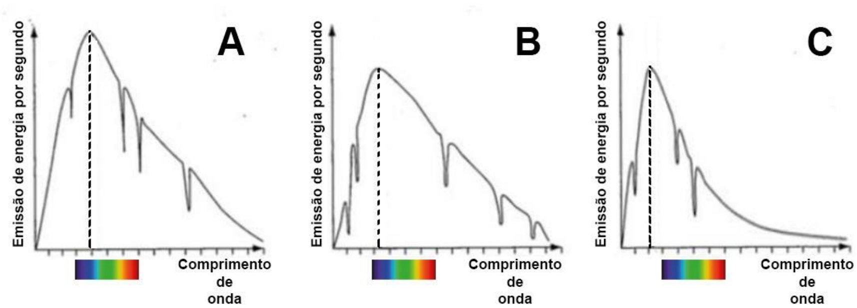
Gabarito
P2 Online

Instruções Gerais

1. Este é o gabarito extra-oficial da P2 das seletivas online, disponível no site da OBA no dia 25 de novembro de 2022. Esperamos que todos tenham ido bem!
2. Só pra deixar bem claro: esse gabarito não é o oficial feito pela OBA, ok?
3. Comentário sobre a P2: sem comentários.

1. **(1 ponto)** Os gráficos a seguir ilustram o espectro da emissão de energia *versus* o comprimento de onda de três estrelas **A**, **B** e **C**. A linha tracejada indica o comprimento de onda do pico de cada emissão. A região do visível está assinalada em cada gráfico.
Em cada espectro é possível perceber linhas de absorção. Elas são geradas na atmosfera fina logo acima da fotosfera estelar e sua presença depende dos elementos ali presentes e da temperatura da estrela.



(a) $T_C > T_B > T_A$

(b) $T_A = T_B = T_C$

(c) $T_A > T_B > T_C$

(d) $T_A > T_B = T_C$

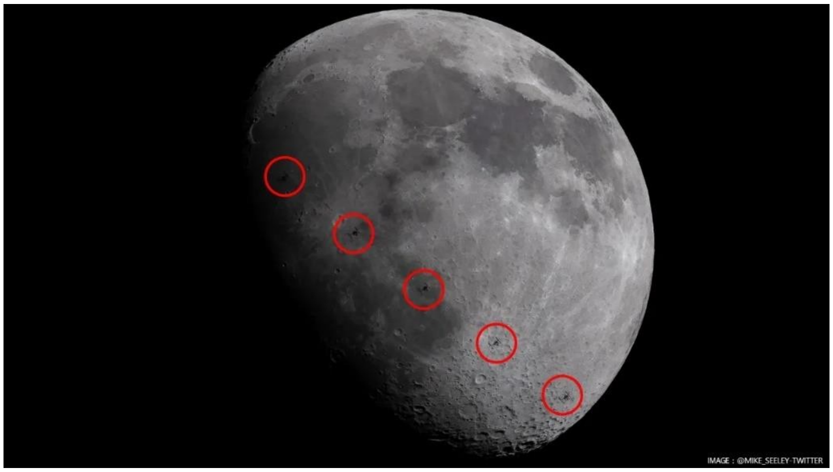
(e) $T_B = T_C > T_A$

Solução:

Pela lei de Wien, sabemos que a temperatura é inversamente proporcional ao comprimento de onda do pico de emissão. Em outras palavras, quanto mais azulado o pico de emissão, mais quente a estrela é. Dessa forma, vemos que o pico mais azul é o da estrela C, seguido pela estrela B e estrela A, nessa ordem. Com isso, $T_C > T_B > T_A$.

Alternativa: (a)

2. **(1 ponto)** A imagem a seguir mostra o trânsito da Estação Espacial Internacional (ISS) pelo disco da Lua. A foto foi tirada pelo astrofotógrafo Mike Seeley, na Flórida, EUA, no dia 11 de maio de 2002.



Considere que neste dia o diâmetro aparente da Lua (D_{Lua}) era de $0°31'42''$, que a ISS se encontrava a uma altura de $h = 418,0$ km, viajando à velocidade de $v = 28.163,0$ km/h.

Considerando, também, que a ISS transitou diametralmente pela Lua, marque a opção que traz a duração aproximada do trânsito.

(a) $1,1$ s

(b) $0,9$ s

(c) $0,3$ s

(d) $0,7$ s

(e) $0,5$ s

Solução:

Inicialmente, calcularemos a velocidade angular da ISS. Para que ela seja dada em $''/s$, iremos converter as unidades, sabendo que $1\ rad = 206265''$ e $1\ h = 3600\ s$

$$\omega = \frac{v}{c} = \frac{67,4\ rad}{1\ h}$$

$$\omega = \frac{67,4\ \cancel{rad}}{1\ \cancel{h}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} \cdot \frac{206265''}{1\ \cancel{rad}}$$

$$\omega \approx 3860''/s$$

O intervalo de tempo necessário para cruzar a lua será

$$\Delta t = \frac{D_{Lua}}{\omega}$$

Onde $D_{Lua} = 1884''$. Com isso, $\boxed{\Delta t \approx 0,5\ s}$.

Alternativa: (e)

3. **(1 ponto)** A Lei de Stefan-Boltzmann relaciona a temperatura efetiva (T_{ef}) e o raio fotosférico (R) de uma estrela com sua luminosidade intrínseca (L) através da fórmula:

$L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$, onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann e vale 5,8×10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}

Assinale a opção que traz a ordem de grandeza (10^n) da luminosidade em termos de luminosidade do Sol ($L_\odot$), de uma estrela do tipo espectral O, cuja temperatura efetiva é de 29.000 K e raio de 9,5 vezes o raio do Sol. Considere a temperatura efetiva do Sol $T_{ef} = 5.800$ K

(a) $10^6 L_\odot$

(b) $10^5 L_\odot$

(c) $10^4 L_\odot$

(d) $10^3 L_\odot$

(e) $10^2 L_\odot$

Solução:

Utilizando a fórmula dada:

$$\frac{L}{L_\odot} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4} = \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4$$

Substituindo os valores:

$$L = 5,64 \times 10^4 \ L_\odot$$

Um erro comum seria afirmar que a ordem de grandeza seria de 10^4. Note que, por definição, a ordem de grandeza de um valor $a \times 10^n$, caso $a > \sqrt{10}$, é igual à 10^{n+1}. Portanto, como $5,64 > \sqrt{10}$, a ordem de grandeza da luminosidade da estrela em questão é de:

$$\boxed{10^5 \ L_\odot}$$

Alternativa: (b)

4. **(1 ponto)** A figura a seguir traz o esquema dads configurações (fora de escala) dos fenômenos dos satélites galileanos, do ponto de vista da Terra (fenômenos geocêntricos).

Para os satélites temos a seguinte numeração, em função da distância ao planeta:

(I) Io

(II) Europa

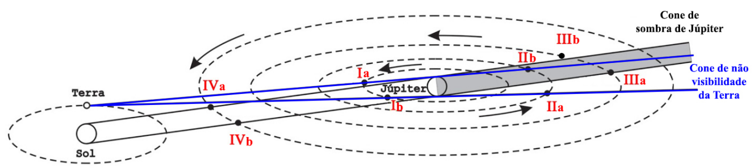
(III) Ganimedes

(IV) Calisto

Os fenômenos podem ser:

- o **Eclipse do satélite** pela sombra do disco de Júpiter (o satélite desaparece na sombra ou reaparece, saindo da sombra).
- o **Trânsito da sombra** do satélite pelo disco de Júpiter (a sombra do satélite imerge ou entra no disco de Júpiter ou a sombra emerge ou sai do disco de Júpiter).
- o **Trânsito do satélite** pelo disco de Júpiter (o satélite imerge ou entra no disco de Júpiter ou o satélite emerge ou sai do disco de Júpiter).

- a **Ocultação do satélite** pelo disco de Júpiter (o satélite desaparece atrás do disco de Júpiter ou reaparece de trás do disco de Júpiter).



Assinale a opção que identifica corretamente os fenômenos geocêntricos dos quatro satélites de Júpiter que estão acontecendo na figura (da posição **a** até a posição **b**).

(a) Eclipse de Io, Trânsito de Europa (imersão), Trânsito da sombra de Ganimedes (emersão) e Eclipse de Calisto;

(b) Trânsito de Io, Eclipse de Europa (desaparecimento), Ocultação de Ganimedes (desaparecimento) e Trânsito da sombra de Calisto;

(c) Trânsito da sombra de Io, Ocultação de Europa (desaparecimento), Eclipse de Ganimedes (reaparecimneto) e Trânsito de Calisto;

(d) Trânsito de Io, Ocultação de Europa (desaparecimento), Eclipse de Ganimedes (reaparecimento) e Trânsito da sombra de Calisto;

(e) Eclipse de Io (reaparecimento), Trânsito da sombra de Europa (imersão), Ocultação de Ganimedes (reaparecimento), Trânsito de Calisto (emersão);

Solução:

Analisemos primeiro o satélite I (Io).
Os pontos I_a e I_b estão nas linhas que partem da Terra e tangenciam Júpiter. Portanto, no ponto I_a, Io imerge no disco de Júpiter e no ponto I_b, Io emerge do disco de Júpiter, para um observador da Terra ⇒ **Trânsito do satélite**.

Os pontos II_a e II_b são análogos ao pontos I_a e I_b com a única diferença que Io passa entre Júpiter e a Terra, enquanto que Europa passa atrás de Júpiter, desaparecendo em II_a e reaparecendo em II_b ⇒ **Ocultação**

Em III_a, Ganimedes entra na sombra de Júpiter e sai dela em III_b ⇒ **Eclipse**

Em IV_a, a linha que liga Calisto e o Sol tangencia Júpiter, portanto, a sombra de Calisto estará sobre o disco de Júpiter entre os pontos IV_a e IV_b ⇒ **Trânsito da sombra**

Alternativa: (d)

5. **(1 ponto)** O remanescente de supernova da Vela é uma consequência da explosão de uma supernova há, aproximadamente, 11.000 anos, na constelação da Vela. A associação deste remanescente com o Pulsar de Vela, feito por astrônomos da Universidade de Sidney, em 1999, foi uma prova direta de que supernovas geram estrelas de nêutrons.

Suponha que este remanescente está a uma distância $D = 250$ pc de nós e que sua onda de choque se expandiu esfericamente desde então até chegar a um raio $R = 4,4$ pc, observado atualmente.

Assinale a opção que traz (1) o valor do diâmetro angular aproximado, em graus, com o qual este remanescente é observado e (2) sua velocidade de expansão média, em km/s, supondo-a, em primeira aproximação, como constante desde a explosão.
Dados: 1 pc $\approx 3,1 \times 10^{16}$ m, 1 ano $\approx 3,1 \times 10^{7}$ s.

(a) 2° e 400 km/s

(b) 2° e 4.000 km/s

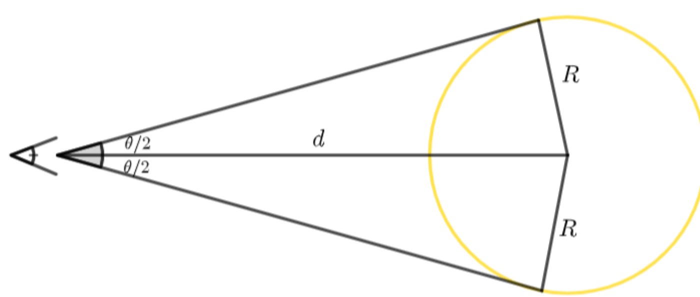
(c) 1° e 400 km/s

(d) 1° e 4.000 km/s

(e) $0,5^\circ$ e 800 km/s

Solução:

Para calcular o diâmetro ângular da remanescente, podemos montar a figura:



Então

$$\text{sen}\,(\theta/2) = \frac{R}{d}$$

E, portanto

$$\boxed{\theta = 2\arcsin\left(\frac{R}{d}\right) = 2^\circ}$$

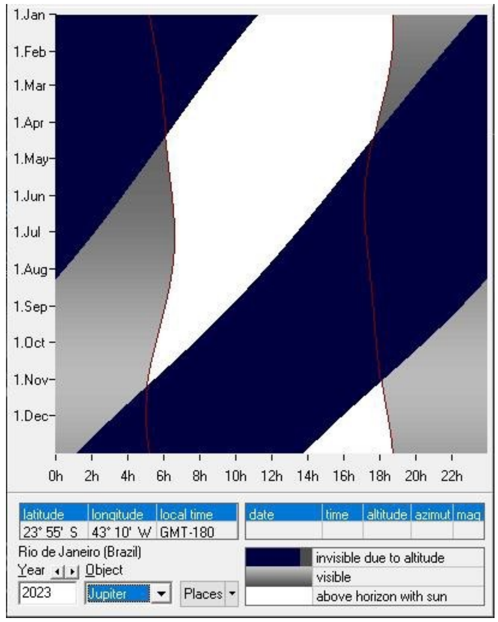
Já para calcular a velocidade média, podemos utilizar o fato que a idade da supernova é de $T = 11.000$ anos para, assim:

$$v = \frac{\Delta R}{\Delta t} = \frac{R}{T}$$

$$\boxed{v = 400 \text{ km/s}}$$

Alternativa: (a)

6. **(1 ponto)** O gráfico abaixo traz a visibilidade diária (eixo das abcissas) do planeta Júpiter ao longo do ano de 2023 (eixo das ordenadas), para a cidade do Rio de Janeiro.



No gráfico, o tom mais escuro significa que o planeta está abaixo do horizonte, o tom cinza significa que o planeta está visível e o branco significa que o planeta está acima do horizonte juntamente com o Sol.

Agora que você já sabe como ler as informações no gráfico, marque **V** (Verdadeiro) ou **F** (Falso) na frente de cada afirmação.

(a) Durante todo o mês de fevereiro, Júpiter estará próximo do horizonte leste quando o Sol se pôr.

(b) Júpiter só poderá ser visto às 20h nos meses finais do ano.

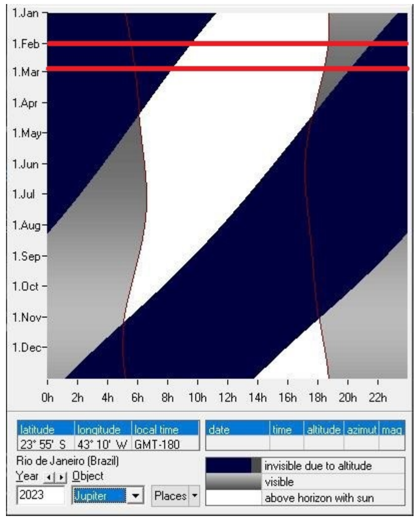
(c) Durante todo o mês de outubro, Júpiter estará próximo do horizonte lestre quando o Sol nascer.

(d) Júpiter estará no céu ao meio-dia por todo o primeiro semestre de 2023.

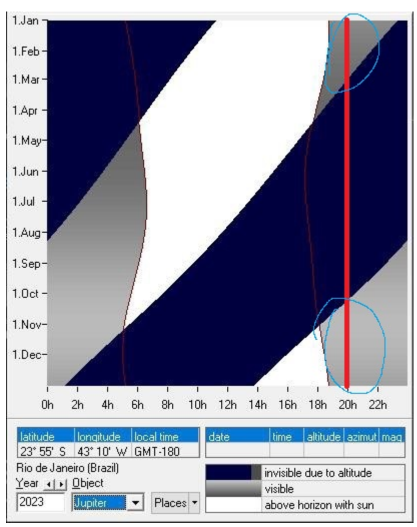
(e) Júpiter será visível no início e no final dos dias de dezembro.

Solução:

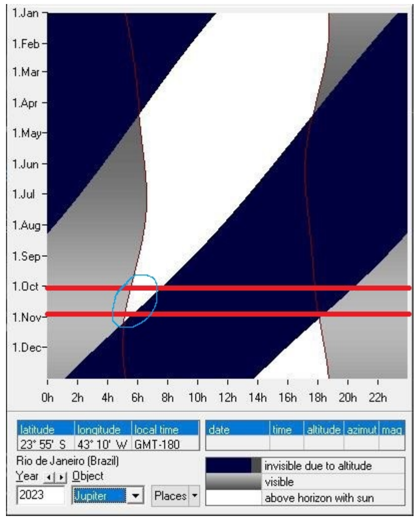
Vamos começar eliminando algumas alternativas:
(a) Como podemos observar na imagem abaixo a alternativa está incorreta, já que ele estará próximo ao oeste.



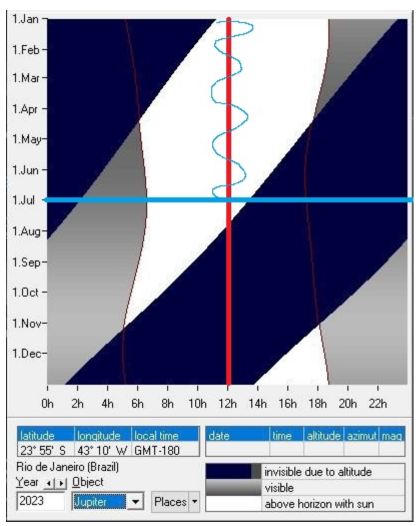
(b) Como também podemos observar na imagem abaixo a alternativa está incorreta, já que no início do ano também é possível.



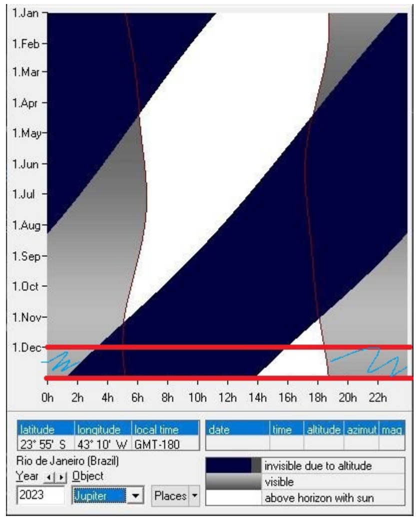
(c) Observando a imagem abaixo percebemos que também está incorreto, já que estará no oeste.



(d) Ao observar a imagem percebe-se que a afirmação está correta! Júpiter está no céu durante todo o primeiro semestre.



(e) Observando a imagem percebe-se que esta alternativa também está correta.



Alternativa: (F-F-F-V-V)

7. **(1 ponto)** Um telescópio amador tem uma lente objetiva de diâmetro $D = 9$ cm e uma razão focal de $f/13$. Uma observação visual é realizada usando uma ocular com uma distância focal $f = 39$ mm e um campo de $FoV = 100°$.

   Assinale a opção que traz (1) a ampliação da imagem obtida e (2) o campo visual aproximado do telescópio com esta ocular

   (a) 13 e 100°

   (b) 3 e $3,3°$

   (c) 30 e $3,3°$

   (d) 30 e 100°

   (e) 3 e 33°

Solução:

Devemos começar calculando a distância focal:

$$d_f = D \cdot R_f \implies d_f = 90 \cdot 13 \implies d_f = 1170\ mm$$

Agora, podemos calcular o aumento obtido ao utilizar a ocular de 39mm que o exercício cedeu:

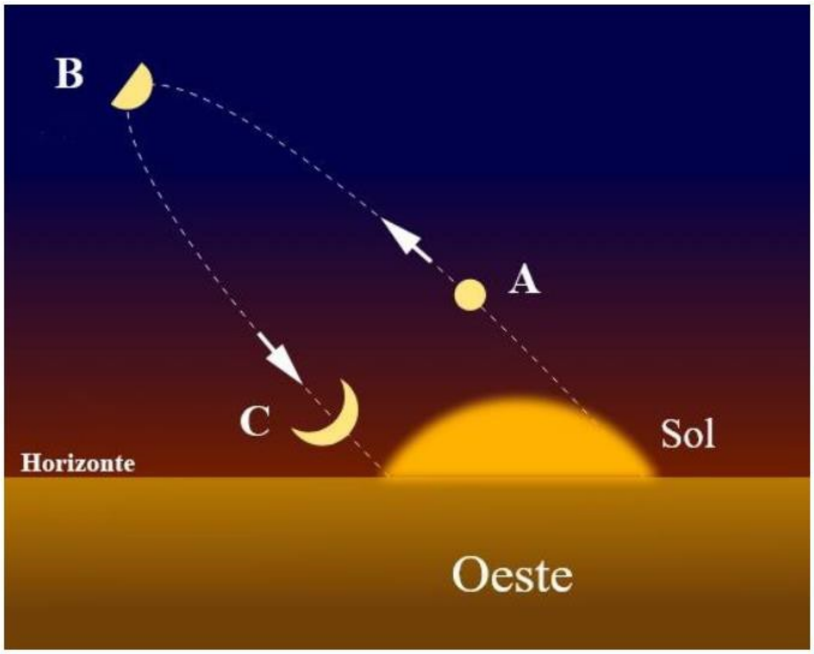
$$A = \frac{f_{ob}}{f_{oc}} \implies A = \frac{1170}{39} \implies \boxed{A = 30}$$

Portanto, basta calcular o campo de visão:

$$fov = \frac{afov}{A} \implies fov = \frac{100°}{30} \implies \boxed{fov \approx 3,3°}$$

Alternativa: (c)

8. **(1 ponto)** As A imagem a seguir mostra um esquema do Planeta Vênus em três datas distintas (A, B e C) ao longo de sua órbita.



Analisando a figura, marque **V** (Verdadeiro) ou **F** (Falso) na frente de cada afirmação.

(a) Em B o planeta Vênus está em Máxima Elongação Leste.

(b) De A até C o planeta Vênus também é conhecido por 'estrela vespertina'.

(c) De A para B Vênus está em Movimento Retrógrado.

(d) De B até C o planeta Vênus está em sua fase minguante

(e) Em B o planeta Vênus está em Conjunção Superior.

Solução:

(a) **Verdadeira** - Como podemos ver, a posição B é a mais ao leste do Sol, sendo por definição a posição de máxima elongação Leste.

(b) **Verdadeira** - Como o Sol está se pondo, faz sentido Vênus ser chamada de 'estrela vespertina' (i.e. estrela da tarde).

(c) **Falsa** - Na maior parte do tempo, os planetas se movem de oeste para leste ao longo dos dias, ou seja, no mesmo sentido de translação da Terra (desconsidere a rotação). Quando o movimento é no sentido contrário, diz-se que o planeta está em movimento retrógraodo. Como visto na imagem, Vênus está se movendo de oeste para leste entre A e B. Portanto, não é movimento retrógrado.

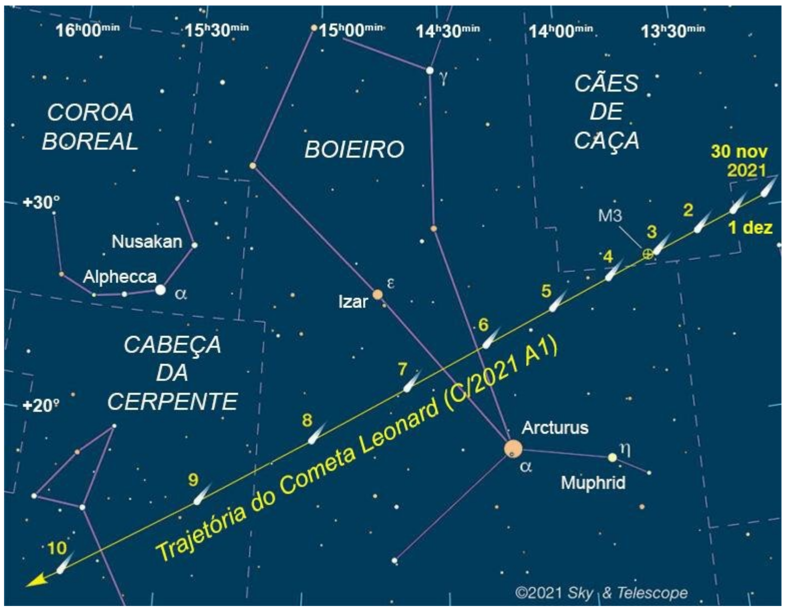
(d) **Verdadeiro** - A parte iluminada de Vênus vai minguando de B para C.

(e) **Falsa** - Já percebemos que na posiçaõ B Vênus está em máxima elongação leste.

Obs.: Essa questão é quase idêntica a uma outra da P2 de 2022.

Alternativa: (V-V-F-V-F)

9. **(1 ponto)** C/2021 A1 (Leonard) ou Cometa Leonard é um cometa, descoberto por Gregory J. Leonard, do Observatório do Monte Lemmon, em 3 de janeiro de 2021 (um ano antes do periélio) quando o cometa estava a 5UA (750 milhões de km) do Sol. Foi o primeiro cometa descoberto em 2021 e tem uma órbita retrógrada de 80.000 anos.
A figura a seguir traz uma Carta Celeste mostrando a trjetória do Cometa Leonard, de 30 de novembro a 10 de dezembro de 2021.



Baseado nesta Carta Celeste e nos seus conhecimentos, marque **V** (Verdadeiro) ou **F** (Falso) na frente de cada afirmação

(a) Neste período o cometa passou ao sul de Arcturus.

(b) De 30 de novembro a 10 de dezembro o Ângulo Horário do cometa aumentou.

(c) Entre 3 e 4 de dezembro o cometa passou atrás de M3.

(d) Em menos de quatro dias o cometa atravessou a Constelação do Boieiro.

(e) De 30 de novembro a 10 de dezembro o cometa se deslocou para o Leste.

Solução:

(a) **Falsa** - Podemos ver na carta que a declinação aumenta com a altura da imagem, portanto o Norte é para cima. Assim, o cometa passou ao norte de Arcturus.

(b) **Falsa** - Se as observações forem realizadas no mesmo horário do dia, o Tempo Sideral delas será praticamente o mesmo. Portanto, como a ascensão reta aumenta conforme os dias passam, o Ângulo Horário tem que diminuir.

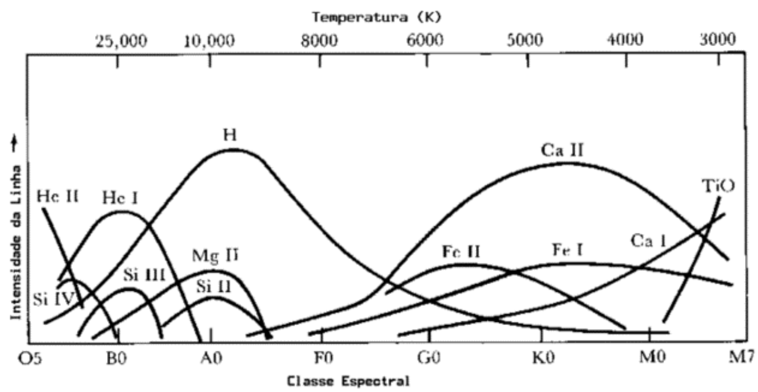
(c) **Falsa** - Como M3 é um objeto de céu profundo (localizado a aproximadamente 10 kpc da Terra), não é possível esse cometa passar por trás de M3.

(d) **Falsa** - Podemos ver que o cometa adentra a região do Boieiro aproximadamente no dia 4 e deixa-a depois do dia 8. Portanto, o cometa atravessou a Constelação do Boieiro em mais de 4 dias.

(e) **Verdadeira** - A ascensão reta é medida no sentido anti-horário, se vista do Polo Norte. Assim, como a ascensão reta aumenta, o cometa vai para o leste.

Alternativa: (F-F-F-F-V)

10. **(1 ponto)** O gráfico a seguir traz a intensidade relativa de algumas linhas espectrais em função da temperatura ou da classe espectral das estrelas.



Nos espectros das estrela do tipo M também se observam linhas (ou bandas) correspondentes a moléculas. Assinale a opção que explica este fenômeno.

(a) A temperatura não é alta o suficiente para dissociar a maioria das moléculas.

(b) Suas altas temperaturas facilitam a formação de moléculas.

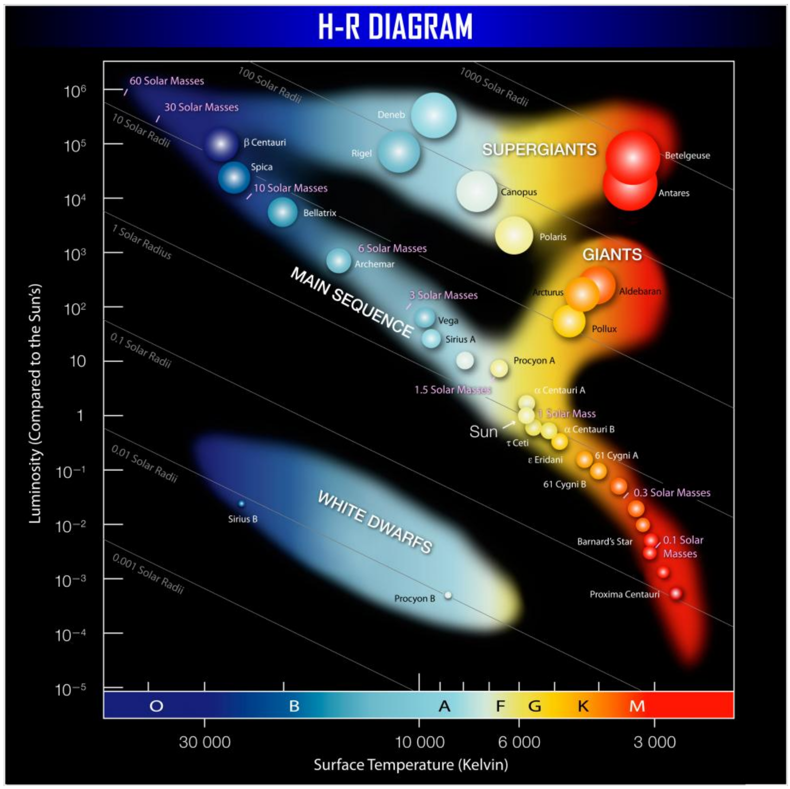
(c) As estrela do tipo M são gigantes vermelhas.

(d) As estrelas do tipo M estão fora da Sequência Principal e, portanto, não mais estáveis.

(e) Estas estrelas possuem um raio muito pequeno, o que facilita a formação de moléculas.

Solução:

Adotando uma postura de eliminação:
(a) Correta, estrelas do tipo M tem aproximadamente 3200 K, logo, não são quentes o suficiente para quebrar a ligação entre as moléculas.
(b) Errada, pelo contrário, estrelas do tipo M são frias.
(c) Não só gigantes vermelhas, o grupo M se estende por toda a faixa de estrelas com temperatura na casa dos 3200 K. Observe o diagrama HR abaixo:
(d) Novamente, observando o diagrama HR é possível perceber que elas estão dentro da sequência principal.
(e) O raio não interfere na formação de moléculas, e sim a a temperatura.



Alternativa: (a)

11. **(1 ponto)** O raio vetor que conecta o Sol a um asteroide varre um quatorze avos da área total delimitada pela órbita de um asteroide em 6 meses.

Assinale a opção que traz o período **P** orbital deste asteroide.

(a) $14,0$ anos

(b) $6,2$ anos

(c) $7,0$ anos

(d) $0,5$ anos

(e) $10,0$ anos

Solução:

Para resolver basta utilizar a lei das áreas em uma regra de três, já que, se em 6 meses o cometa varre $\frac{1}{14}$ da área total basta encontrar o valor correspondente à $\frac{14}{14}$.

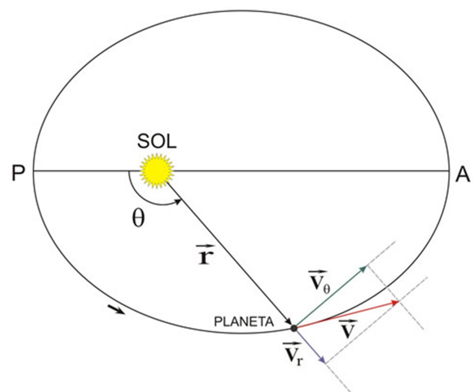
$$\frac{0,5}{X} = \frac{\frac{1}{14}}{\frac{14}{14}} \implies X \cdot \frac{1}{14} = 0,5 \cdot \frac{14}{14} \implies X = 0,5 \cdot 14 \implies \boxed{X = 7\ anos}$$

Alternativa: (c)

12. **(1 ponto)** A órbita elíptica de um astro (massa **m**) ao redor do Sol (massa **M**) pode ser definida por sua excentricidade **e** e seu semi-eixo maior **a**. Com estes valores podemos calcular a distância **r** do astro ao Sol e o módulo da sua velocidade orbital **V**, através das seguintes fórmulas:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{(1+e\cos\theta)} \quad \text{e} \quad V^2 = G(M+m)\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

Onde θ é chamados de anomalia verdadeira.
A figura a seguir, fora de escala, mostra a geometria do problema:



Assinale a opção que traz a razão entre a velocidade orbital no periélio e no afélio (v_p/v_a) de um cometa cuja órbita tem semi-eixo **a** $= 18,0$ UA e excentricidade **e** $= 0,8$

(a) $11,0$

(b) $9,0$

(c) $4,0$

(d) $22,5$

(e) $18,0$

Solução:

Sendo r_p e r_a a distância entre Sol e astro no periélio e no afélio, respectivamente, temos que $r_p = a(1-e)$ e $r_a = a(1+e)$. De forma algébrica, a razão pode ser escrita como

$$\frac{v_p}{v_a} = \sqrt{\frac{\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a}}{\frac{2}{r_a} - \frac{1}{a}}}$$

$$\frac{v_p}{v_a} = \sqrt{\frac{2a - r_p}{ar_p} \cdot \frac{ar_a}{2a - r_a}}$$

$$\frac{v_p}{v_a} = \sqrt{\frac{2\cancel{a} - \cancel{a}(1-e)}{\cancel{a^2}(1-e)} \cdot \frac{\cancel{a^2}(1+e)}{2\cancel{a} - \cancel{a}(1+e)}}$$

$$\frac{v_p}{v_a} = \sqrt{\frac{(1+e)}{(1+e)} \cdot \frac{(1-e)}{(1-e)}}$$

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{1+e}{1-e}$$

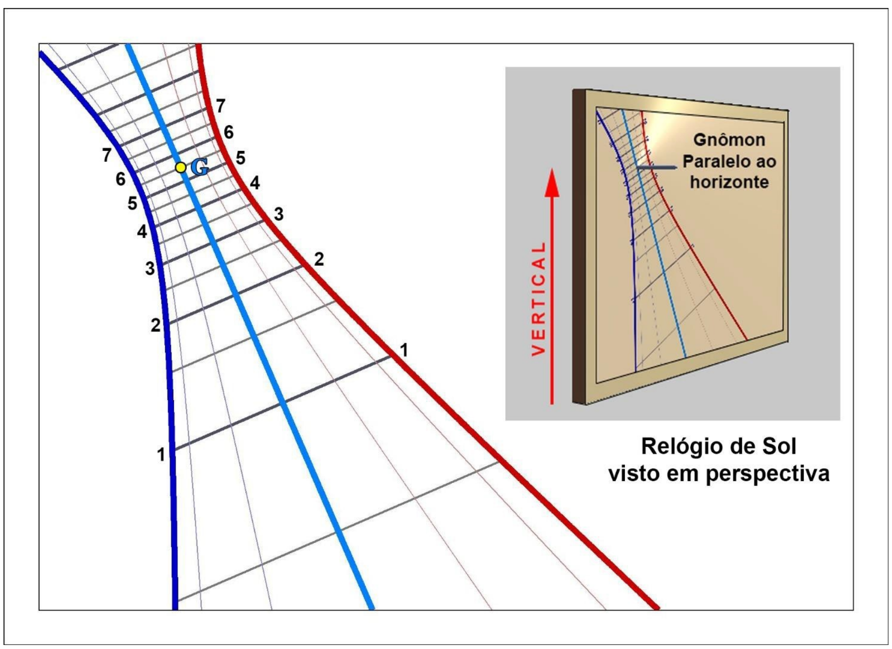
$$\boxed{\frac{v_p}{v_a} = 9}$$

Alternativa: (b)

13. **(1 ponto)** A imagem a seguir traz o mostrador de um relógio de Sol Vertical. O círculo amarelo indica a posição do Gnômon (também marcado pela letra G), que nestre modelo é posicionado paralelamente ao horizonte.

A figura menor traz o relógio visto em perspectiva para melhor compreensão da sua geometria.

As curvas em azul e em vermelho marcam o limite máximo do comprimento da sombra do Gnômon nos Solstícios de Verão e de Inverno, respectivamente.



Sobre este relógio de Sol, considere as afirmações a seguir e assinale a opção correta.

I - Seu mostrador deve ser montado de frente para o Ponto Cardeal Oeste.

II - Seu mostrador deve montado de frente para o Ponto Cardeal Leste.

III - Ele foi projetado para o Hemisfério Sul.

IV - Ele foi projetado para o Hemisfério Norte.

V - Ele foi projetado para marcar o Tempo Solar Verdadeiro.

VI - A correção da Equação do Tempo foi incluída no projeto.

VII - A Correção de Longitude foi incluída no projeto.

(a) As afirmações I, IV e VII estão corretas

(b) As afirmações II, III e V estão corretas

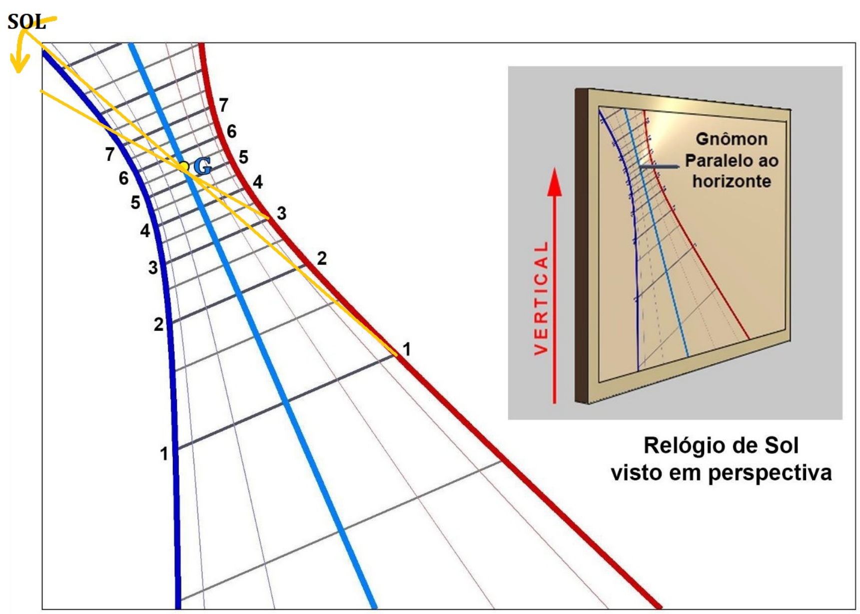
(c) As afirmações I, III e VII estão corretas

(d) As afirmações I, V e VI estão corretas

(e) As afirmações II, IV e VI estão corretas

Solução:

Da figura a seguir, podemos concluir que o mostrador está virado para o oeste, uma vez que quanto mais perto do pôr do sol (aproximadamente 6h) menor é a sombra do gnômon.

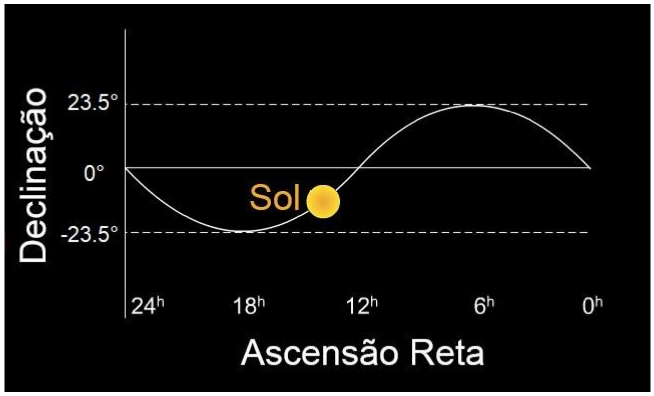


Dessa forma, temos que a linha azul clara corresponde ao equador celeste, enquanto que o visor do relógio é paralelo ao meridiano local. Como sabemos que o gnômon está apontado para oeste, à direita temos sul e a esquerda norte. Portanto, como o pólo vísivel está à direita, o observador está no hemisfério sul.

A única alternativa que satisfaz essas duas condições é a (c). Quanto à correção de longitude, percebe-se que quando o Sol se põe (sombra zero) no equinócio, o relógio marca 5h30m, ao invés das 6h que teríamos caso o relógio estivesse no centro do fuso.

Alternativa: (c)

14. **(1 ponto)** O gráfico a seguir representa as coordenas Ascensão Reta e Declinação do Sol, com o Sol em uma determinada época do ano.



Assinale a opção que traz o período aproximado do ano mostrado no gráfico.

(a) De 21 de março a 21 de junho
(b) De 21 de dezembro a 21 de março
(c) De 21 de setembro a 21 de dezembro
(d) De 21 de setembro a 21 de março
(e) De 21 de junho a 21 de setembro

Solução:

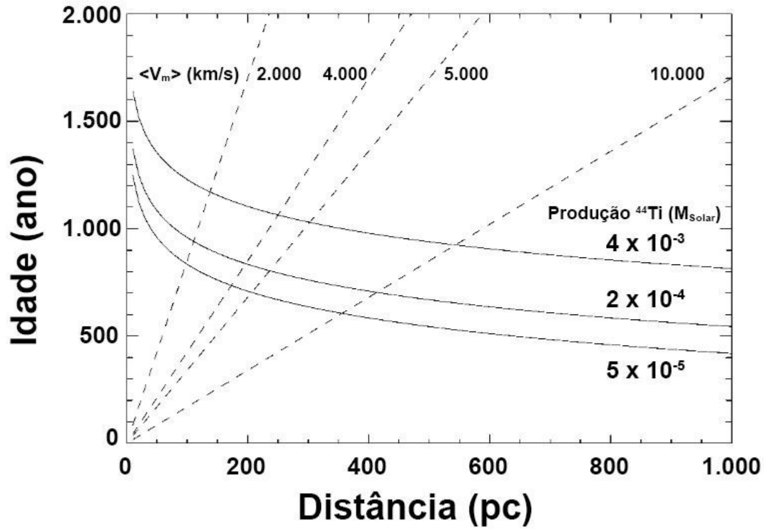
Perceba que a declinação do Sol está no intervalo $-23,5° < \delta < 0°$ e a sua ascenção reta está no intervalo 18 h $< \alpha <$ 12 h. Logo, sabemos que essas coordenadas se referem à uma data depois do Equinócio de 21 de setembro e antes do Solstício de 21 de dezembro.

Alternativa: (c)

15. **(1 ponto)** Cassiopeia A (Cas A) é um dos remanescentes de supernova mais jovens conhecido. Ele está localizado na constelação de Cassiopeia. A descoberta da emissão de raios gama provenientes do decaimento radiativo de núcleo de titânio-44 ($^{44}\mathbf{Ti}$) associados à Cassiopeia A revelou uma nova maneira para os astrofísicos procurarem por remanescentes de outras supernovas relativamente recentes (com $\sim$ 1.000 anos de idade).

A produção de $^{44}\mathbf{Ti}$ de uma explosão de supernova pode ser inferida pela medida da intensidade da emissão da respectiva linha espectral, em 1,16 MeV (megaelétron-Volts), nos dias de hoje.

O gráfico a seguir nos traz dois modelos teóricos: a distância até nós *versus* a idade da explosão de supernova que originou o remanescente em função da velocidade média $< v_m >$ de expansão do remanescente (linha reta tracejada) e da produção de $^{44}\mathbf{Ti}$, em termos de massas solares (linhas curva contínua). Os dois modelos estão superpostos no mesmo gráfico.



(a) Para uma mesma velocidade média de expansão, quanto maior for a produção de ^{44}Ti, mais próximo estará o remanescente de supernova

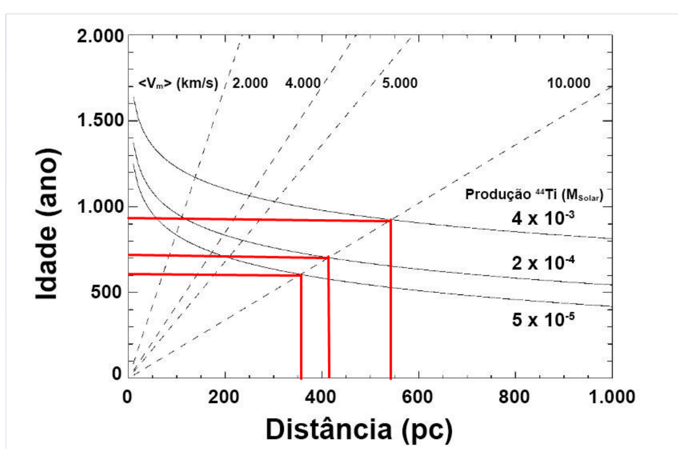
(b) Se a velocidade média de expansão de um remanescente de supernova é de 5.000 km/s e a produção de ^{44}Ti foi de 5×10^{-5} M_{Sol}, então este remanescente de supernova deve estar a cerca de 200 pc de nós e a explosão deve ter ocorrido há cerca de 700 anos.

(c) Para uma mesma produção de ^{44}Ti, quanto maior a velocidade de expansão, mais distante de nós está o remanescente de supernova.

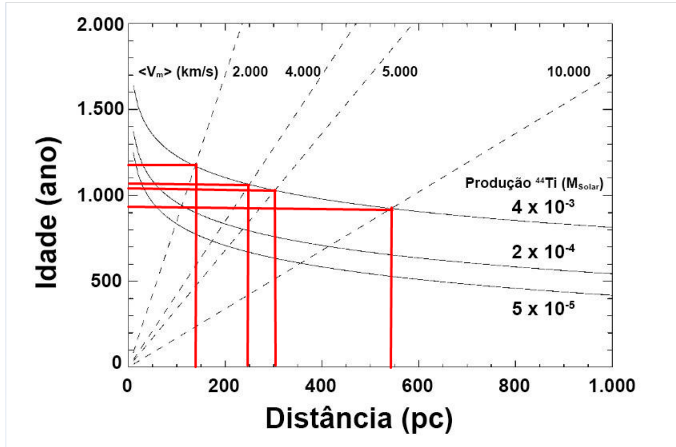
(d) Para uma mesma produção de ^{44}Ti, quanto maior a velocidade de expansão, mais jovem é o remanescente de supernova.

(e) Para uma mesma velocidade média de expansão. quanto maior for a produção de ^{44}Ti, mais jovem é o remanescente de supernova.

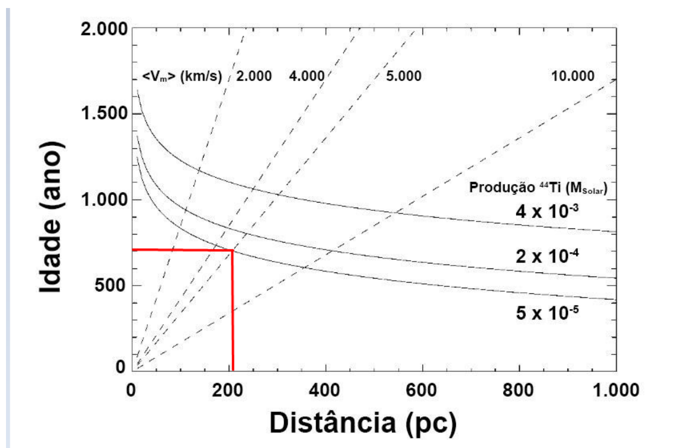
Solução:



Do gráfico acima, podemos ver que, para uma mesma velocidade (na imagem $v = 10.000$ km/s, porém é análogo para outras velocidades) quanto maior for a produção de ^{44}Ti, mais longe de nós e mais 'velha' a remanescente de supernova é. Portanto, os itens **(a)** e **(e)** são **falsos**.



Do gráfico acima, podemos ver que, para uma mesma produção de ^{44}Ti quanto maior for a velocidade de expansão, mais longe de nós e mais jovem a remanescente de supernova é. Portanto, os itens **(c)** e **(d)** são **verdadeiros**.



Por fim, vemos que se a velocidade de expansão for 5.000 km/s e a produção de ^{44}Ti for 5×10^{-5} M$_{\text{Sol}}$, a supernova estará a, aproximadamente, 200 pc de nós e sua explosão ocorreu há 700 anos. Portanto, o item **(b)** é verdadeiro.

Alternativa: (F-V-V-V-F)

16. **(1 ponto)** A estrela Spica (α Virginis) é uma estrela binária e a mais brilhante da constelação de Virgem. A estrela faz parte da lista das 20 estrelas mais brilhantes do céu noturno. Spica tem declinação de cerca de $\delta = 11°$ S.
Assinale a opção que traz (1) qual é altura máxima **h** que Spica pode atingir para um observador localizado na latitude geográfica $\phi = 35°$ N e (2) em qual latitude mínima ϕ_{min} um observador do Hemisfério Norte precisa estar para não ver Spica acima do horizonte.

(a) 11° e 35° S

(b) 44° e 79° S

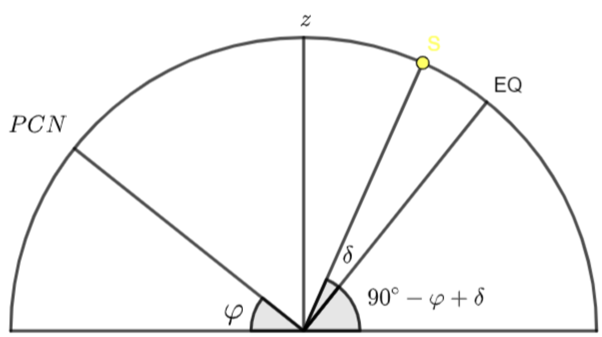
(c) 44° e 79° N

(d) 11° e 35° N

(e) 55° e 68° N

Solução:

Para calcular a altura máxima, podemos montar a figura:



Note então que:

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta$$

$$h = 90^\circ - 35^\circ + (-11^\circ)$$

$$\boxed{h = 44^\circ}$$

No limite em que $h \leqslant 0$, teremos:

$$90^\circ - \varphi + \delta \leqslant 0$$

$$\varphi \geqslant 90^\circ + \delta$$

$$\varphi \geqslant 90^\circ + (-11^\circ)$$

$$\boxed{\varphi \geqslant 79^\circ \text{ N}}$$

Alternativa: (c)

17. **(1 ponto)** O espectro de uma galáxia mostra uma linhas de H-alfa com um comprimento de onda de $\lambda = 720$ nanômetros. Medido em laboratório o comprimento de onda da linha H-alfa vale $\lambda_{\text{lab}} = 656,28$ nanômetros.

A respeito disso, assinale a opção que traz a afirmação correta sobre esta galáxia.

(a) Ela está se afastando de nós.

(b) Ela está formando estrelas.

(c) Ela é uma galáxia espiral.

(d) Ela está se aproximando de nós.

(e) Ela está colidindo com outra galáxia.

Solução:

Pela fórmula do redshift:

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}c$$

Como $\Delta\lambda > 0 \rightarrow v > 0$ e, portanto, a galáxia está se $\boxed{afastando}$ de nós.

Alternativa: (a)

18. **(1 ponto)** Um astrônomo amador, fabrixante de telescópios, projetou a construção do seu próximo instrumento refletor altazimutal. No entanto, ele não ficou satisfeito com o poder de separação teórico que seu telescópio teria, pois ele está interessado na observação de estrelas duplas.

Assinale a opção que traz uma solução do projeto para o fabricante aumentar o poder de separação (a resolução) do telescópio.

(a) Observar objetos utilizando comprimentos de onda maiores.

(b) Trocar a montagem de altazimutal para equatorial.

(c) Trocar o telescópio de refletor para refrator.

(d) Observa objetos utilizando oculares de distâncias focais pequenas.

(e) Aumentar o diâmetro do seu espelho primário.

Solução:

Podemos solucionar a questão pelo método da exclusão:

(a) Acontecerá o inverso, com o aumento do comprimento de onda a resolução cai, podemos comprovar isso ao utilizar o critério de Raylengh.

(b) O tipo da montagem não interfere no poder de separação de um telescópio.

(c) Teoricamente teria um ganho bem bem bem pequeno, já que um refrator não tem uma obstrução central. Porém, a maioria dos refratores sofrem de diversas aberrações, prejudicando sua performance novamente. Então, por mais que talvez ocorra um ganho marginal essa não é a alternativa correta.

(d) O poder de separação continua o mesmo em qualquer aumento, o problema é que em aumentos muito pequenos o olho não tem resolução suficiente para separar detalhes como um sistema binário.

(e) Aumentar o diâmetro do espelho primário por outro lado, assumindo que o espelho mantenha o mesmo nível de qualidade, melhorará o seu poder de resolução teórico, tornando esta a resposta correta.

Alternativa: (e)

19. **(1 ponto)** Duas estrelas **A** e **B** têm uma paralaxe estelar **p** de $0,1''$ e $0,005''$ (segundos de arco), respectivamente. Assinale a opção que traz a relação entre suas distâncias d_A e d_B até nós.

(a) $\mathrm{d_B = 20d_A}$

(b) $\mathrm{d_B = 50d_A}$

(c) $\mathrm{d_A = 5d_B}$

(d) $\mathrm{d_B = 5d_A}$

(e) $\mathrm{d_A = 20d_B}$

Solução:

Podemos começar calculando a distância de cada estrela:

$$p = \frac{1}{d} \implies d = \frac{1}{p}$$

$$\therefore d_a = 10\ pc \text{ e } d_b = 200\ pc$$

Logo, basta calcular a razão entre as distâncias:

$$\frac{d_b}{d_a} = \frac{200}{10} \implies \boxed{d_b = 20d_a}$$

Alternativa: (a)

20. **(1 ponto)** Em 2020, Reinhard Genzel e Andrea Ghez ganharam o Prêmio Nobel de Física por terem demonstrado a existência de um buraco negro supermassivo no centro da Via Láctea. O problema a seguir propõe, de forma bastante simplificada, o método que ele utilizaram.

Ghez e Genzel observaram uma estrela, com órbita circular ao redor do centro de nossa galáxia. O deslocamento Doppler das linhas espectrais mostrou que o módulo da velocidade orbital (corrigido pela inclinação da órbita em relação à linhas de visada) era constante e com o valor de $V = 1.783$ km/s, com período orbital de $P = 20,2$ anos.
Assinale a opção que traz a massa aproximada deste buraco negro, em termos de massas solares ($\mathrm{M_{Sol}}$).
Dados: Massa do Sol $\mathrm{M_{Sol}} = 2,0 \times 10^{30}$ kg;
Constante Gravitacional Universal $G = 6,7 \times 10^{-11}$ m^3/kg.s^2;
1 ano $\approx 3,1 \times 10^7$ s.

(a) $4,9 \times 10^6$

(b) $4,6 \times 10^6$

(c) $4,3 \times 10^6$

(d) $5,2 \times 10^6$

(e) $4,0 \times 10^6$

Solução:

A velocidade de uma órbita circular pode ser calculada de 2 formas:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{a}}$$

E, também:

$$v = \frac{2\pi a}{P}$$

Usando a segunda fórmula, podemos descobrir o semieixo maior (raio) da órbita da estrela.

$$a = \frac{vP}{2\pi}$$

Substituindo esse valor de **a** na primeira equação para a velocidade:

$$v^2 = \frac{GM}{\frac{vP}{2\pi}} \Rightarrow \frac{2\pi GM}{vP}$$

Isolando a massa:

$$M = \frac{v^3 P}{2\pi G}$$

Substituindo os valores:

$$M = \frac{(1783 \times 10^3)^3(20,2 \times 3,1 \times 10^7)}{2\pi \times 6,7 \times 10{-}11} \text{ kg} \approx 8,432 \times 10^{36} \text{ kg}$$

$$\therefore \boxed{M = \frac{8,432 \times 10^{36}}{2 \times 10^{30}} \text{ M}_{\text{Sol}} = 4,216 \times 10^6 \text{ M}_{\text{Sol}}}$$

(Em questões assim, com valores muito próximos nas alternativas, é recomendável substituir os valores numéricos no final, do contrário, os erros podem propagar e o resultado final se diferenciar do resultado correto)

Alternativa: (c)