se encontraram, a diversão foi tão grande que um deles acabou sendo desorbitado (seu periélio foi abaixado até a superfície da Terra) e o outro saiu vitorioso. O irmão vencedor, por conservação de momento, elevou seu afélio.

Qual é a excentricidade da nova órbita do irmão vencedor? Considere que o impulso aplicado entre os irmãos foi paralelo à trajetória do perdedor.

Problema 10. (S31A) Qual o tempo necessário para um asteróide de órbita parabólica percorrer 90° na sua órbita a partir do periélio?

Problema 11. (S24A) Descreva a velocidade v de um foguete fora de ações gravitacionais em função do tempo t , de sua massa inicial m_0 , da velocidade inicial v_0 e da velocidade relativa entre o foguete e o combustível u , assumindo que a taxa temporal de massa perdida pelo uso de combustível é constante e de valor k .

Problema 12. IDEIA: algum problema com transferência orbital que não seja mto clichê igual aos q tinha no prob da semana

2. Fotometria

Problema 1. (S77M) Calcule a magnitude aparente de um aglomerado estelar fictício com infinitas estrelas, que possuem magnitudes aparentes em P.A. de razão $r > 0$. Assuma que a estrela mais brilhante tem magnitude m_0 e despreze as dimensões do aglomerado.

Problema 2. (S75A)

Parte 1: Fair Enough

Lumi, uma jovem astrônoma, pretende encontrar algumas informações relevantes sobre a estrela Alchiba (α Crv, $\delta = -24^\circ 44'$ e $\alpha = 12^{\text{h}}08^{\text{m}}$) para seu PhD. Entretanto, ela está sem sua calculadora e lhe pede ajuda para prosseguir com a pesquisa. Ela sabe que a temperatura de Alchiba é próxima de 7200 K, sua paralaxe é 66,95 mas, sua magnitude aparente no filtro V é 4,00 e que o filtro V é centrado em 550 nm e possui $FWHM = 88$ nm. Sendo assim, determine:

- a) O ângulo sólido compreendido por Alchiba
- b) O raio da estrela

Você pode utilizar a Lei de Planck:

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

que fornece a energia por tempo por área por esferorradiano por unidade de comprimento de onda emitido por uma estrela, ou seja, $[B_{\lambda}] = W m^{-2} sr^{-1} m^{-1}$.

Parte 2: Quem precisa de FWHM?

Após concluir sua pesquisa, Lumi se torna muito rica e vai morar em um pequeno satélite que orbita a Terra. Esse satélite possui raio $r = 1$ m (Lumi não é muito alta) e possui uma característica interessante: para frequências maiores que um ν_0 específico o satélite reflete toda a radiação incidente. Suponha que $h\nu_0/k_B = 1200$ K. Escreva a temperatura de equilíbrio desse satélite em função de uma integral, e depois dê seu resultado aproximado. Lembre que:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

e que o pico do integrando ocorre em $x \approx 2,82$. Além disso, você pode utilizar a Lei de Planck envolvendo a frequência, que fornece a radiância espectral ($[B_{\nu}] = W m^{-2} sr^{-1} Hz^{-1}$):

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Problema 3. (S67A) A partir da Lei de Planck para a radiação de corpo negro:

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

Deduzza:

- a) a Lei de Rayleigh-Jeans.
- b) a Lei de Wien.
- c) a Lei de Stefan-Boltzmann.

Se necessário utilize que:

$$e^x \approx 1 + x \text{ para } x \ll 1 \quad \text{e} \quad \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

Problema 4. (S49M) (Fundamental Astronomy)

Brunana, ao observar uma estrela, observa que ela tem magnitude aparente visual $V = 15,1$ e índice de cor observado $B - V = 1,6$. Nossa cientista efetua uma análise espectral para averiguar o valor da magnitude absoluta visual da estrela, encontrando um valor de $M_V = 1,3$. Além disso, ela sabe que a extinção no visível na direção dessa estrela é de $a_V = 1,0$ mag/kpc. Com o intuito de encontrar a temperatura dessa estrela, Brunana descobre o índice de cor intrínseco da estrela. Qual o valor encontrado?

Problema 5. (S36A) Giulia está no centro de um aglomerado e Bruna está observando esse aglomerado usando um telescópio aqui na Terra. Ambas veem o aglomerado com o mesmo brilho, mas da Terra, o aglomerado, que dista uma distância D , tem diâmetro angular α e contém N estrelas, todas com a mesma magnitude absoluta. Qual o diâmetro do telescópio da Bruna? O diâmetro da pupila humana é d_p .

Problema 6. (S33A) Giovanna, renomada astrofísica oriunda de Quintal de Little Valley - SP, está estudando pulsares. Ela gostaria de saber tanto a probabilidade de que a Terra esteja no alcance de determinado pulsar, quanto a luminosidade do pulsar. Para isso, ela tem a inclinação do eixo de emissão dos pulsos em relação ao eixo de rotação, i , tem o ângulo de abertura dos jatos α , tem que o fluxo que chega à Terra é F e que o pulsar está a uma distância d . Ajude nossa cientista!

Problema 7. (S31M - Adaptado) Uma janela de vidro é composta por n camadas de 2 faces cada. Cada face reflete uma fração r da luz incidente.

Pergunta-se:

- Qual é a profundidade óptica dessa janela?
- Qual é o valor de r se toda estrela sofre um aumento de 45 magnitudes quando é vista através de uma janela com um número de camadas igual a $n = 10r$?

Problema 8. (S7A - Adaptado) Assuma que todas as estrelas do universo estejam uniformemente distribuídas pelo espaço e que tenham a mesma magnitude absoluta.

- Seja $N(m)$ o número de estrelas com magnitude menor que m , ache a razão $\frac{N(m_1)}{N(m_2)}$ em função de m_1 e m_2 .
- Dado que no céu noturno há 46 estrelas com magnitude menor que 2, quantas estrelas são visíveis a olho nu?

Problema 9. (S1A) - (IAO 2000) Jovens cientistas do território da República do Komi (da Federação Russa) registraram, há poucos dias, um novo objeto aparentando ser uma estrela binária eclipsante. Entretanto, o período desta estrela não era estável: a magnitude estelar do objeto é atualmente de 24,32. Uma vez a cada 7 a 11 segundos esta magnitude aumenta para 24,52 durante 0,2 a 0,3 segundo. Após análises ficou claro que este objeto pisca-pisca representa olhos de um grupo de gatos absolutamente negros, sentados sobre um pequeno corpo absolutamente negro, no nosso sistema solar e que estão olhando na direção do Sol! Um dos gatos está piscando os olhos! Calcule o número de gatos, deste grupo de gatos, sentados no pequeno corpo e olhando para o Sol. Considere que todos os gatos tenham o mesmo tamanho.

3. Astronomia de Posição

Problema 1. (S76A) Numa noite de céu limpo em São Paulo (23,5°S; 46,6°W), Makoto joga truco com seus amigos. Após perder todas as partidas (Makoto é meio ruim no truco), ele dá um rage quit e resolve observar o céu. Já que Marte está em conjunção com a Terra (heliocêntrica), o rapaz resolve apontar seu telescópio para uma mancha que ele vê no planeta vermelho. A mancha

tem seu centro nas coordenadas (44,1°N; 91,7°E). Makoto fica muito encantado com a mancha e resolve achar uma equação que indique a distância dele à mancha durante toda aquela noite. Considere que Makoto observa a mancha no momento em que ela nasce, que a Terra rotaciona no mesmo sentido que Marte, que tem período de rotação de 24h37min, e que ambos os planetas se encontram no periélio de suas órbitas. Desconsidere qualquer efeito de translação dos planetas e a inclinação do eixo de rotação de Marte em relação à eclíptica. Deixe sua resposta em função de t , o tempo decorrido após a observação.

Problema 2. (S67M) Qual a latitude eclíptica máxima que uma estrela pode ter para que, em algum momento, ela seja ocultada pela Lua? Considere a órbita da Lua circular.

Problema 3. (S60A - Adaptado) Após observar o nascer do Sol durante um ano em um mesmo local, um astrônomo percebeu que a variação anual do azimute do ponto no qual o Sol nasce é de ΔA . Com base nisso, encontre uma expressão para o módulo da latitude do local $|\phi|$.

Problema 4. (S59A) Durante uma noite em Barra do Piraí, você e seu amigo realizam o seguinte experimento: vocês posicionam uma bola no meio de um gramado, e seu amigo fica deitado no chão em uma posição qualquer apontando uma lanterna para a bola. Você se deita no gramado de tal forma que o ângulo entre você e seu amigo, vistos da bola, seja θ . Calcule qual é a porcentagem $\phi(\theta)$ da área iluminada da bola vista por você. Com esse resultado calcule, no caso de Marte visto da Terra, os itens a seguir (assuma órbitas circulares e coplanares):

- ϕ de Marte quando este está em quadratura.
- o valor máximo de θ .
- a variação temporal $\frac{d\phi}{dt}$ para qualquer posição da Terra e de Marte.
- o valor médio de ϕ sobre um período sinódico.

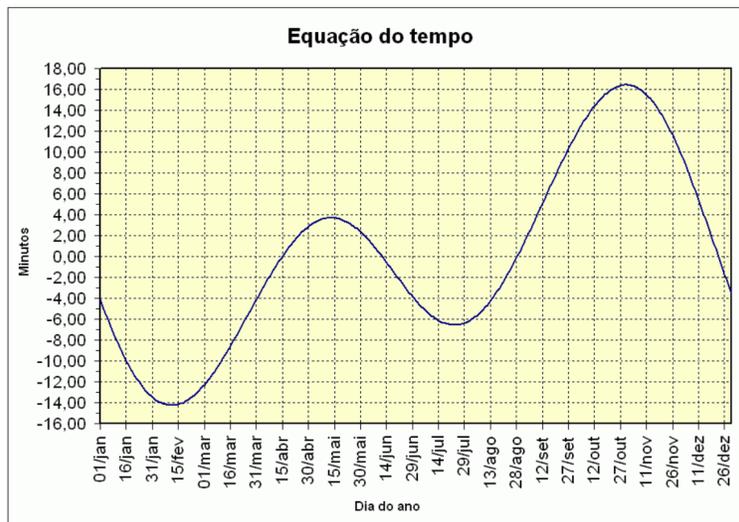
Dados: semieixo maior de terra e marte, respectivamente: $a_T = 1UA$ e $a_M = 1,52UA$. Além disso, a seguinte integral pode ser útil:

$$\int_0^{2\pi} \frac{k - \cos x}{\sqrt{k^2 - 2k \cos x + 1}} dx \approx 5,535$$

onde $k = a_M/a_T = 1,52$.

Problema 5. (S58I+M+A) De sua casa em Rockledge, FL ($\lambda = 80,73^\circ W$; $\phi = 28,32^\circ N$), Giulia observa garças em um lago. Ela nota que a sombra mínima destas garças ocorre quando o ângulo horário H de Alkaid é de 17h17min.

- Sabendo que as coordenadas equatoriais de Alkaid são $\alpha = 13h47min$ e $\delta = 49^\circ 19'$, indique em que constelação o Sol está neste dia.
- Utilizando o gráfico da figura abaixo, descubra a hora em que a observação de Giulia ocorreu. Rockledge se encontra na zona GMT-5 e o horário de verão na Flórida está previsto entre os dias 08 de março e 31 de outubro.



c) Em outro momento, Giulia se pergunta sobre sua estrela favorita, Deneb. Ela quer descobrir em que momento ela observará a estrela com uma altura de 26° . Para conseguir mais informações ela contata seu amigo Shoji que está em Tóquio ($\lambda = 139,77^\circ$, $\phi = 35,08^\circ$). Shoji lhe diz que observa a estrela com uma altura $h = 76^\circ 08'$ e azimute $A = 318^\circ 11'$, sendo que o *TSL* de Tóquio no momento da observação de Shoji é de 21h35min. Com essas informações, determine o tempo sideral local em que Giulia poderá ver Deneb a uma altura de 26° . Determine também se Shoji consegue ver Alkaid no momento em que ele fala com Giulia (responda a última pergunta sem fazer uso do *TSL*).

Problema 6. (S56A) Caio comprou uma passagem de um voo de Fortaleza (-3.72° ; -38.54°) para São Paulo, dia 15 de Fevereiro! Infelizmente, eu (a narradora da história) me esqueci do horário exato que o voo sai, um detalhe crucial para a continuação da minha narrativa aqui. Eu me lembro, porém, que ele me disse que o tempo de embarque é o intervalo de tempo até o Sol se por completamente, e que o avião partirá no momento do crepúsculo astronômico (18° abaixo do horizonte). Por favor, me ajude a encontrar o intervalo de tempo do embarque e o horário da partida. Considere o diâmetro angular do disco solar de $32'$.

Problema 7. (S55A) Giulia, com seu super jatinho, resolve sair de Macapá ($0,03^\circ$; $-51,06^\circ$) e ir para a cidade de Moscou ($55,75^\circ$; $37,62^\circ$). Em um determinado ponto, à meia noite local, Victor observa o céu e vê o avião da amiga passar por seu zênite. Sabendo que o horário local da decolagem do avião foi 13h e que a velocidade do avião é de 890 km/h, encontre as coordenadas da localidade de Victor. Considere que a altitude de voo seja de 11000 m.

Problema 8. (S54M) Supondo que no domingo 10 de Janeiro ocorreu um eclipse solar, encontre a data que será o Carnaval. Sabe-se que este é definido como sendo 47 dias antes do primeiro domingo depois da primeira lua cheia seguinte ao equinócio de Março. Admita uma órbita circular da Lua e da Terra.

Problema 9. (S54A) No dia 23/09 às 00h00min, foi lançado pela Giulia de um ponto com $\phi = 0^\circ$ e $\lambda = 0^\circ$, um inovador foguetinho construído por alunos de astronomia. Sabe-se que sua velocidade

de lançamento em relação ao centro da Terra foi de $v = 11 \text{ km/s}$ e se instalou em uma órbita circular equatorial após percorridos 180° . Qual o ângulo horário do objeto no dia 26/11 às 00h25min?

Problema 10. (S53A) (ROSAOC) Um eclipse solar total ocorre no dia do solstício de verão. A sombra da Lua entra na superfície da Terra no ponto com latitude e longitude ambas iguais a 0° . A duração total neste ponto é igual a 1 minuto. Encontre a máxima duração total para um observador estacionário na Terra, as coordenadas do ponto em que será observado e o Tempo Universal do momento quando o meio do maior eclipse total será observado. A inclinação da órbita lunar, a refração e a equação do tempo podem ser desprezadas.

Problema 11. (S52A) Considere para esse problema a órbita lunar como circular. Supondo que, no dia 23 de Março, ocorrerá um eclipse lunar onde até 60% da lua ficará encoberta, encontre:

- a) a latitude eclíptica b da lua no momento do eclipse.
- b) o tempo t de duração do eclipse.
- c) o dia d do mesmo mês em que a lua se encontrava em nodo ascendente.

Problema 12. (S51A) (Problem Set #5 - Irã)

Às 11 da manhã do dia 8 de Junho, uma pessoa em Tabriz, cidade iraniana localizada nas coordenadas geográficas (38° , 46°), posiciona um espelho com sua face direcionada para um ponto no céu com coordenadas altoazimutais (70° , 105°). Para qual ponto no céu o reflexo do sol aponta? Quais são as coordenadas equatoriais desse ponto? A longitude do meridiano da hora de Tabriz é $52,5^\circ$ leste.

Problema 13. (S48A) No dia 22/03, uma pessoa estava em Frankfurt ($50,1^\circ\text{N}$; $8,4^\circ\text{E}$) em pé olhando na direção Norte no momento em que o Sol culminava superiormente. Ela estava tão entretida observando o nascer das flores que, passada meia hora, percebeu que sua sombra estava a $9,75^\circ$ para leste de onde estava antes. Calcule o tamanho da sombra da pessoa neste momento, sabendo que sua altura é de $a = 1,80 \text{ m}$.

Problema 14. (S43A) Um avião sai de Brasília ($16,0^\circ\text{S}$; $48,0^\circ\text{W}$) com destino a Antananarivo ($19,0^\circ\text{S}$; $47,5^\circ\text{E}$). Qual a porcentagem do trajeto que está ao sul do Trópico de Capricórnio?

Problema 15. (S42M) Em Keszthely (47°N , 17°E), Luã, Raul e Shoji dormiam em um quarto quadrado, de lado 4 m e altura 2,5 m, com uma janela do tamanho da parede voltada ao lago Balaton, ao Sul. Luã, que dormia na cama da parede Oeste, percebeu que todos os dias, às 7 h da manhã (GMT+2:00), o Sol do verão queimava sua cara e o acordava, servindo como um excelente despertador natural. Neste instante, a luz do Sol toca (ou tocaria, se Luã não estivesse no caminho) o canto inferior da parede no fundo. Sabendo que nessa data a ascensão reta do Sol era de 9 h:

- a) Qual a declinação do Sol na data?
- b) Qual o ângulo entre o plano da janela e o plano Leste-Oeste?

Problema 16. (S39M) Oito dias após a última Lua cheia (que ocorreu no dia 17/06), você se encontra em São Paulo no tempo sideral local de 10h45m. Você consegue ver a Lua? Qual sua

altura aproximada do horizonte?

Problema 17. (S38A) O nascer helíaco de um objeto celeste acontece quando ele nasce junto com o Sol. Segundo alguns historiadores, para os antigos egípcios, o nascer helíaco de Sírius, α CMa, que atualmente tem coordenadas ($\delta_0 = -16^\circ 44'$, $\alpha_0 = 6\text{h}46\text{min}$), significava o início do ano. Sabendo que a Segunda Dinastia Egípcia ocorreu por volta de 2700 a.C., que sua capital era a cidade perdida de Thinis ($\phi = +26^\circ 20'$, $l = 31^\circ 54'$), que Polaris "caminha" em torno do círculo precessional no sentido horário num período de 25772 anos, que o movimento dos Polos Eclípticos é desprezível, e que o ano sótico tem 365 dias, divididos em três estações: Cheia, Emergência e Colheita, de 120 dias cada, além de 5 dias epagomênos, calcule:

- as coordenadas equatoriais de Sírius na Segunda Dinastia Egípcia.
- o tempo sideral T_{SL} do nascer helíaco de Sírius nessa época.
- a longitude eclíptica do Sol nesse evento.
- as datas dos equinócios.
- as datas dos solstícios.

Problema 18. (S34I) Após Raul começar a criar historinhas para seus exercícios, seu arqui-inimigo, Æul, que já fazia historinhas para seus exercícios antes, decide levar Raul para um lugar onde ninguém poderia achá-lo.

Raul acorda no meio da noite em uma praia escura e sem sinal de civilização por perto. Mas Æul não contava com as habilidades de localização de Raul. Imediatamente, ele identifica Polaris a uma altura de $7,5^\circ$ do horizonte. Logo em seguida, observa Mintaka ($\alpha = 5\text{h}30\text{m}$) encostando no horizonte oeste. Percebe, também, que ainda está com seu relógio, ajustado no horário de Brasília, marcando 7h45m da manhã. Raul sabe que não passou muito tempo desacordado, então ainda está perto do dia 20 de maio.

Quais as coordenadas do lugar calculadas por Raul?

Problema 19. (S34M) Chegando na prova de telescópio da seletiva de astronomia, pedem para Raul calcular a distância até uma antena e também a altura dessa antena. Em sua disponibilidade, haviam dois telescópios em montagem altazimutal separados por 10 metros.

Apontando para o topo da torre, Raul encontra, dentro de uma margem de erro:

Coordenadas medidas pelo telescópio 1: $A_1 = 70,0^\circ$ e $h_1 = 55,0^\circ$

Coordenadas medidas pelo telescópio 2: $A_2 = 72,0^\circ$ e $h_2 = 53,5^\circ$

Azimute do telescópio 2 medido pelo telescópio 1: $A = 280^\circ$

Qual é a distância do telescópio 1 até a antena?

Problema 20. (S29M) Determine o horário civil de Keszthely, Hungria (UT+1), $\lambda = 17^\circ 14' 35,4''$, às 3h52min44,3s de tempo sideral, no dia em que o tempo sideral de Greenwich às 0h de UT é 7h16min56,3s.

4. Cosmologia

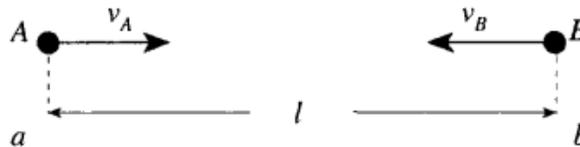
Problema 1. (S49I) Qual a temperatura do universo na época da recombinação? Isto é, quando os elétrons e os prótons se associaram formando hidrogênio. Dados: o redshift da época da recombinação é $z = 1100$ e a temperatura atual do universo $T_0 = 2,732$ K.

Problema 2. (S38M) Para um universo feito somente de matéria, mostre que o parâmetro de desaceleração, definido como $q = -\ddot{a}/\dot{a}^2$ é metade do parâmetro de densidade definido como $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$, onde a é o fator de escala e ρ_c é a densidade crítica do universo.

Problema 3. (S25A - Adaptado) Considerando que o universo seja plano e composto apenas por matéria não-relativística, calcule em quanto tempo o universo irá resfriar em 0,1 K. Sua temperatura atual é $T_0 = 2,73$ K.

5. Relatividade

Problema 1. (S66A) Uma pessoa na Terra vê dois foguetes, A e B , indo um no sentido do outro e colidindo, como mostra a figura.



No referencial da Terra, no instante $t = 0$, o observador na Terra vê A no ponto a indo à direita com $v_A = 0,8c$. Nesse mesmo instante, ele vê B em b indo à esquerda com $v_B = 0,6c$. Os foguetes estão separados por uma distância $l = 4,2$ segundos-luz.

- No referencial do observador na Terra, quanto tempo irá passar até os foguetes colidirem?
- Calcule a velocidade de aproximação de B no referencial de A e de A no referencial de B .
- Quanto tempo irá passar no referencial de cada foguete até a colisão?

Problema 2. (S42A) Durante a viagem para a Hungria, Bruna, sentada na janela do avião, observa uma luz de natal (aqueles fios compridos cheios de lâmpadas) passando a $0,8c$ do lado do avião. Ela, então, percebe que a lâmpada pisca na janela com um período de 0,6 s. Qual seria o período observado no referencial das luzes, sabendo que neste referencial todas as lâmpadas piscam juntas?

Problema 3. (S30A) Com mais um sucesso nas costas, você se vê com a oportunidade de fazer algo nunca antes feito na história: enviar uma sonda para Próxima Centauri! Sua equipe acaba de desenvolver um foguete capaz de acelerar um pequeno objeto, do tamanho de um celular, até 60% da velocidade da luz.

Como não há como desacelerar as sondas quando chegarem na estrela, várias serão lançadas para garantir que recebamos os dados da missão.

- a) Em quanto tempo as sondas chegarão em Proxima Centauri, no referencial da Terra? E no referencial das sondas? Assuma que o tempo de aceleração é desprezível.
- b) Sabendo que as sondas foram equipadas com antenas que transmitem na faixa de 30 cm, qual o comprimento de onda captado na Terra?
- c) No referencial das sondas, uma mensagem é enviada à Terra a cada semana. Qual o intervalo de tempo entre as mensagens no referencial da Terra?
- d) Se as sondas partiram hoje em direção a Proxima Centauri, daqui a quantos anos receberemos os primeiros dados do sistema estelar de perto?
- e) De alguma forma, uma das sondas foi ricocheteada no sistema e está voltando em nossa direção com a mesma velocidade da ida! Quando ela chegar no sistema solar, qual terá sido o número total de mensagens trocadas entre ela e a Terra?

Problema 4. (S14A) Um próton com energia cinética de 1 GeV está se propagando da superfície do Sol em direção à Terra. Desprezando o campo magnético do Sol, calcule o tempo de viagem deste próton como visto da Terra.

6. Telescópios e Detectores

Problema 1. (S68M) Um telescópio refrator é construído com uma objetiva acromática (sem aberração cromática) formada pela justaposição de duas lentes esféricas delgadas, uma convexo-côncava, de índice de refração n_1 e raios de curvatura R e $2R$; e a outra biconvexa de índice de refração n_2 e raio de curvatura R .

Já a ocular é uma lente esférica delgada simples com uma distância focal que permite um aumento nominal para o telescópio igual, em módulo, a 5. Observando-se através desse telescópio um objeto muito distante, uma imagem final imprópria é conjugada por esse instrumento. Considere que o telescópio seja utilizado em condições usuais nas quais é mínima a distância L entre as lentes objetiva e ocular, que o local onde a observação é realizada tenha índice de refração constante igual a 1; e que sejam desprezadas as características do sistema óptico do observador.

Nessas condições, calcule o comprimento L do telescópio.

Problema 2. (S63A) É a disputa do milênio! Galileu e Kepler estarão participando de jogos para decidir quem foi o melhor astrônomo de suas respectivas épocas, e você estará realizando os cálculos para ajudá-los nesse tão esperado duelo.

a) Primeira rodada:

Compare a razão focal dos dois modelos de telescópios (galileano e kepleriano), aquele que tiver o maior valor vence. As demais características dos telescópios são idênticas (aumento, comprimento e diâmetro)

b) Segunda rodada:

Introdução: Você olha para uma estrela com cada um dos telescópios, porém a imagem fica borrada em ambos os casos. Após mexer uma distância x na ocular, os raios de luz deixam de sair paralelos e formam uma imagem. Encontre uma expressão para o x de cada telescópio em função da distância focal da ocular, F_{ocG} ou F_{ocK} e de q : coordenada da imagem final formada pelo telescópio em relação à ocular e na direção do eixo do tubo. Considere que, inicialmente, os planos focais das

lentes eram coincidentes. O sinal de x é medido no sentido da propagação da luz no interior do telescópio.

Problema: Agora você descobriu que tem miopia axial, que beleza! Porém seu óculos de dioptria $D = -3$ di ainda não chegou então você olha a estrela sem ele. Sabendo que $F_{ocG} = -20,0$ mm, $F_{ocK} = 20,0$ mm e que a distância focal da objetiva de um olho normal vale $F_n = 16,3$ mm, calcule a distância movida na ocular em cada telescópio. O telescópio que possuir o menor valor vence a rodada. Considere que o conjunto de materiais que ocupam o olho são reduzidos para uma única lente, o cristalino, e que a distância entre o cristalino e a ocular é próxima de ser nula.

Será esse o fim da guerra, marcada por duas vitórias de um competidor, ou apenas o fim da batalha?

Problema 3. (S47A) (Antonio Mário Magalhães – IAG USP)

Vamos estudar o limite de detecção para um grande telescópio. Considere um telescópio de abertura $D = 8$ m usado para imageamento direto com um detector de eficiência quântica $q = 0,65$, ao longo de uma banda $\Delta\lambda = 1000 \text{ \AA}$, de 5000 \AA a 6000 \AA . Este telescópio está num sítio muito bom, onde o brilho do céu é $B_{ceu} = 22,5 \text{ mag/arcsec}^2$ e o seeing é $\theta = 0,5 \text{ arcsec}$. Uma estrela de magnitude zero nesta banda passante tem um fluxo de fótons $C = 10^3 \text{ fótons/(s} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{\AA})$.

- Escreva a fórmula para a razão sinal/ruído obtida para uma estrela de magnitude m dentro da banda $\Delta\lambda$ e tempo de exposição t , assumindo que o brilho do céu seja conhecido perfeitamente (através de medidas independentes) e somente contribui para o ruído através dos fótons de fundo dentro do seeing da estrela.
- Qual a magnitude limite, ou seja, qual a magnitude da estrela que fornece sinal/ruído = 3, para $\Delta\lambda = 1000 \text{ \AA}$ e $t = 1 \text{ h}$? Verifique que o regime em que isso acontece é “limitado pelo fundo de céu”.
- Qual deve ser a razão focal do telescópio para que o diâmetro do disco de seeing seja menor que dois píxeis de CCD de $27 \mu\text{m}$? Comente brevemente o resultado.

Problema 4. (S42I) Na tarde antes da prova de céu na IOAA, Raul estava praticando com um dos telescópios que seriam usados na prova. Para começar a apontar objetos, primeiro teve que alinhar a buscadora. Sabendo que Raul alinhou a buscadora com um objeto a 100 m de distância, que o telescópio tem 150 mm de diâmetro, razão focal $f/5$ e que a buscadora ficava $2,5$ cm afastada do tubo:

- Qual o ângulo de paralaxe medido entre a buscadora e a ocular?
- Um objeto apontado pela buscadora apareceria na ocular de 10 mm (campo de visão aparente: 40°)?

Problema 5. (S40M) Considere que Bruna tem 1 cm e está localizada a 10 km de distância. Para vê-la, Luã utiliza uma ocular de distância focal de $2,5$ cm, além disso, seu telescópio é um $f/5$. No entanto, ele não consegue ver Bruna muito bem...

Ele então decide usar uma Barlow 5x, uma lente côncava de distância focal $0,5$ cm. A que distância do foco principal ele deve colocar a Barlow? Qual o tamanho angular de Bruna vista através do telescópio? Sabendo que a ocular tem campo de 54° , a imagem de Bruna cabe toda na pupila de saída?

Problema 6. (S33M) Bruna, na seletiva de 2019, após não chutar o telescópio, é pedida para coletar uma série de informações sobre o telescópio da prova. Ela tem os seguintes dados:

-Abertura: 200 mm

-Razão focal: $f/5$

-Distância focal da ocular: 25 mm

-Campo da ocular: 50°

E é pedido:

- a) a distância focal do telescópio.
- b) a escala de placa do telescópio.
- c) a magnificação do telescópio.
- d) o campo de visão do telescópio.
- e) o campo de visão do telescópio com uma Barlow 2x.

Problema 7. (S27M) Um astrônomo com um telescópio de razão focal $f/10$ e abertura 1500 mm. Ele opera com um CCD 2024×2024 , na qual cada pixel possui 6 microns de lado. Ele deseja observar o sistema binário λ Sco, e quer saber se é possível resolver as duas estrelas. Responda:

- a) Quantos pixels as duas estrelas irão cobrir no CCD?
- b) É possível resolver este sistema na placa do CCD?

Dados:

Coordenadas equatoriais de λ Sco A: $\alpha_A = 17\text{h}33\text{min}36,6\text{s}$ e $\delta_A = -37^\circ06'13''$

Coordenadas equatoriais de λ Sco B: $\alpha_B = 17\text{h}33\text{min}42,6\text{s}$ e $\delta_B = -37^\circ06'44''$

7. Análise de Dados

Problema 1. (S74I) (Olimpíada Romena de Astronomia - Adaptado)

Num futuro distante os humanos finalmente são capazes de povoar o sistema solar! O jovem astrônomo Bismarck, disposto a explorar o espaço resolve se mudar da Terra e passa a viver sozinho no asteroide VISH. Entediado, ele decide observar Saturno e seu satélite Titã, tendo como base seu almanaque astronômico (heliocêntrico). Bismarck, no entanto, nota que os valores do tempo de trânsito de Titã do seu almanaque não estão acurados! Com uma grande sede de conhecimento, Bismarck passa anos no asteroide e percebe que essa diferença de tempo é maior quando Saturno e o Sol estão em conjunção ou oposição a partir de VISH. Como é um garoto muito inteligente, ele logo percebe que isso é um efeito direto da velocidade da luz ser finita. Bismarck decide então ir além e calcular a velocidade da luz, e você vai ajudá-lo!

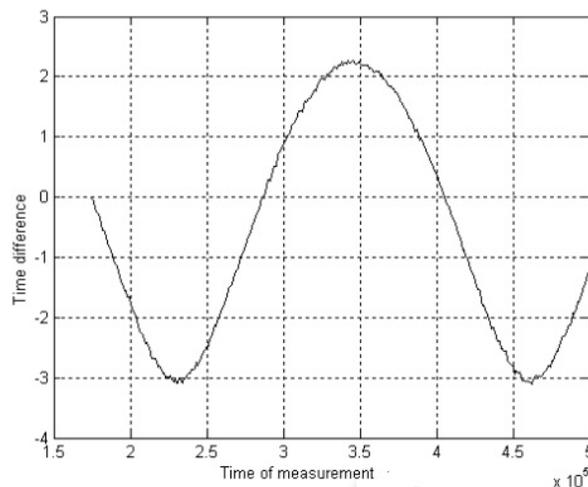
No futuro, no entanto, não se utiliza mais o sistema internacional de unidades, e sim **Shojis (S)** e **Makotos (M)**, uma homenagem a dois incríveis astrônomos do passado. Definimos então $T_{VISH} = 1000\text{S}$, onde T_{VISH} é o período sinódico de rotação de VISH, e $r_{VISH} = 10^9\text{M}$, onde r_{VISH} é a distância de VISH ao Sol.

- a) Abaixo estão alguns dos dados colhidos por Bismarck, onde
 l) representa o momento em que o eclipse de Titã começa segundo o almanaque
 ll) representa o momento em que o eclipse de Titã começa para Bismarck (incerteza de 0,03 S)
 llI) a posição de Saturno durante o eclipse

Observação	I	II	III
1	456,47	450,32	Oposição
2	18,50	12,28	Oposição
3	821,41	815,29	Oposição
4	444,70	450,85	Conjunção
5	615,43	621,52	Conjunção
6	791,94	798,02	Conjunção

Calcule a velocidade da luz nas unidades adequadas e estime sua incerteza.

- b) Enquanto contempla sua solidão, Bismarck gosta de medir ondas de rádio provenientes da Terra. Ele decide então calcular o raio da órbita da Terra em Makotos a partir de suas observações. Qual o valor que ele acha, sabendo que o garoto nunca erra contas?



Acima está o gráfico de Bismarck (ambos os eixos em Shojis)

- c) Sabendo o valor de c e de 1 UA, determine a conversão entre o sistema de medidas do futuro e o sistema internacional de unidades.
 d) Estime T_{VISH} .

8. Física Estelar

Problema 1. (S72M) Burnana encontra uma estrela muito interessante: a densidade desta estrela a uma distância r de seu centro é dada por $\rho(r) = \frac{3\rho_c}{4r^2}$ onde ρ_c é uma constante. Burnana resolve então calcular a pressão P a uma distância r do centro desta estrela. Quando ela começa a calcular, percebe que, por ter abandonado os estudos de física para estudar biologia, não sabe mais realizar os cálculos necessários. Ajude Burnana nessa missão e derive a relação pedida. Sua resposta deve ficar em função apenas da massa M da estrela, de r e de ρ_c .

Problema 2. (S53M) Encontre a Massa de Jeans para uma nuvem de raio R e densidade ρ a partir do Teorema do Virial.

Problema 3. (S40A) Giovanna, a magnata de Quintal de Little Valley, quer investir em novos meios de gerar energia. Para isso, ela viaja até um sistema binário em que uma estrela está acretando matéria da outra numa taxa igual a \dot{M} . Sabendo que a estrela que acreta matéria tem massa M , encontre a luminosidade de cada anel do disco de acreção, a luminosidade total do disco, a luminosidade total da acreção, a eficiência de acreção e a temperatura de cada anel em função do raio desse mesmo anel.

Problema 4. (S25M) O limite de Eddington é a máxima luminosidade que uma estrela com certa massa pode alcançar, ocorrendo quando existe um balanço entre a força de radiação e a gravitacional. Qual é o limite de Eddington para uma estrela semelhante ao Sol, com opacidade do meio igual a $\kappa = 0,02 \text{ m}^2\text{kg}^{-1}$?

Problema 5. (S11A) Considere uma estrela de raio R , massa M e campo magnético B . Suponha que ela colapsou e virou uma estrela de nêutrons de raio $R' = 1,25 \cdot 10^{-5}R$, qual será seu novo campo magnético B' ?

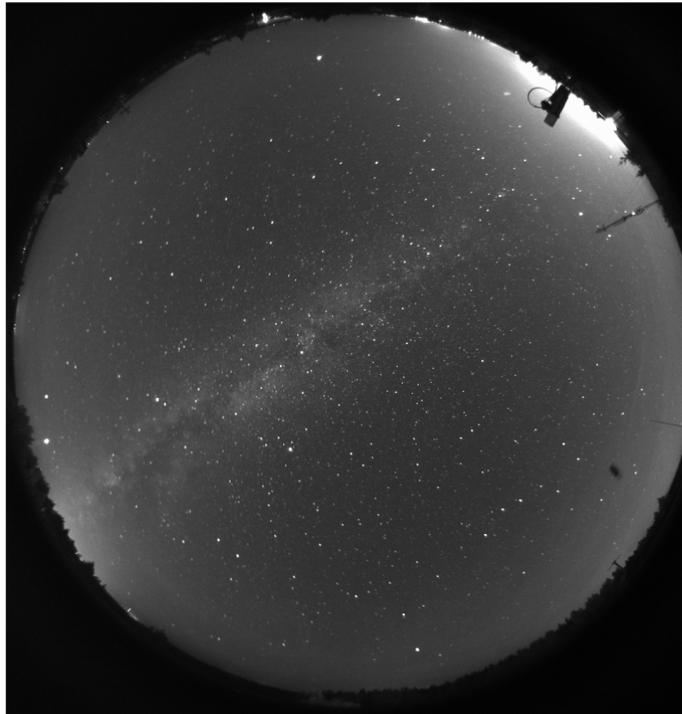
Problema 6. (S9A) Uma estrela possui condutividade térmica κ e raio R . Considere que a razão potência irradiada por volume dela seja ω . Sendo assim, encontre a temperatura T_c no centro da estrela.

9. Carta Celeste

Problema 1. (S73I) A cultura estelar babilônica foi uma das mais avançadas de todos os povos que já passaram pela Terra. Assim como fazemos hoje, eles agruparam certas estrelas em grupos, denominados constelações. Um deles é o ‘Arco e Flecha’, que você pode ver na figura abaixo. Identifique as três constelações reconhecidas pela IAU que compõem as estrelas que formam o Arco e Flecha. Além disso, cite o nome da estrela apontada por uma seta.



Problema 2. (S73M) Baixe a imagem abaixo [aqui](#) e use um software de edição de imagem (paint, por exemplo) para marcar os seguintes objetos astronômicos: Vega, Altair, Polaris, Alkaid, Algenib, Shedar, M15, M13, M31, M27, M29, M52. Também cite 5 constelações que aparecem na imagem e são cruzadas pelo equador galáctico.



Problema 3. (S73A) A partir da carta celeste abaixo, que pode ser baixada [aqui](#), faça o que se pede:



- a) Encontre o Polo Celeste Sul (PSC) e trace o meridiano local. Após isso, estime a latitude de observação.
- b) Utilizando as ascensões retas (α) dadas na tabela abaixo, estime o Tempo Sideral Local (LST).

Estrelas	Ascensão Reta (α)
Acrux	12 ^h 28 ^m
Miaplacidus	9 ^h 13 ^m
Canopus	6 ^h 24 ^m
Rigel	5 ^h 16 ^m
Denebola	11 ^h 50 ^m

- c) Sabendo que essa foto foi tirada na data do Equinócio de Outono, estime o horário solar local da observação.
- d) Para cada objeto de céu profundo abaixo, escreva o seu número do catálogo de Messier e o seu tipo. Além disso, determine quais desses objetos não aparece na carta e localize os outros três.

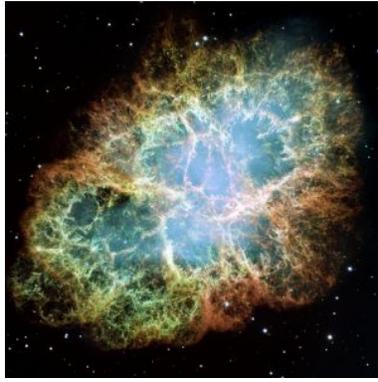


Figura 1



Figura 2

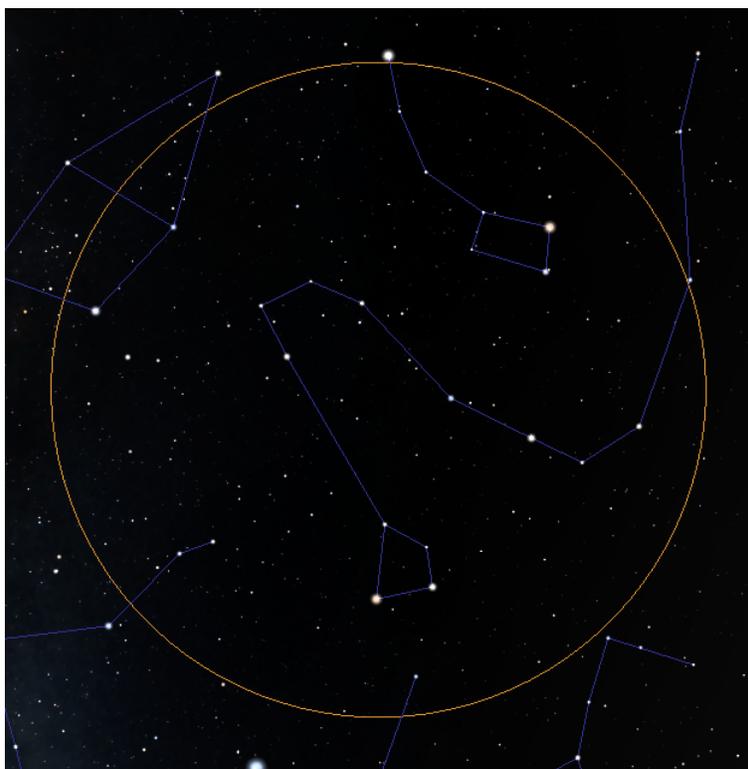


Figura 3



Figura 4

Problema 4. (S46M) Estime daqui a quantos anos a estrela Thuban αDra será a estrela polar. Considere que o período precessional como sendo de 25772 anos e que a estrela Polaris αUMi está no polo celeste norte. Utilize a figura abaixo.



10. Miscelânea

Problema 1. (S69M) De acordo com teorias recentes, a extinção em massa do devoniano que ocorreu 359 Ma (milhões de anos) atrás poderia estar relacionada à explosão de uma supernova localizada à 65 ly (anos-luz), a qual causou muitos danos à camada de ozônio e, conseqüentemente, a Terra ficou desprotegida de raios muito energéticos, que são prejudiciais para a manutenção da vida. Assuma que a supernova esteja localizada no plano do Equador e tenha emitido isotropicamente $1,6 \cdot 10^{47}$ átomos de ^{244}Pu e $3,0 \cdot 10^{47}$ átomos de ^{235}U durante toda a explosão, com tempos de meia-vida de, respectivamente, 80 Ma e 704 Ma. Desconsiderando o tempo necessário para chegar à Terra, calcule a densidade numérica superficial média de cada um desses elementos atualmente (considerando somente a explosão da supernova).

Problema 2. (S69A) Lago, um ET da sétima dimensão, está viajando em nosso universo tridimensional em sua nave que possui uma vela solar acoplada, que pode abrir e fechar. Ele se aproxima lentamente de uma estrela de massa $5M_{\odot}$, luminosidade $20L_{\odot}$ e raio $5R_{\odot}$. Sendo a vela um refletor circular perfeito de área $A = 1,00 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ e a distância inicial da estrela à nave $D = 0,5 \text{ UA}$, ajude Lago a não ser engolido pela estrela!

Parte 1

- Qual é a maior massa que a nave pode ter para que Lago sobreviva? Essa será o dobro da massa da nave a ser utilizada nos próximos itens.
- Lago estende sua vela por um intervalo de tempo t e depois a fecha. Calcule o valor mínimo de t para que a nave não colida com a estrela.

Dica: analise num gráfico a evolução de certo parâmetro

Parte 2

Agora, na região que está em volta da estrela, há uma nuvem de poeira uniformemente distribuída formada por grãos que possuem massa $m_P = 1000m_H$, onde m_H é a massa de um átomo de hidrogênio, e raio $r = 1,00 \mu\text{m}$. Sabe-se que a profundidade óptica para uma camada de 20 pc de espessura é $1,00 \cdot 10^2$.

- c) Calcule a densidade (em m^{-3}) de partículas na nuvem.
- d) Calcule o mesmo parâmetro do item b) em seu caso limite. Para os próximos itens, assuma que tal parâmetro é constante ao longo do tempo
- e) Calcule a taxa de ganho de massa pela nave, $\frac{dM}{dt}$. Assuma que a velocidade dos grãos de poeira é muito menor que a da nave e que sua secção efetiva corresponde ao raio da vela.
- f) Escreva a segunda Lei de Newton para a nave
- g) Desenvolva uma expressão que envolva a distância d da nave à estrela quando o caso limite chegar. Não há necessidade de resolver tal equação. Escreva o tempo t que a vela ficou hasteada em função de d .

Problema 3. (S67I) Considere uma estrela vibrante, cuja frequência de oscilação ν **pode** depender somente de seu raio R , densidade de massa ρ e constante da gravitação universal G . Escreva a dependência da frequência nesses parâmetros.

Problema 4. (S65I) (IAAC 2020 - adaptada)

Você está em uma missão interestelar da Terra até Sirius. Entretanto, no meio do percurso, o motor de sua nave teve um problema e, com uma cápsula de emergência, você pousa em um planeta próximo. O planeta é muito pequeno e sua superfície é deserta, com algumas pedras espalhadas. Você precisa de água para sobreviver, porém ela só está disponível nos polos do planeta.

Utilizando somente os seguintes equipamentos presentes na cápsula:

- Cronômetro
- Balança eletrônica
- Régua de 2 metros
- 1 Litro de óleo
- Copo medidor graduado

Descreva um experimento para determinar a sua distância d e o tempo mínimo t_{min} para chegar ao polo (obtenha fórmulas para esses valores em função das informações obtidas).

Dica: Como o planeta é pequeno, considere uma densidade constante em todo o seu interior. Além disso, a balança eletrônica está programada para medir a massa de uma objeto na Terra.

Problema 5. (S63M) Um astrônomo com um CCD de 1024×1024 pixels acoplado em um telescópio de diâmetro 200 mm e razão focal $f/8$ observa uma nuvem molecular esférica contida dentro de um quadrado de 6×6 pixels. A nuvem está localizada a 250 pc do Sistema Solar e possui densidade de partículas $\eta = 10^{11} \text{m}^{-3}$ e temperatura $T = 10 \text{K}$. Determine se essa nuvem irá colapsar gravitacionalmente. Considere que os pixels têm $L_p = 1,7 \mu\text{m}$ de lado.

Problema 6. (S62A) No ano de 2049 uma estranha nuvem de poeira cobre o superaglomerado de Virgem e essa nuvem torna os humanos incapazes de morrer, descobrindo isso Bismarck e Bis Bis (Bisneto de Bismarck) decidem fazer o seguinte experimento: Bis Bis foi para o Polo Sul geográfico e Bismarck foi para o Equador para que pudessem observar o céu por um período de tempo muito longo, com o objetivo de descobrir quem iria ver mais estrelas usando um telescópio refrator, com razão focal $f/10$ e distância focal da objetiva de 3,00 m que possui a seguinte limitação física: somente consegue mirar (ou seja, alinhar com o eixo óptico) em alvos com um ângulo menor ou igual a $23,5^\circ$ em relação ao zênite. Suponha que Todo o espaço ao redor da Terra tem distribuição isotrópica de estrelas semelhantes ao Sol e de poeira. A poeira é formada por partículas esféricas de raio $1,00 \mu\text{m}$ e tem densidade de $2,37 \cdot 10^{-5}$ partículas/ m^3 . Considere que o campo de visão do telescópio seja de 1° , que a interferência gravitacional da Lua é desprezível e que o Sol não impede eles de verem nenhuma estrela. Para ajudá-los calcule a razão entre a quantidade total de estrelas que podem ser vistas por Bismarck e Bis Bis.

Problema 7. (S61A) Velas solares são um tipo de propulsão que utiliza a pressão de radiação para se acelerar. Elas são feitas de materiais refletores de grandes dimensões. Com base nessas informações, calcule aproximadamente, em anos terrestres, quanto tempo demoraria para uma vela solar chegar à Nuvem de Oort, que está a aproximadamente $5,00 \cdot 10^4$ UA do Sol.

Dados da vela: área refletora quadrada de lado $l = 80,0$ m que sempre fica voltada para o Sol, massa $m = 5,00$ kg, sua superfície reflete 90,0% da radiação incidente e ela estava a uma distância inicial de $r_0 = 1,00$ UA. Considere que ela estava inicialmente em repouso em relação ao Sol.

Problema 8. (S57A) Em um dia qualquer, ou seja, com a posição do cometa desconhecida, qual a chance de um observador no Sol com um telescópio óptico de diâmetro $D = 10$ m conseguir resolver o cometa Halley?

Dados: distância do afélio $r_a = 35$ UA, distância do periélio $r_p = 0,60$ UA, albedo $a = 0,040$ e raio $R = 5,5$ km. Se necessário, utilize que:

$$\int \sqrt{1 - \left(\frac{x}{\gamma}\right)^2} dx = \frac{1}{2} \left(x \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x}{\gamma}\right)^2} + \gamma \cdot \sin^{-1} \left(\frac{x}{\gamma}\right) \right) + C$$

Problema 9. (S50A) (ROSAOC)

Um asteroide se move ao redor do Sol na eclíptica sem nunca entrar no interior da órbita da Terra. As condições de observação se repetem a cada 2 anos, e sua magnitude aparente varia em 8 mag no mesmo período. Encontre o menor valor possível de excentricidade orbital para o corpo em questão. Considere que ele é uma esfera de albedo constante e a órbita terrestre é circular.

Problema 10. (S46A - Adaptado) Uma nave de ETs vieram espionar a Terra no dia 22/06, no entanto, eles não querem ser vistos pelos seres humanos, ou seja, percorre uma trajetória de tal forma que no ponto de maior proximidade com a Terra, ela está distante o suficiente para não ser vista a olho nu. Os ETs também não pretendem ficar no Sistema Solar. Sabendo que a nave descreve sua trajetória no plano da eclíptica e que quando chega no ponto mais próximo da Terra, fica em oposição ao Sol, determine as coordenadas equatoriais da nave daqui a muito tempo.

Considere que a nave seja esférica e de raio $R = 50$ m e que sua velocidade quando estava muito distante da Terra era de $v = 1 \cdot 10^4$ m/s.

Problema 11. (S45M+A) Demonstre:

a) a relação de Tully-Fisher para galáxias espirais, sabendo que elas são circulares e que têm brilho superficial constante.

Relação de Tully-Fisher:

$$L \propto v_{max}^4$$

onde v_{max} é a velocidade de rotação máxima observada na galáxia.

b) a relação de Faber-Jackson para galáxias elípticas, sabendo que elas podem ser aproximadas por uma esfera e que tem brilho superficial constante.

Relação de Faber-Jackson:

$$L \propto \sigma^4$$

onde σ é o desvio padrão das velocidades radiais observadas na galáxia.

Problema 12. (S35I) Sabendo que a zona habitável de um sistema planetário é definida como a zona na qual podemos encontrar água líquida, e, admitindo, em primeira aproximação, pressão de 1 atm para a atmosfera de qualquer planeta, calcule a área dessa zona em função do albedo α do planeta, do raio R da estrela, da temperatura de fusão T_f e de ebulição T_e da água a 1 atm.

Problema 13. (S28A) Para se controlar a temperatura em um satélite artificial é necessário um sistema de refrigeração que conduza o calor do interior para que possa ser irradiado na superfície externa. Para entender melhor como funciona o processo, imagine um satélite em equilíbrio térmico que emita radiação como um corpo negro.

a) Se o satélite estiver em órbita terrestre e consumir uma potência P , qual deve ser a área mínima do painel solar voltado diretamente para o sol? Sabendo que o painel usado possui albedo α e eficiência η . Além dessas variáveis, deixe sua resposta em função da luminosidade solar L e da distância Terra-Sol a .

b) Qual deve ser a área externa do satélite para que mantenha uma temperatura T ?

c) Considere o satélite com capacidade térmica C e que sua órbita é geocêntrica de altitude H , no plano do Equador. Quanto tempo o satélite passa por órbita na sombra da Terra e qual a sua temperatura mínima?

Problema 14. (Tentei fazer essa questão um pouco diferente das questões genéricas de albedo que tinha nos problemas da semana, mas não se ficou bom)

Um planeta de massa desprezível, albedo α e raio R orbita uma estrela de luminosidade L em uma órbita circular de raio a . Para os itens a) e b), considere que o raio R do planeta **não** é desprezível em relação à distância a até a estrela.

a) Calcule a luminosidade incidente no planeta.

- b) Considerando que apenas uma face do planeta é iluminada ao longo da órbita e que ela se encontra em equilíbrio térmico, calcule a temperatura superficial dessa face.
- c) A partir do resultado do item anterior, encontre a temperatura para o caso mais comum, ou seja, assumindo $R \ll a$.