SIMULADO
SELETIVAS ONLINE

Instruções Gerais

1. Este simulado possui 20 questões objetivas e duração máxima de 2 horas.
2. O uso de calculadoras não programáveis é permitido.
3. As constantes necessárias para resolver a prova serão dadas nos enunciados.
4. Este simulado foi feito pensando no aprendizado do estudante, portanto não tenha medo de pesquisar algum conceito na internet ou em algum livro! Encontre um método eficiente para aproveitar ao máximo essas questões!
5. Procure simular ao máximo as condições em que você irá realizar a prova real, como o local de prova e os seus utensílios.
6. Autores:
   - Q1: Hemétrio
   - Q2: CJ
   - Q3: Xifu
   - Q4: Gabi
   - Q5: Plo
   - Q6: CJ
   - Q7: Hemétrio
   - Q8: CJ
   - Q9: Jan
   - Q10: Hemétrio
   - Q11: Jan
   - Q12: Plo
   - Q13: Murilo
   - Q14: Gabi
   - Q15: Murilo
   - Q16: Jan
   - Q17: Gabi
   - Q18: Murilo
   - Q19: Plo
   - Q20: Xifu

   Este simulado foi, inicialmente, divulgado em formato Google Forms, com tempo cronometrado de 2 horas e feito através desse link. Como combinado, os melhores resultados ficarão registrados aqui no gabarito. Parabéns a todos que participaram!

MAIORES NOTAS:

GABRIEL CAMPOS

ANDERSON AQUILES

LETYCIA BARBOSA

LUCAS ROCHA CASTRO

RONALDO BEZERRA

JEFFERSON NOGUEIRA

1. **(1 ponto)** A estrela **SUPER MASSIVA** U4LYP3 UCH04 de raio $R = 8\ R_\odot$ e temperatura $T = 4\ T_\odot$ é utilizada em uma investigação pelo físico N4T4N UCH04. Sabendo que a relação Massa-Luminosidade para essa estrela é do tipo:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^3$$

Calcule a densidade média de U4LYP3 UCH04.

(a) $0,012\ \rho_\odot$

(b) $0,049\ \rho_\odot$

(c) $0,067\ \rho_\odot$

(d) $0,039\ \rho_\odot$

Solução:

Utilizando a Lei de Stefan-Boltzmann:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

$$L = 16384 L_\odot$$

Pela relação Massa-Luminosidade:

$$\frac{L}{L_\odot} = 16384 = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^3$$

$$M = 25,4 M_\odot$$

Por fim:

$$\rho = \frac{M}{V}$$

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$$

$$\boxed{\rho = 0,049\rho_\odot}$$

OBS: Houve um erro no formulário de modo que a resposta correta não estava presente dentre as alternativas. Devido à isso, foi considerado a alternativa mais próxima $0,041$ como correta. Peço desculpas pelo ocorrido e desejo bons estudos à todos!

Alternativa: (b)

2. **(1 ponto)** Robaldo e Faustão, alunos extremamente dedicados, decidiram que se preparariam para as provas de céu da seletiva 2023 de uma forma bem peculiar: estudariam também o céu de Alpha Centauri para garantir a aprovação para a IOAS (International Olympiad on Astrology and Signs). Para isso, eles precisam saber qual é a magnitude aparente do Sol visto de lá. O problema é que Robaldo, esquecido como sempre, deixou sua calculadora na Terra. Sabendo que Alpha Centauri está a aproximadamente 4,5 anos-luz, ajude-os a calcular a informação necessária.

Dados: 1 ano-luz ≈ 0,3 pc e $M_{V\odot} \approx 4,83$.

(a) $1,2$ mag

(b) $0,5$ mag

(c) $5,5$ mag

(d) $0,2$ mag

Solução:

Para calcular a magnitude de um objeto a uma certa distância podemos utilizar a fórmula do módulo da distância:

$$m_{\odot} - M_{V\odot} = 5\log(d) - 5$$

Passando d para parsecs:

$$4,5 \cdot 0,3 = 1,35\ pc$$

Realizando as substituições e resolvendo a equação:

$$m_{\odot} - 4,83 = 5\log(1,35) - 5 \Longrightarrow m = 5\log(1,35) - 5 + 4,83$$

$$\boxed{m_{\odot} \approx 0,5}$$

Alternativa: (b)

3. **(1 ponto)** O Raio de Schwarzschild é um raio característico associado a todo corpo material. Este raio está associado à extensão do horizonte de eventos que haveria caso a massa de tal corpo fosse concentrada em um único ponto de dimensões infinitesimais (semelhante ao que ocorre em um buraco negro). Também podemos pensá-lo como o raio máximo tal que a luz ainda consegue sair do campo gravitacional passando bem perto da superfície.

Por exemplo, se comprimíssemos a Terra para um raio menor que 9mm (seu raio de Schwarzschild), um raio de luz que passasse perto de sua superfície não conseguiria escapar do seu campo gravitacional.

Por sorte, o raio de Schwarzschild de um corpo de massa M pode ser encontrado usando física clássica: Basta igualar a velocidade da luz com a velocidade de escape na superfície do corpo.

Desse modo, determine o raio de Schwarzschild R_{s} para Saturno.

Dados: Massa de Saturno $M_{\mathrm{s}} = 5,68 \cdot 10^{26}$ kg.

(a) 84,2 cm

(b) 60,5 cm

(c) 42,1 cm

(d) 1,68 m

Solução:

A velocidade de escape de um objeto na superfície pode ser encontrada igualando a energia mecânica no instante em que o corpo se encontra na superfície com a energia mecânica no "infinito", quando a velocidade tende a zero:

$$\frac{m{v_{\text{esc}}}^2}{2} - \frac{GMm}{r} = \frac{m \cdot 0^2}{2} - \frac{GMm}{\infty}$$

$$\frac{m{v_{\text{esc}}}^2}{2} - \frac{GMm}{r} = 0 \Longrightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Fazemos agora como pedido pelo enunciado e tomamos $v = c$, $M = M_{\text{s}}$, $r = R_{\text{s}}$:

$$c = \sqrt{\frac{2GM}{R_{\text{s}}}} \Longrightarrow R_{\text{s}} = \frac{2GM}{c^2}$$

$$\boxed{R_{\text{s}} = 84,2 \text{ cm}}$$

Alternativa: (a)

4. **(1 ponto)** O gráfico a seguir apresenta, no eixo x, a posição (em diâmetros de Júpiter) de cada uma das quatro luas galileanas em relação ao centro do planeta e, no eixo y, o tempo (em dias terrestres).

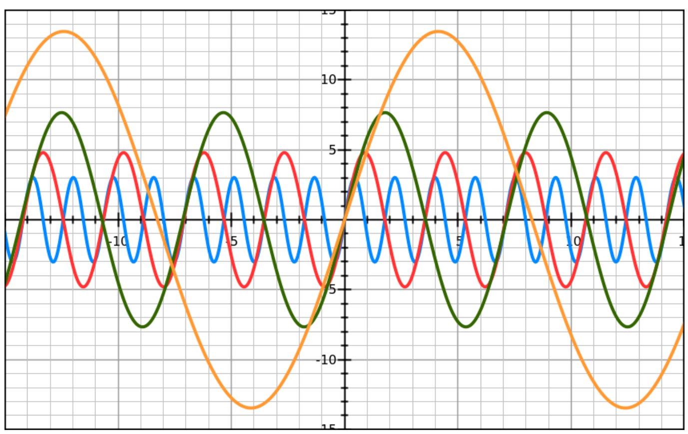


Figura 1: Distância versus tempo para as luas galileanas

Com base nisso, determine a ordem de grandeza da massa de Júpiter em quilogramas.

Dados: diâmetro de Júpiter é $D_{Jup} = 1,4 \cdot 10^8\ m$.

(a) 10^{25}

(b) 10^{27}

(c) 10^{30}

(d) 10^{31}

Solução:

Com o gráfico, podemos encontrar o período e o semi-eixo maior (praticamente o raio, já que o gráfico é bem senoidal) da órbita. Você pode escolher qualquer uma das luas, desde que use o período e raio para a mesma órbita. Por estar mais visível no gráfico, escolhi Calisto, representada pela linha laranja. Sendo assim,

$$P_C = 17\ dias \Longrightarrow P_C = 1,47 \cdot 10^6\ s$$

$$a_C = 13,5\ D_{Jup} \Longrightarrow a_C = 1,89 \cdot 10^9\ m$$

Utilizando a terceira lei de Kepler e sabendo que a massa das luas é desprezível quando comparada à massa de Júpiter, temos

$$\frac{P_C^2}{a_C^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{Jup}}$$

$$M_{Jup} = \frac{4a_C^3\pi^2}{GP_C^2}$$

$$M_{Jup} \approx 2 \cdot 10^{27} kg$$

Logo, a ordem de grandeza é $\boxed{10^{27}}$.

Alternativa: (b)

5. **(1 ponto)** Fixu, um jovem aficionado por novelas da Goblo, perdeu um episódio da sua novela favorita: Amor & Signos, que dura 30 minutos. Então, ele decidiu viajar no tempo! Fixu pegou sua nave e viajou de Lavras ($\lambda = 45°\ W$) até Campo Grande ($\lambda = 54°37'\ W$) em um arco de circunferência. Sabendo que Fixu começou a viagem no exato momento em que a novela acabou, que Campo Grande se localiza em 1 GMT a menos que Lavras e que as duas cidades tem a mesma latitude geográfica ($\phi = 20°51'$), determine a velocidade média mínima, aproximada, da nave de Fixu a fim de que ele chegue a tempo de ver Amor & Signos.

   Dados: $R_\oplus = 6,38 \cdot 10^6\ m$
   Dica: Como as duas cidades não estão sobre o Equador, o raio da circunferência que liga elas não é $R_\oplus$, mas sim $R_\oplus \cdot \cos\phi$.

   (a) 3000 km/h

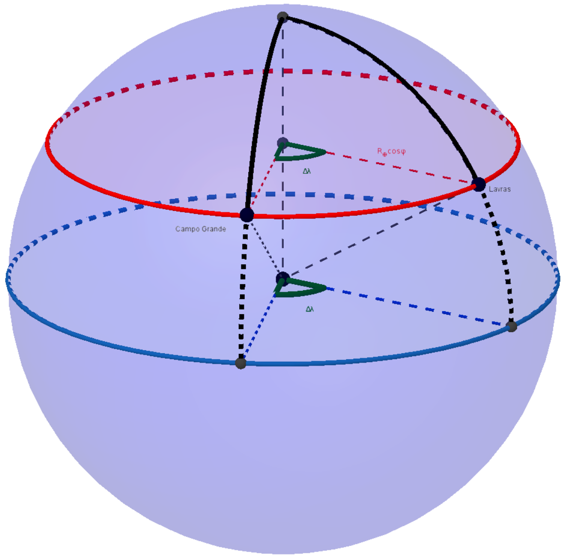
   (b) 1000 km/h

   (c) 4000 km/h

   (d) 2000 km/h

Solução:

A imagem a seguir ilustra a situação.



Geometria do problema

Para descobrir a velocidade média mínima da nave, precisamos da distância percorrida pela nave e dividir pelo tempo máximo que ela demorar para percorrer tal trajeto. Sabe-se que esse tempo é de $1h - 30\ min = 30\ min$, pois a novela começa em Campo Grande meia hora depois que acaba para Fixu. Para calcular a distância percorrida, temos que calcular o comprimento do arco de circunferência que tem extremos nas duas cidades. Também sabemos que a fórmula para calcular o comprimento de um arco de circunferência é

$$\Delta s = \frac{\pi\theta}{180^\circ}R \text{ para } \theta \text{ em graus}$$

Como esse o ângulo θ entre as cidades, que é medido a partir do centro da circunferência de raio $R = R_\oplus \cdot \cos\phi$ que liga as cidades, corresponde exatamente a diferença de latitude, temos

$$\Delta s = \frac{\pi\Delta\lambda}{180^\circ}R_\oplus cos(\phi)$$

Substituindo para $\Delta\lambda = 54°37' - 45° = 9°37'$, $\phi = 20°51'$ e $R_\oplus = 6,38 \cdot 10^6\ m$, chegamos em:

$$v_{min} = \frac{\Delta s}{30\ min}$$

$$v_{min} = \frac{\pi\Delta\lambda}{180^\circ \cdot 0,5\ h}R_\oplus cos(\phi)$$

$$\boxed{v_{min} = 2001\ km/h}$$

Alternativa: (d)

6. **(1 ponto)** Após anos de batalhas entre Vreno Barba de Alho e Bruno Mokotó, um acordo de paz é firmado. Eles concordam em resolver suas desavenças em uma partida de truco, que irá decidir a posse do planeta Sapo, localizado a aproximadamente 2 U.A do Sol. Como Vreno precisava se preparar, o jogo ficou marcado para exatamente uma órbita de Sapo no futuro. Ajude Mokotó, que esqueceu a terceira lei de Kepler, a determinar quanto tempo isso significa. Considere que

$e_s \approx 0$.

(a) 4,0 anos

(b) 1,5 anos

(c) 2,8 anos

(d) 3,5 anos

Solução:

Para encontrar o tempo de uma órbita (período) basta utilizar a terceira lei de Kepler com os dados de Sapo. Com os dados em anos e U.A:

$$P_s^2 = a_s^3 \Longrightarrow P_s = \sqrt{a_s^3}$$

$$P_s = \sqrt{2^3}$$

$$\boxed{P_s \approx 2,8 \text{ anos}}$$

Alternativa: (c)

7. **(1 ponto)** O renomado físico Ponciano, em uma de suas investigações no doutorado de Física, encontrou uma estrela peculiar e a denominou de Alek, visando homenagear um de seus grandes amigos e companheiros da época de seletiva de física. Sabendo que Ponciano coletou um espectro de Alek, como mostrado na figura abaixo, calcule a velocidade radial de afastamento V_r do astro.

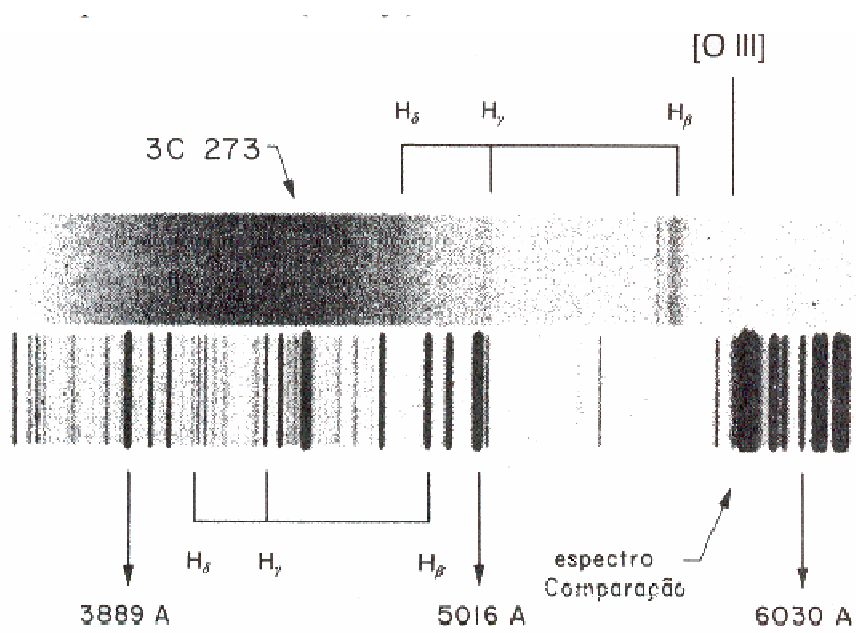


Figura 2: Espectro de Alek

Dica: Pode ser útil usar que a fórmula do redshift relativístico é $z = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1$, onde $c = 3 \cdot 10^5\ km/s$ é a velocidade da luz.

(a) 5.9×10^4 km/s

(b) 3.4×10^4 km/s

(c) 6.8×10^4 km/s

(d) 4.4×10^4 km/s

Solução:

Podemos usar um régua para ajustar nossa escala e realizar as medidas de comprimento de onda necessárias na figura para calcular o redshift. De tal maneira que, optando por escolher as linhas de transição H_δ (escolha aleatória) obtemos os valores de $\lambda_0 = 409.53$ nm e $\lambda = 477.00$ nm. Com isso:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 0.16$$

$$(1+z)^2 = \frac{c+v}{c-v}$$

$$v = \frac{[(1+z)^2 - 1]}{[(1+z)^2 + 1]} c$$

$$\boxed{v = 4,4 \times 10^4\ km/s}$$

Alternativa: (d)

8. **(1 ponto)** Jonny Bojan, um influente youtuber brasileiro, pretendia realizar transmissões ao vivo das imagens, principalmente da Lua, de seu futuro telescópio, já que foi um dos primeiros a conseguir "ver a Lua"durante os treinamentos de 2022. Para enquadrá-la por inteiro, ele estima que precisará de uma magnificação de aproximadamente 120x, utilizando sua ocular sagrada (distância focal de 12 mm). Analise as opções abaixo e escolha o telescópio que melhor atenderá Jonny.

- Telescópio "1" - Refletor Newtoniano, 250mm de abertura f6.
- Telescópio "2" - Schmidt Cassegrain, 400mm de abertura f10.
- Telescópio "3" - Refrator Acromáticos, 90mm de abertura f8.

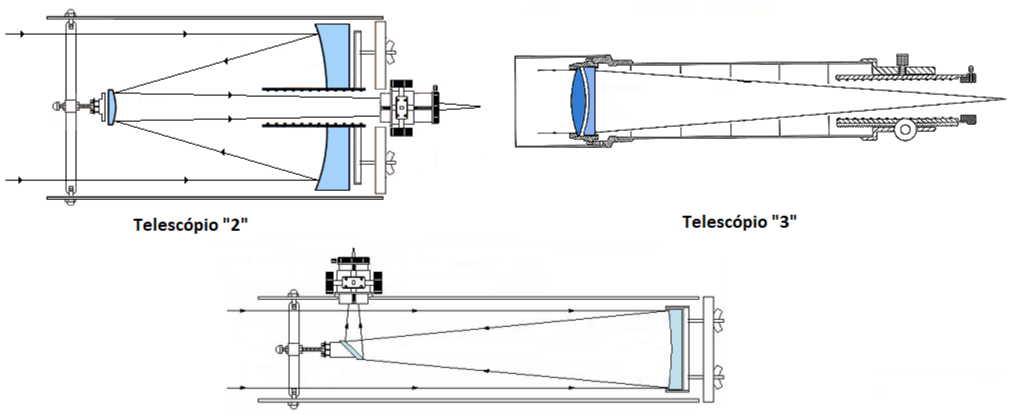


Figura 3: Imagens telescópios

(a) Nenhum telescópio satisfaz Jonny

(b) Telescópio “1”

(c) Telescópio “2”

(d) Telescópio “3”

Solução:

Para decidir qual telescópio será o mais indicado devemos calcular qual distância focal, produzirá um aumento de 120x com a ocular sagrada de Jonny (12mm).

$$A = \frac{f_t}{f_o} \Longrightarrow A \cdot f_o = f_t$$

$$f_t \approx 1500mm$$

Agora vamos calcular a distância focal de cada telescópio utilizando a abertura, D, e a razão focal, R, dadas no enunciado:

$$f_{t,1} = D_1 \cdot R_1 \Longrightarrow f_{t,1} = 250 \cdot 6 = 1500mm$$

$$f_{t,2} = D_2 \cdot R_2 \Longrightarrow f_{t,2} = 400 \cdot 10 = 4000mm$$

$$f_{t,3} = D_3 \cdot R_3 \Longrightarrow f_{t,3} = 90 \cdot 8 = 720mm$$

Logo, o telescópio mais apropriado será o $\boxed{\text{telescópio 1}}$.

Alternativa: (b)

9. **(1 ponto)** Em suas aventuras, Mantovanho e seus amigos imaginários buscam observar a maior quantidade de estrelas sem ter que se deslocar muito de seu lugar original (sua mãe iria brigar

com ele caso se afastasse muito de casa). Ajude Mantovanho e seus amiguinhos a encontrarem o lugar do mundo que é possível ver o máximo de estrelas no céu ao longo de um ano e a maior duração de um dia claro nessa localidade.

(a) $\phi = 0°$, 12h

(b) $\phi = 90°$, 12h

(c) $\phi = 0°$, 14h

(d) $\phi = 90°$, 24h

Solução:

As alternativas dão duas possibilidades de latitudes: na linha do equador $\phi = 0°$ ou no polo celeste norte $\phi = 90°$. Sabe-se que na linha do equador todas as estrelas da esfera celestes são visíveis ao longo de um ano, enquanto que um observador no polo celeste norte apenas veria as estrelas de latitude positiva. Sendo assim, o lugar onde é possível ver o máximo de estrelas no céu tem latitude $\boxed{\phi = 0°}$, que tem dia claro de duração praticamente constante equivalente a $\boxed{12\ h}$.

Alternativa: (a)

10. **(1 ponto)** O renomado físico e cientista Matheus Filopa, multimedalhista em olímpiadas internacionais de mais alto prestígio, como IPhO, APhO e OiBF, visando ajudar seus alunos de OBF, criou uma simulação caseira do fenômeno dos eclipses. A simulação de Matheus Filopa consistia de um poste no qual, em seu topo, estava fixada uma grande esfera de raio R (Terra) que rotacionava ao redor de seu próprio eixo. Junto à isso, também era ligado ao topo do poste uma haste de comprimento $L > R$, na qual se fixava uma esfera menor (Lua) em sua extremidade, e, assim, a haste era posta à girar em torno do poste, girando sempre paralelamente ao plano horizontal. Sabendo que Matheus Filopa, à todo momento, apontava horizontalmente uma lanterna posicionada muito distante (Sol) para o sistema, indique qual das alternativas abaixo é verdadeira sobre sua simulação.

(a) Apenas ocorrerão eclipses solares nessa simulação caso a inclinação da haste em relação à horizontal for de $i = \frac{\pi}{2}$.

(b) Eclipses lunares totais ocorrerão sempre, independente da inclinação i da haste em relação à horizontal.

(c) Há um limite de inclinação da haste em relação à horizontal $0 < i_{max} < \frac{\pi}{2}$ para qual eclipses lunares totais poderão acontecer sempre.

(d) Caso a inclinação da haste em relação à horizontal for $i = 0$, pode-se garantir que todos os eclipses lunares ocorrerão no mesmo local relativo à esfera maior.

Solução:

(a) **FALSO -** Quando a inclinação da haste com a horizontal é próxima de $\frac{\pi}{2}$ sua coordenada é inteiramente vertical e, como $L > R$, a esfera menor não conseguirá projetar sua sombra na esfera maior.

(b) **FALSO -** Para inclinações muito grandes, a coordenada vertical da esfera será muito grande e a esfera menor estará fora da região de cone de sombra, portanto, não ocorrerão eclipses lunares.

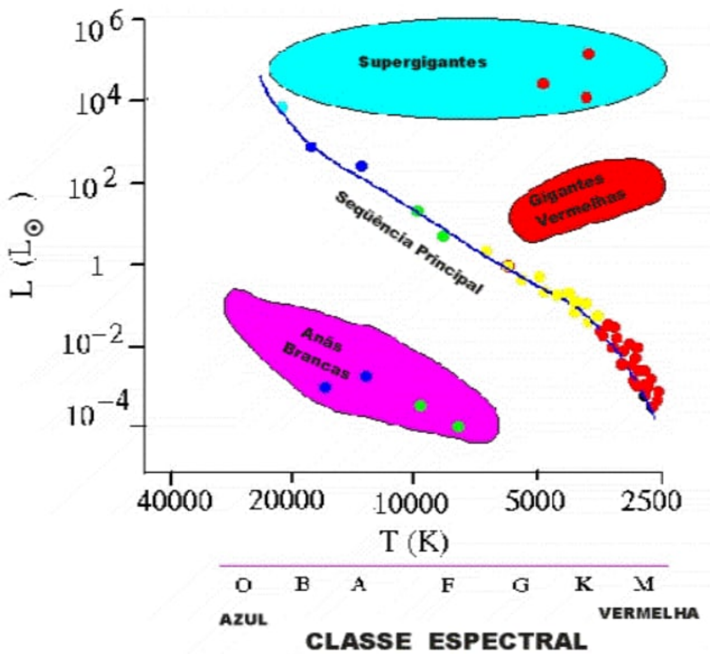
(c) **VERDADEIRO -** Há um limite de inclinação i_{max} para que a esfera menor não ultrapasse a região do cone de sombra da esfera maior e, portanto, possa ocorrer eclipses lunares.

(d) **FALSO -** Os eclipses ocorrerão sempre no mesmo lugar em relação a um observador em repouso, porém, no referencial da esfera maior, ocorrerão em lugares diferentes devido as diferenças de velocidades angulares entre a esfera menor e maior.

Alternativa: (c)

11. **(1 ponto)** Plo, exímio astrônomo, está estudando sobre diversas estrelas e uma delas chama a sua atenção. Trata-se da estrela TH3834, que tem Luminosidade igual a $L = 100L_\odot$ e diâmetro angular igual a $\theta = 2,4°$ quando visto de um de seus planetas, Tbiliska, distante $d = 8,3$ UA de TH3834. Ajude Plo a encontrar em que região do diagrama HR encontra-se essa estrela!

Dados: $1\ UA = 1,496 \cdot 10^{11}\ m$, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ e $1\ L_\odot = 3,83 \cdot 10^{26}\ W$



(a) Gigante Vermelha

(b) Supergigante

(c) Sequência Principal

(d) Anã Branca

Solução:

Os eixos do diagrama HR relacionam temprartura e luminosidade. Como a luminosidade foi dada no enunciado, basta acharmos a temperatura. Pela lei de Stefan-Boltzmann para TH3834,

$$L_T = 4\pi R_T^2 \sigma T_T^4$$

O raio físico pode ser encontrado através do diâmetro angular. Sabe-se que:

$$\theta(rad) = \frac{2 \cdot R_T}{d} \Longrightarrow R_T = 0,17\, UA$$

$$R = 2,60 \cdot 10^{10}\ m$$

Substituindo os valores na equação de Stefan-Boltzmann temos que a temperatura corresponde a

$$T = \left(\frac{L_T}{a\pi R_T^2 \sigma} \right)$$

$$T \approx 3000\ K$$

Observando a temperatura e a luminosidade dessa estrela no gráfico, vemos que ela se localiza entre o grupos das $\boxed{\text{Gigantes Vermelhas}}$.

Alternativa: (a)

12. **(1 ponto)** Jã Bujã, um excelente físico, após muitos experimentos, constata que a galáxia 4NDR345 possui redshift $z_A = 0,2$ e a galáxia TH4N05 tem redshift $z_T = 0,15$ e que estão separadas por 90° quanto vistas a partir do sol. Assim, calcule, aproximadamente, a velocidade de 4NDR345 quando vista de TH4N05. Se necessário, considere que a constante de Hubble vale $H_0 = 67,8\ \frac{km/s}{Mpc}$.

Dica: Pode ser útil usar que a fórmula do redshift relativístico é $z = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1$, onde $c = 3 \cdot 10^5\ km/s$ é a velocidade da luz

(a) $5,6 \cdot 10^4$ km/s

(b) $7,5 \cdot 10^4$ km/s

(c) $6,8 \cdot 10^4$ km/s

(d) $9,1 \cdot 10^4$ km/s

Solução:

Pela fórmula do redshift dada:

$$z = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} - 1$$

Podemos chegar em

$$\frac{v}{c} = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$$

Assim, calculando a velocidade de recessão das duas galáxias em relação a Bujã:

$$v_A = \frac{1,2^2 - 1}{1,2^2 + 1} c = 54,1 \cdot 10^3\ km/s$$

$$v_T = \frac{1,15^2 - 1}{1,15^2 + 1} c = 41,66 \cdot 10^3\ km/s$$

Com isso, podemos calcular a distância entre as galáxias e nós pela Lei de Hubble

$$d_A = \frac{v_A}{H_0} = 798\ Mpc$$

$$d_T = \frac{v_T}{H_0} = 614\ Mpc$$

Portanto, como 4NDR345, TH4N05 e o Sol formam um triângulo retângulo com o ângulo reto no Sol, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras e descobrir as distância entre as duas galáxias. Assim:

$$D_{A-T}^2 = d_A^2 + d_T^2$$

$$D_{A-T} = 1007 Mpc$$

Usando novamente a Lei de Hubble:

$$V_{A-T} = H_0 D_{A-T}$$

$$\boxed{V_{A-T} = 6,8 \cdot 10^4\ km/s}$$

Alternativa: (c)

13. **(1 ponto)** JC é um renomado ufólogo do interior do Mato Grosso. Em uma bela noite, ele observa um objeto brilhante -4 mag decolando a 1 km de sua casa e se afastando da Terra. Ele corre para pegar sua câmera, porém quando retorna 1 min depois, não consegue mais ver o objeto a olho nu. Qual é a velocidade média mínima do objeto?

    Dados: Considere que a magnitude limite para o ser humano é de 6 mag.

    Dica: Utilize que: $v_{min} = \frac{\Delta x_{min}}{\Delta t}$.

    (a) 3.000 km/h

    (b) 6.000 km/h

    (c) 24.000 km/h

    (d) 13.300 km/h

Solução:

Comparando a magnitude inicial e limite podem ser relacionadas pela equação de Pogson:

$$m_i - m_f = -2,5 \cdot \log \frac{F_i}{F_f}$$

$$-10 = -2,5 \cdot \log \frac{L_i}{4\pi d_i^2} \cdot \frac{4\pi d_f^2}{L_f}$$

Assumindo que a luminosidade do objeto não se altera, $L_i = L_f$ e a equação simplifica para:

$$4 = \log \frac{d_f^2}{d_i^2} \implies d_f = 100 \cdot d_i$$

Como $d_i = 1km$, a velocidade pode ser calculada com:

$$v = \frac{100\ km}{1\ min} \implies \boxed{v = 6000\ km/h}$$

Alternativa: (b)

14. **(1 ponto)** Utilizando a imagem abaixo, encontre a latitude mínima para que a estrela mais brilhante da carta seja circumpolar para um observador.

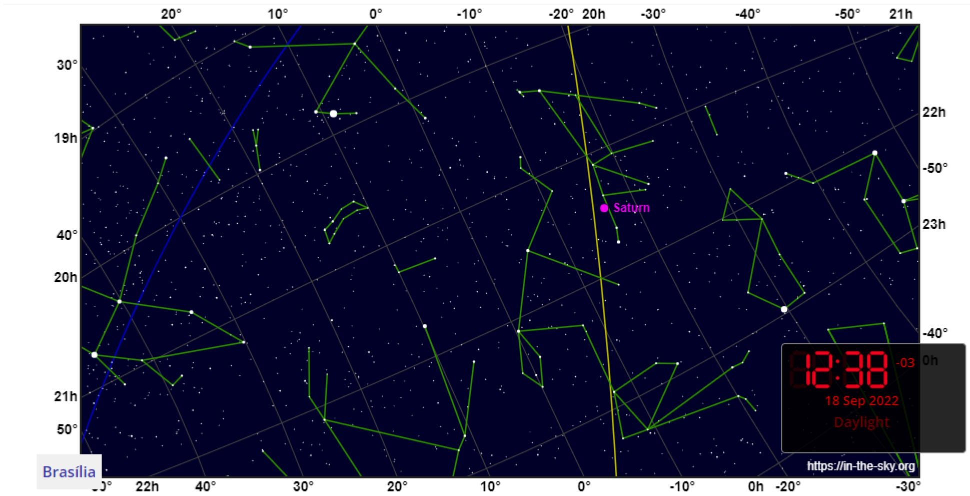


Figura 4: Carta celeste

(a) 85° N

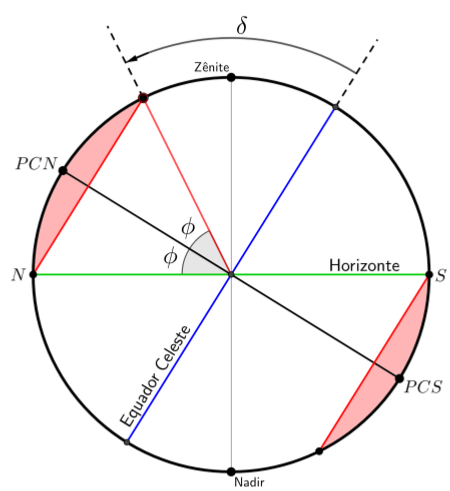
(b) 81° N

(c) 10° S

(d) 2° S

Solução:

A estrela mais brilhante da carta é Altair. Através das marcações, podemos estimar que a declinação da estrela é de $\delta = 9^\circ\ N$. Sendo assim, podemos desenhar a situação de circumpolaridade em latitude mínima. Naturalmente, essa latitude é norte.



$$\phi = 90^\circ - \delta \Longrightarrow \phi = 81^\circ$$

Alternativa: (b)

15. **(1 ponto)** As estrelas Sadalmelik e Sadaltager, pertencentes à constelação de Aquário, são de certo destaque por estarem muito próximas do equador celeste ($\delta \approx 0$). Sabendo que em um determinado dia, o ângulo horário de Sadalmelik é $0^h 23^m$, calcule a distância física entre as estrelas.

Dados: As paralaxes de Sadalmelik e Sadaltager são respectivamente: 6,23 mas e 31,5 mas (milissegundos de arco).

(a) 202 *pc*

(b) 129 *pc*

(c) 167 *pc*

(d) 192 *pc*

Solução:

Percebe-se que, pelo fato da estrela Sadaltager estar culminando, seu ângulo horário é 0 h. Fora isso, pelo fato das estrelas estarem sobre o equador celeste, sua distância angular é simplesmente:

$$\theta = H_{Sadalmelik} - H_{Sadaltager} = 23^m = 5,75^\circ$$

Assim, com as distâncias das estrelas à Terra dadas pela paralaxe, é possível calcular a distância entre elas com a lei dos cossenos:

$$d_1 = \frac{1}{p_{Sadalmelik}} = 160,5\ pc \qquad d_2 = \frac{1}{p_{Sadaltager}} = 31,7\ pc$$

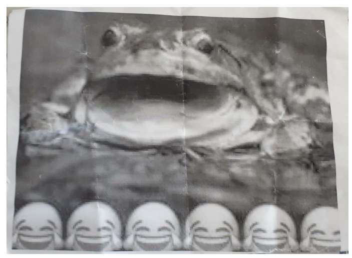
$$d^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2 \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \cos\theta = 1,66 \cdot 10^4$$

$$d = \sqrt{1,66 \cdot 10^4} = 129\ pc$$

Alternativa: (b)

16. **(1 ponto)** baq'aq'i ts'q'alshi q'iq'inebs é um grande aficionado por astrofotografia. Para tirar as melhores fotos, baq'aq'i ts'q'alshi q'iq'inebs faz viagens interplanetárias e em sua última exploração tirou a foto a seguir:

A fins de curiosidade, baq'aq'i ts'q'alshi q'iq'inebs é representado por essa criatura:



De qual planeta baq'aq'i ts'q'alshi q'iq'inebs pode ter tirado essa fotografia?

(a) Urano

(b) Plutão

(c) Terra

(d) Júpiter

Solução:

Para que Saturno passe na frente do Sol, ou seja, passe entre o planeta em que está o observador e o Sol, a órbita do planeta observador deve ser exterior a de Saturno. Além disso, o tamanho angular de Saturno em relação ao tamanho angular do Sol indica que o observador não está tão longe, uma vez que o tamanho angular de Saturno é considerável. Sendo assim, dentre os planetas listados nas alternativas, apenas em $\boxed{\text{Urano}}$ que o sapo pode ter tirado essa fotografia.

Alternativa: (a)

17. **(1 ponto)** Nakoto é um aluno em Tuke University, nos Estados Unidos. Sua estrela favorita é Capella, uma das poucas estrelas visíveis em São Paulo. Qual a máxima altura de Capella em Tuke e em São Paulo, respectivamente?

Dados: a declinação de Capella é de aproximadamente $46°N$, a latitude de Tuke University é $\phi_{Tuke} = 36°N$ e a latitude de São Paulo é $\phi_{São\ Paulo} = 24°S$.

(a) $8°$ e $68°$

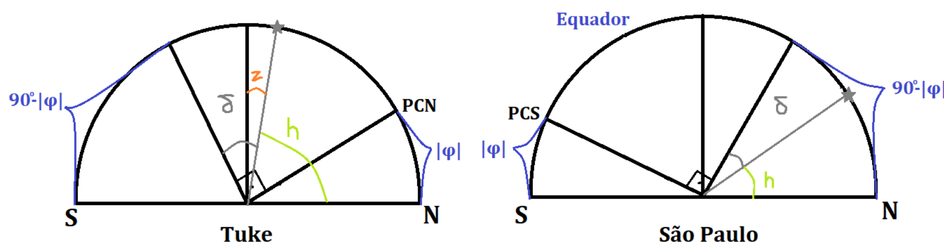
(b) $80°$ e $20°$

(c) 28° e 6°

(d) 10° e 70°

Solução:

A imagem a seguir traz as duas situações, respectivamente.



Observando a imagem da primeira situação, em Tuke, temos que Capella estará entre o zênite e o polo celeste norte, uma vez que $(90° - |\phi|_{Tuke}) + \delta = 100° > 90°$. Logo,

$$z_{Tuke} = (90° - |\phi|_{Tuke}) + \delta - 90° \implies z_{Tuke} = 10°$$

$$h_{Tuke} = 90° - z_{Tuke} \implies \boxed{h_{Tuke} = 80°}$$

Para São Paulo, temos da imagem que

$$h_{São\ Paulo} = (90° - |\phi|_{São\ Paulo}) - \delta \implies \boxed{h_{São\ Paulo} = 20°}$$

Alternativa: (b)

18. **(1 ponto)** Depois de escapar por um triz de uma supernova, a astrofísica Manusleba olha para trás e vê que foi formada uma estrela de nêutrons no centro da explosão. Com os aparelhos de sua nave, ela coleta e constrói a curva espectral da estrela, obtendo que o pico de emissão se encontra no comprimento de onda $\lambda = 58,7$ nm.

Considerando que ela viaja a uma velocidade de 3000 km/s para longe do objeto, a temperatura efetiva da estrela é:

Dados:

A lei de Wien é dada por: $\lambda \cdot T = 0,002898$

O efeito doppler pode ser aproximado para $\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$

(a) $5,04 \cdot 10^4$ K

(b) $4,93 \cdot 10^4$ K

(c) $4,99 \cdot 10^4$ K

(d) $4,89 \cdot 10^4$ K

Solução:

Um detalhe importante a ser percebido é que devido ao fato da nave estar se movendo rapidamente com relação à estrela ocorre um efeito de redshift no comprimento de onda. Assim, o λ medido por manusleba deve ser corrigido para o λ_0:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \implies \lambda - \lambda_0 = \lambda_0 \cdot \frac{v}{c}$$

$$\lambda_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) = \lambda \implies \lambda_0 = \frac{\lambda}{1 + \frac{v}{c}} = 58,1\ nm$$

Com o valor de λ_0 estabelecido, a lei de Wien é usada para finalmente calcular a temperatura:

$$T = \frac{0,002898}{\lambda_0} \implies \boxed{T = 4,99 \cdot 10^4 K}$$

Alternativa: (c)

19. **(1 ponto)**

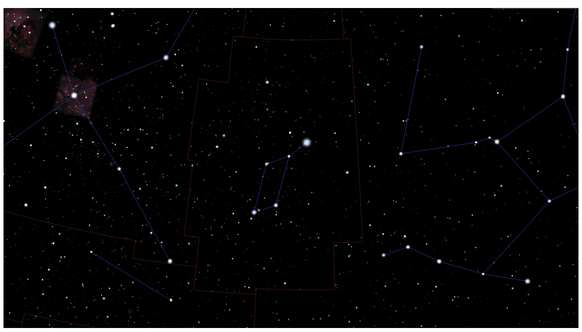


Imagem A

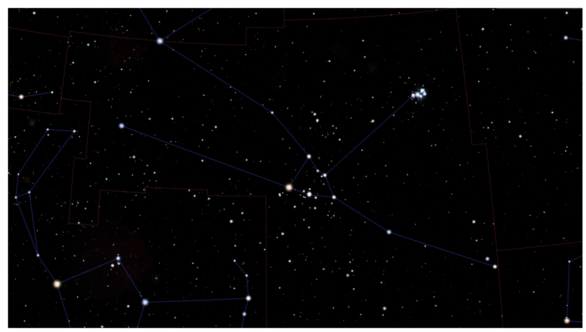


Imagem B

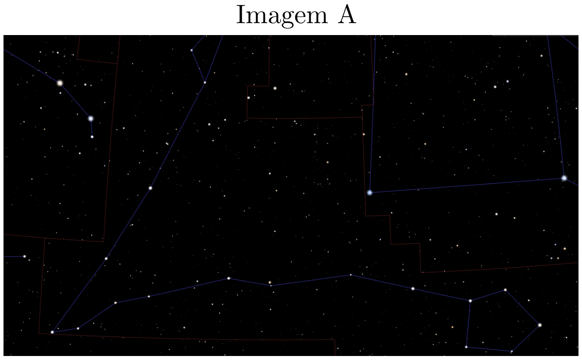


Imagem C

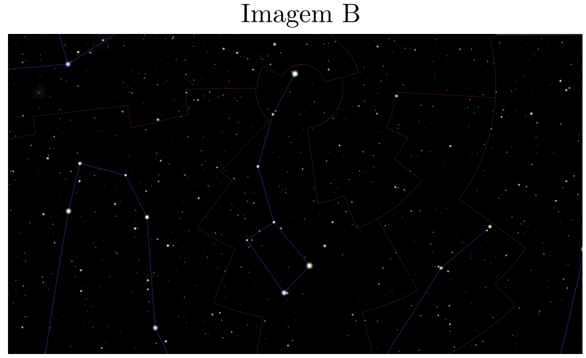


Imagem D

A respeito das constelações no centro das imagens acima, julgue as afirmativas abaixo:

I - Na constelação presente na imagem C, existe um ponto muito importante: o ponto anti-vernal.

II - Na imagem A, podemos ver uma estrela cuja magnitude aparente é aproximadamente 0.

III - A constelação da imagem D se chama ursa maior.

IV - Na imagem B, podemos ver o messier M45, também conhecido como Plêiades.

Marque a alternativa que representa corretamente as afirmativas corretas.

(a) Todas as afirmativas.

(b) Somente II

(c) II e IV

(d) I, III e IV

Solução:

I- Existem 2 pontos em que o Equador Celeste (plano perpendicular ao eixo de rotação terrestre na esfera celeste) cruza a Eclíptica (representação do plano de translação terrestre na esfera celeste). Estes pontos são chamados de pontos vernal e anti-vernal. O ponto vernal, atualmente, está localizado na constelação de Peixes e o ponto anti-vernal está localizado na constelação de Virgem. Portanto, a afirmativa é **FALSA**.

II- A constelação que aparece no centro da imagem A é a constelação de Lira, cuja estrela mais brilhante é a estrela Vega. Pela própria definição de magnitude, a magnitude da estrela Vega é de 0. Então, a afirmativa é **VERDADEIRA**.

III- No hemisfério Norte, duas das constelações que mais têm destaque são a ursa menor e a ursa maior. A ursa maior é facilmente localizada no céu pois as localizações das estrelas formam uma "panela" enquanto que as estrelas da ursa menor formam uma panelinha com o cabo curvado. Além disso, a estrela mais brilhante de ursa menor é Polaris, a estrela Polar. Logo, a constelação mostrada não é ursa maior, e sim ursa menor. Sendo assim, a afirmativa é **FALSA**.

IV- As Plêiades, ou M45, são estrelas que formam um aglomerado estelar aberto que fica localizado na constelação do Touro, que é a constelação representada na imagem B (no asterismo, as plêiades são bem visíveis naquele "braço" superior do touro). Com isso, a afirmativa é **VERDADEIRA**.

Temos então **I** e **III** falsas e **II** e **IV** verdadeiras.

Alternativa: (c)

20. **(1 ponto)** De maneira simplificada, a Lua sempre está com a mesma face voltada para a Terra, sendo tal efeito chamado de "rotação síncrona" e também observado em outros satélites naturais com seus respectivos planetas.
Seguem algumas afirmações acerca de um hipotético cenário em que a Terra está em rotação síncrona com o Sol (OBS: Para inclinações do eixo de rotação no intervalo entre $0°$ e $90°$ a Terra gira de oeste para leste. Do contrário, ela gira de leste para oeste):

I - O período de rotação do Sol é igual ao período de translação terrestre.

II - O período de rotação da Terra é igual ao período de translação.

III - A inclinação do eixo terrestre é igual a $0°$ ou $180°$.

É estritamente necessário que ocorra:

(a) Somente I.

(b) Somente II.

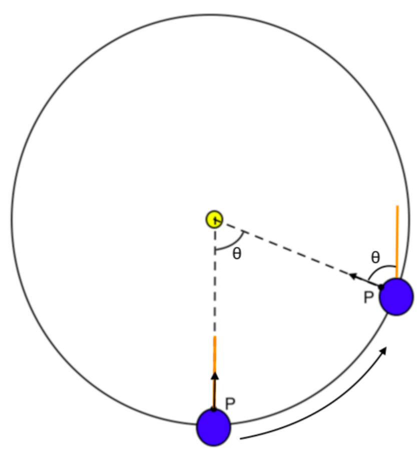
(c) II e III.

(d) I, II e III.

Solução:

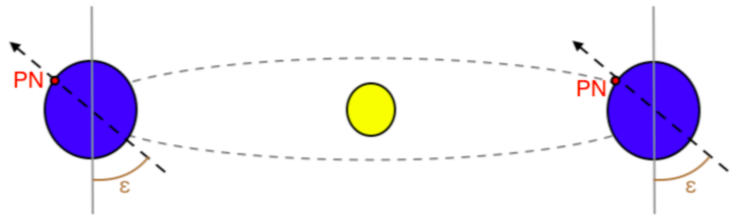
Começaremos analisando a alternativa I, que é **falsa**. De fato, "estar sempre com a mesma face apontada para o Sol" se refere ao centro da estrela, e portanto não implica que um observador em algum lugar do Sol sempre verá a Terra na mesma posição do céu (que aconteceria com o período da rotação solar igual ao da translação terrestre). Podemos notar isso com o próprio sistema Terra-Lua; vemos sempre a mesma face da Lua, mas a Lua não é geoestacionária, podendo ser vista em diferentes locais do céu ou até não estar visível em determinados momentos.

Note agora que a alternativa II é **verdadeira**; de fato, pela figura (vista superior do polo norte terrestre), podemos ver que, caso o ponto P sempre fique apontado para o Sol, a Terra deverá rodar o mesmo ângulo θ (no sentido anti-horário) percorrido durante sua translação. Tal condição implica num mesmo período de rotação e translação.



Esquema mostrando a Terra (em azul) orbitando o Sol (em amarelo) mostrando sempre a mesma face (o ponto P é sempre apontado para o Sol)

Por fim, a alternativa III é **falsa**. Como vimos na figura, a Terra deverá girar no sentido anti-horário (i.e, oeste para leste) para que a mesma face fiquei sempre voltada para o Sol, então a inclinação do eixo não pode ser 180°, o que já faz da alternativa III falsa. Além disso, veja que, caso tenhamos uma inclinação ϵ do eixo de rotação terrestre diferente de 0° ou 180°, teremos solstícios de inverno e verão na Terra, o que não ocorre quando a Terra está com a mesma face para o Sol sempre (veja por exemplo na figura abaixo que, na situação da direita o polo norte é visível do Sol, ao passo que na situação da esquerda o polo norte não é mais visível, o que não pode ocorrer na nossa hipótese de rotação síncrona).



Vista Lateral (fora de escala) da órbita da Terra em torno do Sol.

Alternativa: (b)