SIMULADO
SELETIVAS ONLINE

Instruções Gerais

1. Este simulado possui 20 questões objetivas e duração máxima de 2 horas.
2. O uso de calculadoras não programáveis é permitido.
3. As constantes necessárias para resolver a prova serão dadas nos enunciados.
4. Este simulado foi feito pensando no aprendizado do estudante, portanto não tenha medo de pesquisar algum conceito na internet ou em algum livro! Encontre um método eficiente para aproveitar ao máximo essas questões!
5. Procure simular ao máximo as condições em que você irá realizar a prova real, como o local de prova e os seus utensílios.
6. Autores:
    - Q1: É metro
    - Q2: Se ji
    - Q3: Marillo
    - Q4: Se ji
    - Q5: É metro
    - Q6: Xafi
    - Q7: Gabrela
    - Q8: Se ji
    - Q9: Mrlo
    - Q10: Xafi
    - Q11: olirum
    - Q12: Palo
    - Q13: Gabrela
    - Q14: Jânio
    - Q15: Pilo
    - Q16: Xafi
    - Q17: É metro
    - Q18: Pulo
    - Q19: Gabrela
    - Q20: Jânio

Este simulado foi, inicialmente, divulgado em formato Google Forms, com tempo cronometrado de 2 horas e feito através desse link. Como combinado, os melhores resultados ficarão registrados aqui no gabarito. Parabéns a todos que participaram!

MAIORES NOTAS:

GABRIEL CAMPOS | LUCAS CAVALCANTE | ISABELA

LUCAS ROCHA CASTRO | LETYCIA LIMA | GLAUCO

ERICK CESTARI | CAIQUE ASSIS | EDSON JUNIOR

1. **(1 ponto)** Em um universo paralelo, a Lei da Gravitação Universal é da forma $F = -\frac{k}{r^n}$. Sabendo que a velocidade da órbita circular desse universo é inversamente proporcional ao quadrado do raio da órbita, encontre o valor de n.

   (a) $n = 1$

   (b) $n = 2$

   (c) $n = 3$

   (d) $n = 4$

   (e) $n = 5$

Solução:

Para calcular a velocidade da órbita circular, podemos utilizar a resultante centrípeta:

$$F = \frac{k}{r^n} = \frac{mv^2}{r}$$

Logo

$$v^2 = \frac{k}{mr^{n-1}}$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{mr^{n-1}}}$$

Tal que

$$v = Ar^{-\frac{(n-1)}{2}}$$

Mas, pelas informações do enunciado:

$$v = Ar^{-2}$$

Ou seja

$$-2 = -\frac{(n-1)}{2}$$

$$\boxed{n = 5}$$

Alternativa: (e)

2. **(1 ponto)** Murcilo, um milionário da indústria de produtos capilares, deseja realizar um sonho de infância: observar detalhes na superfície de Io. Considerando condições perfeitas de observação e utilizando o critério de Rayleigh como aproximação válida, calcule o diâmetro mínimo do telescópio necessário para realizar tal proeza.

   Dados: $a_J \approx 5\ UA$, $D \approx 1,2 \cdot 10^6\ m$ e $\lambda = 550\ nm$ são, respectivamente, o semieixo maior da órbita de Júpiter, tamanho do maior detalhe superficial de Io e comprimento de onda médio da luz observada.

   (a) $50\ mm$

   (b) $100\ mm$

   (c) $200\ mm$

   (d) $300\ mm$

   (e) $400\ mm$

Solução:

Vamos começar definindo o que são condições perfeitas de observação, ou seja, seeing perfeito e Júpiter em maior aproximação.

Podemos começar calculando quanto seria a distância na maior aproximação:

$$d_{ma} \approx a_J - a_{\oplus} \implies d_{ma} \approx 4\,UA$$

Agora, basta calcular qual o "tamanho angular"do detalhe na superfície de IO.

$$\alpha_{IO} \approx \frac{D}{d_{ma}} \implies \frac{1,2 \cdot 10^6}{4 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}$$

Substituindo o ângulo α_{IO} no critério de Raylengh:

$$\alpha_{IO} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D_t} \implies D_t = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{\alpha_{IO}}$$

$$\boxed{\therefore D_t \approx 300mm}$$

Alternativa: (d)

3. **(1 ponto)** Edardo Tledo encontrou um belíssimo aglomerado aberto enquanto brincava com seu telescópio. O aglomerado é composto por uma brilhante gigante vermelha, de magnitude absoluta $M_{GV} = -2,25$, e n estrelas de aproximadamente mesmo brilho, com magnitude absoluta $M_i = -0,05$. Sentindo uma extrema preguiça de contar quantas são as n estrelas, Edardo gostaria de sua ajuda para calcular esse valor.

   Considere que a magnitude aparente do aglomerado é $m_{ag} = 6,66$ e a da gigante vermelha é $m_{GV} = 8,40$.

   (a) $n = 14$ estrelas

   (b) $n = 23$ estrelas

   (c) $n = 20$ estrelas

   (d) $n = 27$ estrelas

   (e) $n = 30$ estrelas

Solução:

Relacionando as magnitudes absolutas:

$$M_i - M_{GV} = -2,5\log\left(\frac{F_i(10)}{F_{GV}(10)}\right) \implies \frac{F_i(10)}{F_{GV}(10)} = 10^{-\frac{(M_i - M_{GV})}{2,5}} = 0,132$$

Note, que para relacionar as magnitudes aparentes, o fluxo referente ao aglomerado inteiro corresponde às n estrelas e à gigante vermelha. Assim temos:

$$m_{ag} - m_{GV} = -2,5log\left(\frac{nF_i}{F_{GV}} + \frac{F_{GV}}{F_{GV}}\right)$$

Como todas as estrelas do aglomerado estão a praticamente a mesma distância da terra, $\frac{F_i(10)}{F_{GV}(10)} = \frac{F_i}{F_{GV}}$. Com isso, podemos concluir que:

$$m_{ag} - m_{GV} = -2,5log\left(n\frac{F_i}{F_{GV}} + 1\right) \implies n \cdot 0,132 + 1 = 10^{-\frac{(m_{ag}-m_{GV})}{2,5}}$$

$$\boxed{n = \frac{1}{0,132}\left(10^{-\frac{(m_{ag}-m_{GV})}{2,5}} - 1\right) = 30}$$

Alternativa: (e)

4. **(1 ponto)** Shell, membro da comechão e dono de posto de gasolina, estava em busca de um telescópio para comprar de meia com Makoto "p". Buscavam um instrumento com razão focal f/6 que, ao ser utilizado com uma ocular de distância focal 9 mm e campo $a_{fov} = 70°$, tenha seu campo de visão totalmente preenchido pela Lua. Calcule o diâmetro aproximado desse telescópio.

   Dados: Raio da Lua é $R_l \approx 1700\ km$ e sua distância média até a Terra é $d_l \approx 380.000\ km$.

   (a) 50 mm

   (b) 100 mm

   (c) 200 mm

   (d) 300 mm

   (e) 400 mm

Solução:

Primeiramente devemos calcular o tamanho angular da lua:

$$\theta_l = \frac{2R_l}{d_l} \cdot 206265 \implies \theta_l \approx 30'$$

Logo, sabemos que o fov do telescópio deve ser $= \theta_l$, ou seja:

$$\theta_l = \frac{afov}{A} \implies 30' = \frac{70°}{A} \implies A = 140$$

Agora, sabendo o aumento utilizado podemos descobrir a distância focal do telescópio:

$$A = \frac{f_{ob}}{f_{oc}} \implies 140 = \frac{f_{ob}}{9} \implies f_{ob} \approx 1250\ mm$$

Portanto, basta calcular o diâmetro com base na razão focal:

$$R = \frac{d_{ob}}{D_t} \implies D_t = \frac{1250}{6}$$

$$\boxed{D_t \approx 200\ mm}$$

Alternativa: (c)

5. **(1 ponto)** Bojan observa a galáxia Martins se afastar com velocidade $v_M = 140\ km/s$. Sabendo que Martins observa a galáxia Muliro se mover com velocidade $v_L = 350\ km/s$, indique quais são os possíveis valores da distância D (Mpc) entre Bojan e Muliro. Considere $H_0 = 70\ km/s/Mpc$.

   (a) $2 < D < 4$

   (b) $3 < D < 7$

   (c) $2 < D < 5$

   (d) $1 < D < 4$

   (e) $3 < D < 5$

Solução:

Pela Lei de Hubble, podemos calcular as distâncias de Bojan e Martins (D_1) e Martins e Murilo (D_2):

$$V_k = H_0 D_k$$

$$D_k = \frac{V_k}{H_0}$$

Logo, $D_1 = 2\ Mpc$ e $D_2 = 5\ Mpc$. Por fim, para encontrar as possíveis distâncias entre Bojan e Muliro, podemos utilizar da condição de existência de um triângulo:

$$D_2 - D_1 < D < D_1 + D_2$$

$$\boxed{3 < D < 7}$$

Alternativa: (b)

6. **(1 ponto)** Após alguns anos que a final da Copa do Mundo de 2022 ocorreu na Terra, vários grupos de aliens estão ansiosos para ver seu primo Messi! A partida ocorrerá em Lusail (25,4254° N; 51,5045° L). Qual desses grupos de aliens poderá ver a partida? Considere que o comprimento de onda do "visível" dos aliens é $\lambda = 10^{-12}$ nm, que os aliens precisam distinguir a bola (de diamêtro 20cm) e que todos possuem o mesmo supertelescópio de diâmetro D $= 30,5 \cdot 10^6$ m

   (a) Grupo Mintaka: Distância: 1.173 $\cdot 10^{19}$ m; Ascensão Reta = 5h32min; Declinação = -0°17′

   (b) Grupo Atria: Distância: 3,703 $\cdot 10^{18}$ m; Ascensão Reta = 16h49min; Declinação = -69°01'

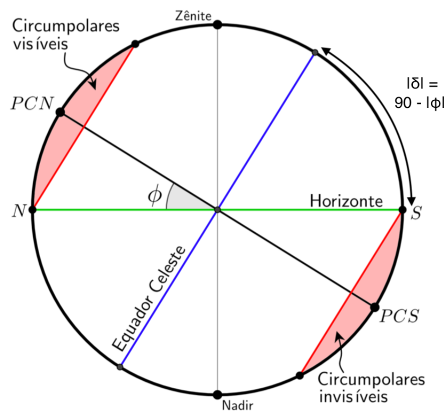
   (c) Grupo Kochab: Distância: 1,239 $\cdot 10^{18}$ m; Ascensão Reta = 14h51min; Declinação = 74°09′

   (d) Grupo Miaplacidus: Distância: 1,050 $\cdot 10^{18}$ m; Ascensão Reta = 9h13min; Declinação = -69°43′

   (e) Grupo Antares: Distância: 5,246 $\cdot 10^{18}$ m; Ascensão Reta = 16h30min; Declinação = -26°26′

Solução:

Podemos assumir que, pelo princípio da reversibilidade da luz, os aliens poderão assistir ao jogo caso seja possível avistar seu sistema a partir do estádio (os aliens enxergam o estádio se o estádio "enxerga eles"). Dessa forma, já podemos descartar as estrelas que não são visíveis em Lusail:



Veja que as estrelas com declinação $\delta < -(90 - |\delta—)$ (sinal negativo por causa do hemisfério) nunca podem ser vistas em Lusail. Assim, não pode ser o Grupo Atria nem Miaplacidus.
Por fim, podemos descobrir a distância máxima da Terra que se deve estar para poder observar a bola. De fato, para que se enxergue a bola, podemos dizer que a resolução angular do telescópio é menor ou igual ao tamanho angular da bola. Isto é:

$$\frac{1,22 \cdot \lambda}{D} \leqslant \frac{D_{\text{bola}}}{d}$$

Onde D_{bola} é o diâmetro da bola e d a distância até a Terra. Daí concluímos que não se pode observar o jogo de Antares e Mintaka, sobrando apenas o grupo $\boxed{\text{Kochab}}$ como resposta. Como extra para o leitor, tente descobrir como horário do jogo e a data de sua realização influenciaria na sua visibilidade deste jogo dependendo da posição do sistema estelar.

$$d < \frac{D_{\text{bola}} \cdot D}{1,22 \cdot \lambda} = 5 \cdot 10^{18} \text{ m}$$

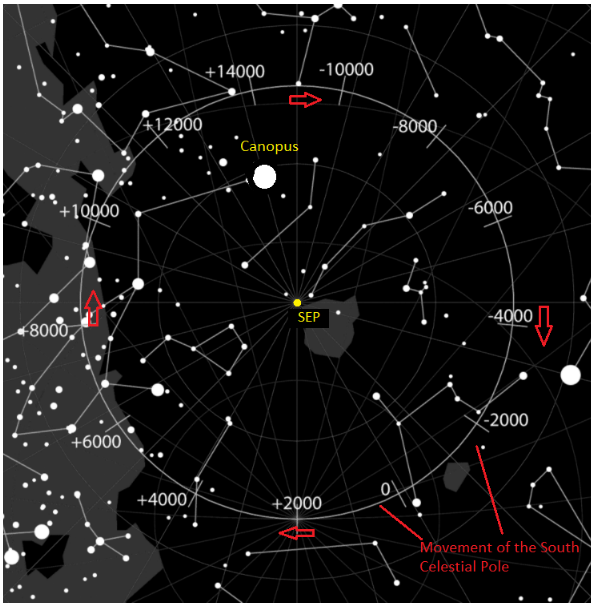
Desse modo, não pode ser o grupo.

Alternativa: (c)

7. **(1 ponto)** Classifique as afirmativas abaixo como verdadeiras ou falsas.

I - O Centro Galáctico tem ascensão reta de aproximadamente 18h atualmente.

II - A declinação de Acrux, que hoje é aproximadamente $-63°$ pode ser, um dia, de $-80°$.



Precessão do polo celeste sul

III - O tempo sideral é universal para todos os observadores da Terra a qualquer momento.

IV - A diferença entre o sol médio e o sol verdadeiro é sempre zero durante os solstícios.

Solução:

I - Talvez você já tenha ouvido no buraco negro no centro da galáxia, Sgr A* ("Sagitário A estrela"). Bom esse nome é dado justamente que fica na constelação de sagitário, que possui ascensão reta de aproximadamente 18h. Dessa forma, a primeira alternativa é verdadeira.

II - Com a imagem dessa alternativa, percebe-se que a precessão modifica a declinação das estrelas. Entretanto, mesmo assim a declinação de Acrux não chega a ser tão negativa, atingindo aproximadamente $-75°$ na situação limite.

III - O tempo sideral depende do ângulo horário de um astro, que varia de acordo com o observador. Logo, o tempo sideral não é universal para todos e a afirmativa é falsa.

IV - A equação do tempo ser nula significa que o sol médio é o mesmo que o verdadeiro. Isso acontece próximo dos solstícios e não dos equinócios.

Obs.: essa questão estava toda errada no forms. Na primeira alternativa, estava pólo galáctico sul ao invés de centro galáctico. Na segunda, a imagem referente ao item não estava no forms.

Alternativa: (V-F-F-F)

8. **(1 ponto)** Durante a prova de foguetes de Vinhedo 2022 Jango desafiou Faustão a lançar seu foguete com uma bicuda ao invés de usar a base. Ele só não esperava que a força de Faustão seria tão grande que o foguete entraria em órbita e causaria um eclipse solar! Ao chegar em órbita a garrafa PET (absurdamente resistente) se expandiu pela diferença de pressão, obstruindo 20% do disco solar. Calcule a magnitude aparente do Sol durante o eclipse.

Dados: Magnitude aparente do Sol $m_{\odot} \approx -26,74$.

(a) $m \approx -28,5$

(b) $m \approx -27,5$

(c) $m \approx -26,5$

(d) $m \approx -25,5$

(e) $m \approx -24,5$

Solução:

Utilizando a equação de Pogson:

$$m_1 - m_0 = -2,5 \log \frac{F_1}{F_0} \implies m_1 = -2,5 \log \frac{1-0,2}{1} + m_\odot \implies m_1 = -2,5 \log (0,8) - 26,74$$

$$\boxed{\therefore m_1 \approx -26,5}$$

Alternativa: (c)

9. **(1 ponto)** Benjamin, o astrônomo mais lindo do planeta, tirou uma belíssima foto da Lua Cheia no dia 21 de Junho. Obcecada em encontrar as coordenadas da casa de Benjamin, Márcia Tama, utilizou suas habilidades com astronomia para determinar que a altura da lua na foto é $h = 73°30'$. Sabendo que a lua estava cruzando o meridiano e que seu ângulo com a eclíptica era $3°33'$, qual é a latitude da casa de Benjamin?

Dica: Benjamin é chileno (hemisfério Sul).

(a) $\phi = 31°12'S$

(b) $\phi = 36°27'S$

(c) $\phi = 26°41'S$

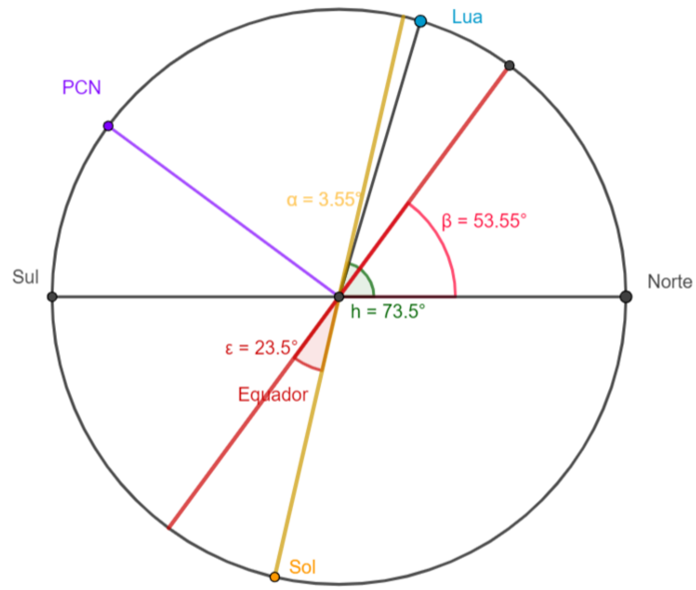
(d) $\phi = 42°30'S$

(e) $\phi = 12°20'S$

Solução:

Primeiramente, nota-se que para uma Lua cheia, o Sol deve estar oposto a Lua. Além disso, a angulação da Lua com relação a eclíptica deve ser para a direção Norte, assim, a eclíptica deve estar ao Sul da Lua. Finalmente, considerando a data, o ângulo do Sol com relação ao Equador celeste é de $\epsilon = 23,5°$, na direção Norte.

Representando graficamente estes dados, podemos descobrir a altura do equador celeste, que é complementar à latitude.

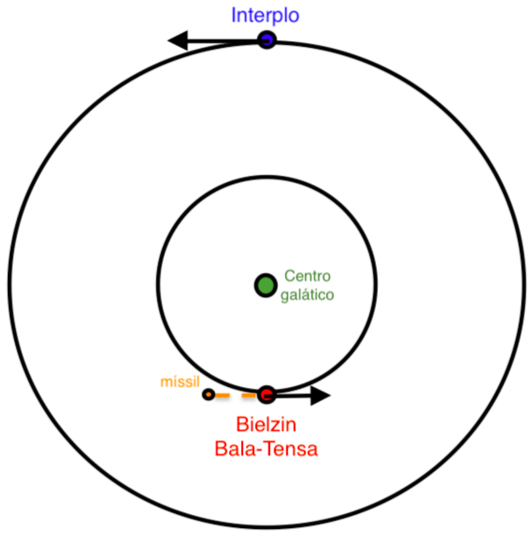


$$\phi = 90 - 53°33'$$

$$\boxed{\phi = 36°27'S}$$

Alternativa: (b)

10. **(1 ponto)** Em universo alternativo, Bielzin Bala-Tensa, o bandido mais procurado da Laniakea, está sendo plocurado pela Interplo, a plolícia intergalática. Nosso gatuno estava diametralmente oposto da Interplo em relação a uma galáxia em que se encontravam quando lançou um míssel em sentido oposto ao de sua velocidade orbital. Ambas as naves orbitavam o centro galático no mesmo sentido, mas Bielzin estava a uma distância de 5 kpc do centro e a Interplo, a 20 kpc.



Determine a velocidade - no referencial de Bielzin - com que o míssil foi lançado para que ele tenha atingido a nave da Interplo (1 kpc = 3,086 $\cdot 10^{19}$ m).

O gráfico a seguir mostra a distribuição das velocidades orbitais na galáxia em questão:

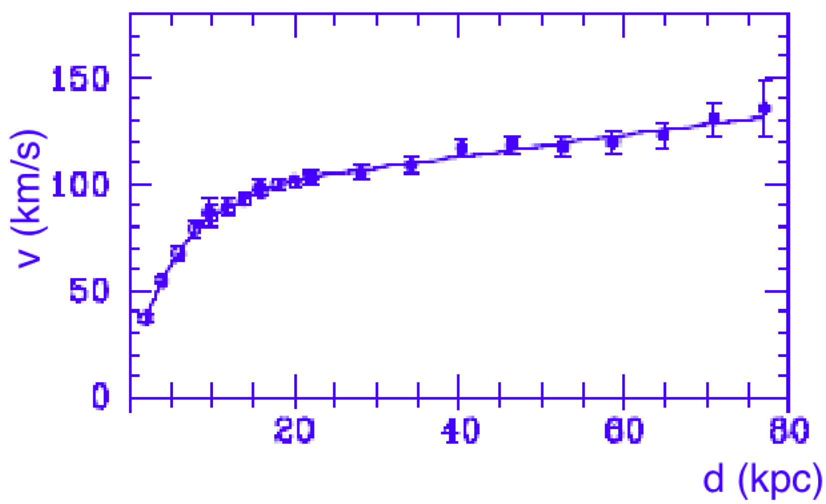


Figura 1: Gráfico Velocidade orbital *versus* distância até centro galático

(a) 20,1 km/s

(b) 42,0 km/s

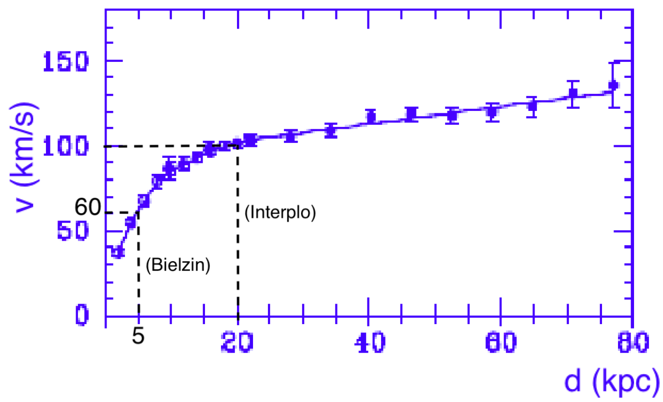
(c) 69,1 km/s

(d) 73,5 km/s

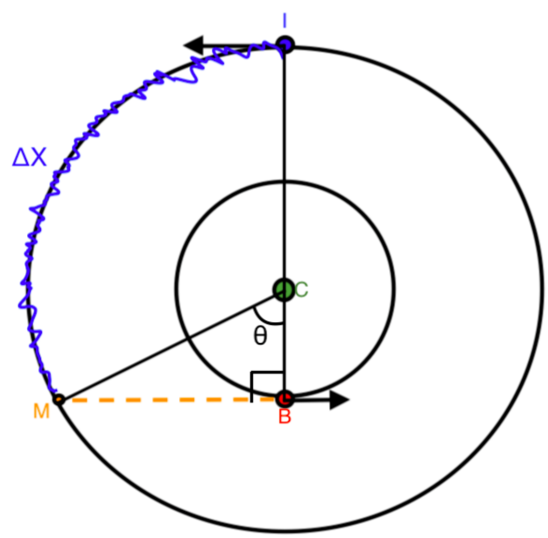
(e) 113,1 km/s

Solução:

Vamos primeiramente descobrir a velocidade orbital de cada uma das naves a partir do gráfico dado:



Depois, calculamos a distância percorrida BM pelo míssil até intersectar a órbita da Interplo:



Como CB = 5 kpc e MC = CI = 20 kpc, temos:

$$CM^2 - CB^2 = BM^2$$
$$\Rightarrow BM = 5\sqrt{15}\text{ kpc}$$

Além disso,

$$\cos\theta = \frac{CB}{CM} \Rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{5}{20}\right) \approx 75,5^\circ$$

Então $\Delta X = \frac{180 - 75,5}{360} \cdot (2\pi \cdot 20) = 36,5 \text{ kpc} = 1,13 \cdot 10^{18} \text{ km}$

O tempo que leva para a Interplo ir de I até M é

$$\Delta t = \frac{\Delta X}{v_I} = 1,13 \cdot 10^{16} \text{ s}$$

Então a velocidade que o míssil deve ter para um observador de fora do sistema é:

$$v_m = \frac{BM}{\Delta t} = 53,1 \text{ km/s}$$

Entretanto, como o míssil sai da nave de Bielzin, no referencial dele o projétil deve ter a velocidade acima calculada somada com a sua velocidade orbital. E portanto 53,1 + 60 = $\boxed{113,1 \text{ km/s}}$.

Obs.: No simulado do google forms, não havia alternativa correta. Foi considerada a mais próxima. **Alternativa: (e)**

11. **(1 ponto)** Nascidas de uma junção elegante de quântica e termodinâmica, duas equações determinam a formação de linhas de emissão em uma estrela.

    A primeira delas é a razão de probabilidade, determinada por fatores de Boltzmann, que estabelece a probabilidade de um elétron estar em determinado nível de energia. Por exemplo, o primeiro nível de energia do hidrogênio, que quando retorna ao estado fundamental é responsável pela linha de emissão λ_α.

    A outra equação é conhecida como equação de Saha, e determina a proporção entre diferentes graus de ionização dos átomos em um gás. O hidrogênio no caso, possui apenas 2 graus, o natural e o unicamente ionizado, que corresponde a um próton.

    Os gráficos dessas funções para o átomo de hidrogênio são explícitos abaixo:

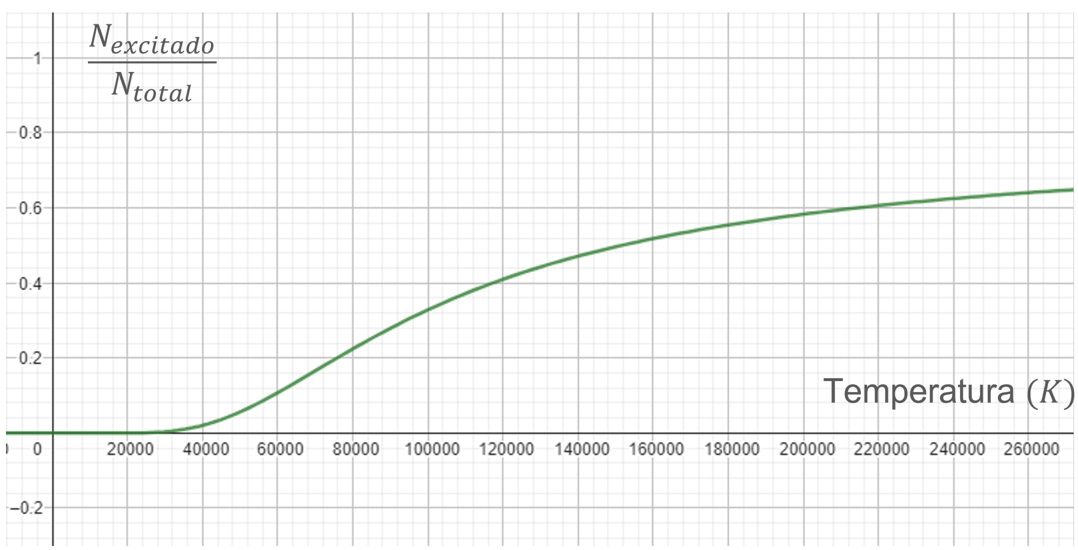


Figura 2: Gráfico da razão de átomos de H com elétrons excitados *versus* temperatura (fator de Boltzmann)

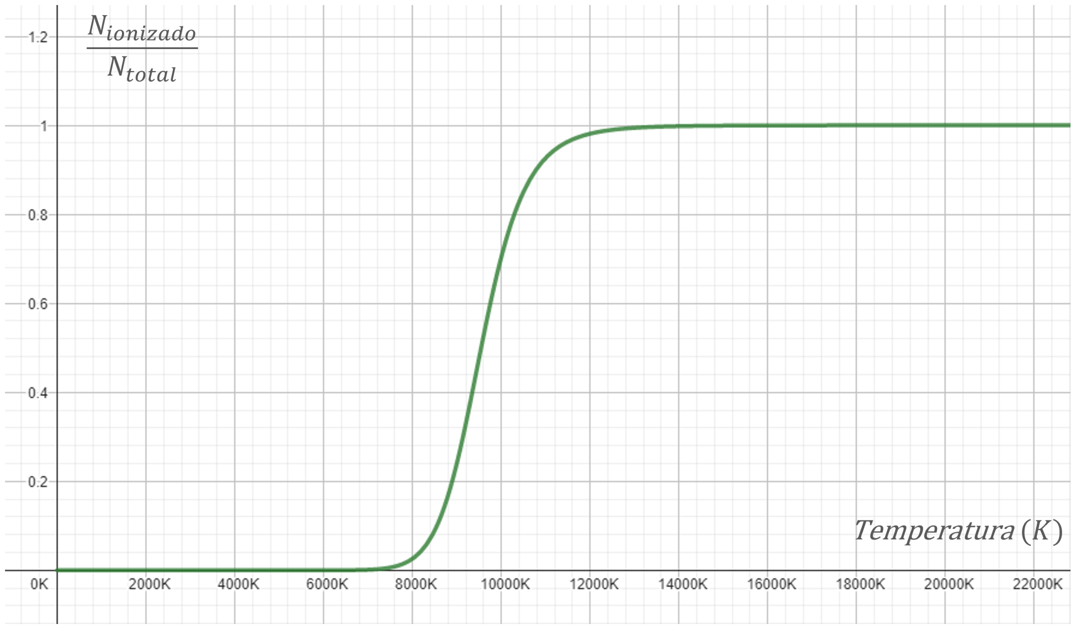


Figura 3: Gráfico da razão de átomos de H ionizados *versus* temperatura (Equação de Saha)

Partindo dos dados e de seus conhecimentos, é possível concluir que:

(a) A emissão de radiação λ_α cresce indefinidamente com a temperatura, como indica o gráfico 1.

(b) A partir de certa temperatura, o gráfico de ionização do hidrogênio cairá pois o próximo estado de ionização será mais significativo.

(c) A partir de 13000K, todas as linhas de emissão correspondem a série Lyman (transição para o estado fundamental).

(d) A equação de Saha restringe o comportamento crescente do grau de excitação, pois o hidrogênio ionizado não pode ser excitado.

(e) O gás não é capaz de emitir nenhum tipo de radiação quando sua temperatura passa de 13000K, pois todos os átomos estão ionizados, não havendo portanto transições eletrônicas.

Solução:

a) Essa afirmativa está **incorreta** pois a emissão nessa banda depende da transição eletrônica. Assim, como em altas temperaturas o hidrogênio é ionizado, a transição para de ocorrer.

b) Essa afirmativa está **incorreta** pois o hidrogênio possui apenas um elétron, logo não é possível ioniza-lo mais de uma vez.

c) Essa afirmativa está **incorreta** pois, assim como na afirmação a), em altas temperaturas transições param de ocorrer, impedindo que linhas Lyman se formem.

d) A afirmação é **correta**, de fato como se pode observar pelo gráfico, por mais que a presença de elétrons excitados aumenta com a temperatura, rapidamente os átomos de hidrogênio são ionizados.

e) Essa afirmação é **falsa** pois transições eletrônicas não são a única forma de emissão de radiação. Emissão de corpo negro é um contra-exemplo a essa afirmativa.

Alternativa: (d)

12. **(1 ponto)** Certo dia, ao observar o céu noturno sobre o Equador, e-metrio, um robô em forma de gente, detecta o satélite C0M-100-T1N0, que tem um período orbital de apenas 8 horas, no momento de máxima aproximação do planeta Terra passando sobre sua cabeça. Sabendo que a órbita de C0M-100-T1N0 tem excentricidade de 0,3, calcule a velocidade angular com que e-metrio vê o satélite. Considere que o sentido da translação do satélite é oposto ao de rotação da Terra.

Dados: Massa da Terra: $M_{\oplus} = 5,98 \times 10^{24}$ kg; Raio da Terra: $R_{\oplus} = 6,38 \times 10^{6}$ m
Dica: Não se esqueça que a Terra gira.

(a) 103 ”/s
(b) 120 ”/s
(c) 135 ”/s
(d) 157 ”/s
(e) 170 ”/s

Solução:

Usando vis-viva para o periélio:

$$v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

$$v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{a(1-e)} - \frac{1-e}{a(1-e)}\right)}$$

$$v = \sqrt{GM\left(\frac{1+e}{a(1-e)}\right)}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{a}\left(\frac{1+e}{1-e}\right)}$$

Pela Terceira Lei de Kepler, a semieixo maior da órbita será:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{GM_{\oplus}T^2}{4\pi^2}} = 2 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Então, a velocidade do satélite será:

$$v_s = 6,04 \text{ km/s}$$

Calculando a velocidade angular de rotação da Terra

$$\omega_{\oplus} = \frac{2\pi}{24 \text{ h}} = 7,27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Então, a velocidade angular relativa será:

$$\omega = \omega_{\oplus} + \omega_s$$

$$\omega = \omega_\oplus + \frac{v_s}{a(1-e)}$$

$$\omega = 7,27 \times 10^{-5} + 4,25 \times 10^{-4}$$

$$\boxed{\omega = 4,97 \times 10^{-4} \text{ rad/s} = 103 \text{ ''/s}}$$

Obs.: Como não existia essa opção, a questão foi anulada no simulado do google forms (foi mal, rapaziada).

Alternativa: (a)

13. **(1 ponto)** Observe o relógio abaixo e estime a longitude do local sabendo que o fuso horário é de GMT+3 e informe a qual hemisfério o relógio está situado. Para isso, considere que a linha de visada da câmera é perpendicular ao visor do relógio.

(a) 52° L; Hemisfério Norte.
(b) 52° L; Hemisfério Sul.
(c) 37° L; Hemisfério Norte.
(d) 37° L; Hemisfério Sul.
(e) 43° L; Hemisfério Sul.

Solução:

Da figura, podemos identificar os pontos cardeais, sabendo que o sol nasce do lado leste e se põe no oeste.

Disso, podemos ver que quando o relógio marcar meio-dia o sol estará a leste do meridiano. Isso significa que o observador onde o relógio é situado está a oeste do meridiano central, que é $3 \cdot 15^\circ = 45^\circ$. Das alternativas do exercício vemos que 37° L é a mais razoável, pois a diferença entre o meridiano do observador e do centro fuso é aproximadamente metade de um dos "gomos" do relógio, isto é, $15^\circ/2 = 7,5^\circ$. Portanto, $\phi = 45^\circ - 7,5^\circ \approx 37^\circ\ L$. Por fim, a haste do relógio visivelmente aponta para o pólo não visível (o chão), que por sua vez é o norte, uma vez que o pontos cardeais já foram descobertos. Logo, o observador está no hemisfério sul.

Alternativa: (d)

14. **(1 ponto)** Sofia, amante da observação do céu, está pesquisando telescópios para deixar suas noites mais animadas. Ela tem, porém, uma restrição: só comprará o telescópio se com ele puder observar a galáxia Heilkunde. A galáxia tem formato elíptico no céu com semieixo maior medindo 1° e magnitude 14. Sofia se interessou pelos seguintes telescópios:

    1. FOV da ocular 25°, Foco da ocular 50 mm, f/4, Diâmetro 250 mm.
    2. FOV da ocular 25°, Foco da ocular 50 mm, f/5, Foco da objetiva 1000 mm.
    3. FOV da ocular 50°, Foco da ocular 10 mm, f/4, Diâmetro 250 mm.
    4. FOV da ocular 30°, Foco da ocular 50 mm, f/3, Foco da objetiva 900 mm.

    Considerando que a pupila de Sofia tem 6 mm de diâmetro e que consegue observar objetos até a magnitude 6, encontre o(s) telescópio(s) que Sofia pode adquirir.

    (a) 1 e 4

    (b) 2 e 3

(c) 1

(d) 3

(e) Nenhuma das opções

Solução:

Para cada telescópio vamos calcular sua magnitude limite e seu campo de visão. Para isso usaremos as seguintes fórmulas:

$$m_{lim} = m_{olho} - 2,5 \log \left(\frac{D_{olho}}{D_{tele}} \right)^2$$

$$A = \frac{f_{objetiva}}{f_{ocular}}$$

$$FOV = \frac{FOV_{ocular}}{A}$$

Além da definição de razão focal: f/n, $n = \dfrac{f_{objetiva}}{D_{tele}}$

Telescópio 1:

$$m_{lim} = 6 - 2,5 \log \left(\frac{6}{250} \right)^2 \Rightarrow m_{lim} = 14,1$$

$$4 = \frac{f_{objetiva}}{250} \Rightarrow f_{objetiva} = 1000\ mm$$

$$A = \frac{1000}{50} \Rightarrow A = 20$$

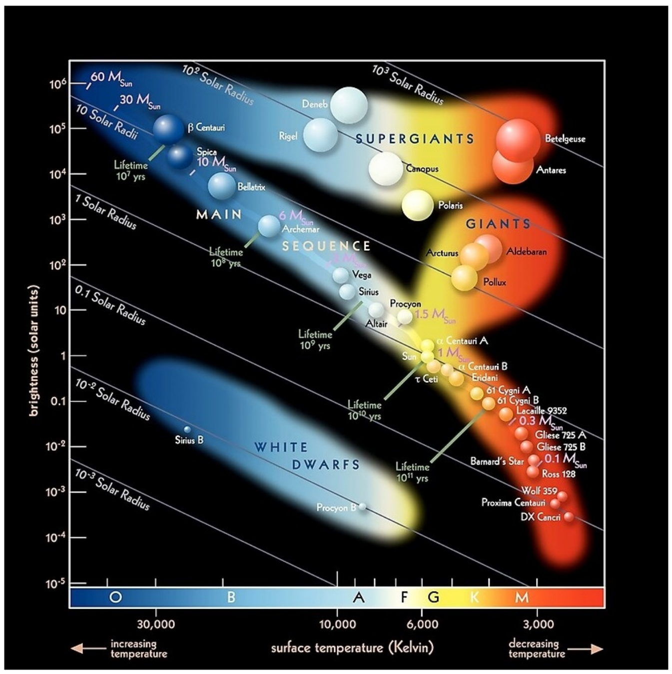
$$FOV = \frac{25}{20} \Rightarrow FOV = 1,25^\circ$$

Repetindo esse processo para os outros 3 telescópios encontramos:
Telescópio 1: $m_{lim} = 14,1$ $FOV = 1,25^\circ$
Telescópio 2: $m_{lim} = 13,6$ $FOV = 1,25^\circ$
Telescópio 3: $m_{lim} = 14,1$ $FOV = 0,5^\circ$
Telescópio 4: $m_{lim} = 14,5$ $FOV = 1,67^\circ$

Para que seja possível observar o objeto do jeito que Sofia deseja, o telescópio deve ter magnitude limite maior que 14 e FOV maior que 1°. Desse modo, apenas os telescópios 1 e 4 satisfazem esses requisitos.

Alternativa: (a)

15. **(1 ponto)** A partir do Diagrama de Hertzsprung-Russell abaixo, julgue as afirmativas em verdadeiro ou falso:



I - Caso uma estrela fique mais brilhante, ela necessariamente mudará de classe espectral.

II - O Sol, hoje na classe espectral G2, ao sair da sequência principal, entrará no ramo das gigantes.

III - Uma anã branca pode ser mais brilhante que uma supergigante.

(a) F V V

(b) V F V

(c) V F F

(d) V V F

(e) F V F

Solução:

I- A classe espectral diz respeito apenas à temperatura superficial de uma estrela enquanto que o brilho depende da temperatura, raio e distância ao observador. Assim, o brilho pode aumentar e a temperatura permanecer constante.

II- Como o Sol tem temperatura superficial de aproximadamente 5800 K, ele pertence à classe G. Após de fundir a maior parte do hidrogênio em seu núcleo, o Sol se transformará em uma gigante vermelha.
III- Como já mencionado, brilho é uma grandeza que depende da luminosidade e da distância ao observador. Sendo assim, estando perto o suficiente, uma anã branca pode ser mais brilhante do que uma supergigante.

Alternativa: (a)

16. **(1 ponto)** Assinale verdadeiro (V) ou falso (F) acerca das proposições a seguir:

I - Dada uma estrela (com declinação não nula) na esfera celeste e uma longitude fixa, podemos afirmar que sempre há uma latitude para a qual tal estrela está sobre o horizonte (isto é, se pondo ou nascendo).

II - Quanto menor a altura orbital de um satélite terrestre, menor a área na Terra em que este satélite pode ser observado.

III - Se um observador terrestre vê a Lua ocultar uma determinada estrela, então esta estrela está oculta para todos os observadores na Terra.

IV - O lugar geométrico na Terra para o qual uma estrela possui uma altura h é a base de um cone de abertura 90 - h.

(a) V V F V

(b) V F F V

(c) F V V V

(d) V F V F

(e) F V F F

Solução:

I - **Verdadeira**
De fato, uma vez que a estrela está na esfera celeste, isto é, a uma distância infinita da Terra, as regiões na superfície terrestre tais que a estrela está sobre o horizonte local é um grande círculo perpendicular à linha de visada da estrela. A figura 4 mostra isso.

Como a declinação é não nula, essa região não é um meridiano geográfico, e dessa forma passa por todas as longitudes.

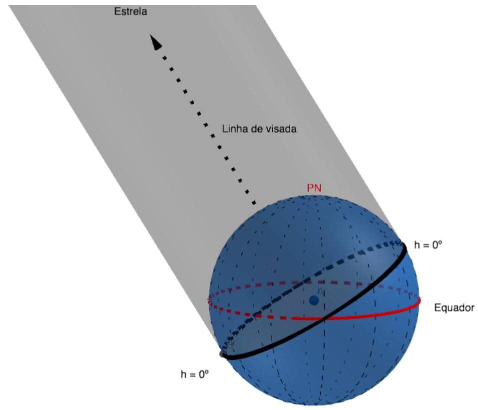


Figura 4: Veja que o lugar geométrico dos locais onde a estrela está sobre o horizonte formam um base de um cilindro de comprimento infinito que aponta para a estrela.

II - **Verdadeira** De fato, a região de visibilidade de um satélite é determinada por uma superfície de calota esférica, cuja bordas são os lugares para os quais o satélite está no horizonte (linha de visada tangente à Terra). Desse modo, fica claro que quando mais perto da superfície, menor a região em questão.

III - **Falsa** Poderíamos fazer um esquema aproximadamente em escala para ver que uma estrela de altura h ocultada pela lua num certo local não vai ser ocultada por locais fora do cilindro que envolve a lua e tem direção para o centro da terra. Entretanto, uma simples mudança no referencial nos mostra que a alternativa é falsa: Se estivéssemos sobre a estrela ocultada, como a distância é muito longe, veríamos a Lua sobrepondo a Terra numa projeção ortogonal. Ou seja, como o tamanho angular da Lua é menor que o da Terra, muitos locais da Terra poderiam ser vistos da estrela, o que implicaria que em tais locais a Lua não estaria ocultada (princípio da reversibilidade da luz).

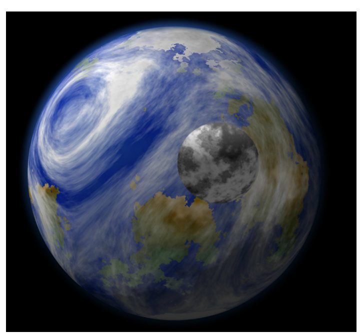


Figura 5: Visão do sistema Terra-Lua "a partir da estrela". Perceba que os locais nos quais a Lua sobrepõe a Terra correspondem aos locais nos quais a Lua é ocultada

IV - **Verdadeira** Basta generalizar o que foi feito em II:
Ao invés de termos um cone cujas geratrizes são tangentes à terra, teremos apenas um cone cujas geratrizes fazem um ângulo h com a superfície terrestre:

Alternativa: (a)

17. **(1 ponto)** CJ estava em uma viagem de carro por Los Santos ($\phi = +30^\circ$) quando, de repente, avistou uma linda montanha. No momento que ele encontrou a montanha, a estrela Xalfu de declinação $\delta_E = -30^\circ$, que estava em culminação, tangenciava a sua ponta. Passado um tempo, CJ se aproximou de $d = 1\ km$ da montanha e percebeu que, dessa vez, a estrela Plotável de declinação $\delta_P = 0^\circ$, que também estava culminando, tangenciava a ponta da montanha. Com base nisso, calcule a altura da montanha que CJ avistou.

(a) 1.100 m

(b) 2.200 m

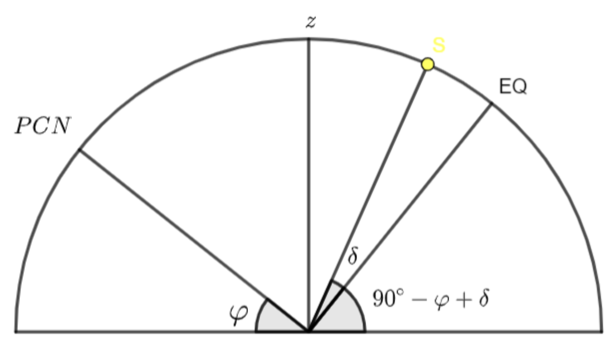
(c) 3.300 m

(d) 4.400 m

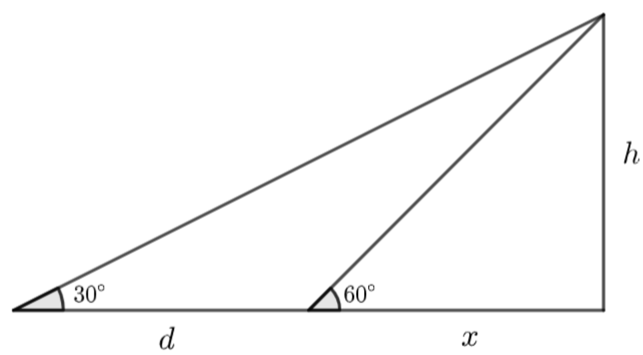
(e) 5.500 m

Solução:

Para calcular a altura da montanha, devemos utilizar de artifícios trigonométricos. Para isso, podemos montar a seguinte figura que irá nos auxiliar a calcular a altura das duas estrelas durante suas culminações:



Pelo diagrama, $h = 90^\circ - \varphi + \delta$. Logo, substituindo os valores, obtemos: $h_1 = 30^\circ$ e $h_2 = 60^\circ$. Já para calcular a altura da montanha, podemos utilizar o diagrama:



Perceba então que:

$$x \tan 60^\circ = (d + x) \tan 30^\circ$$

$$x = \frac{d \tan 30^\circ}{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}$$

E, por fim:

$$h = x \tan 60^\circ = \frac{d \tan 30^\circ \tan 60^\circ}{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}$$

Substituindo os valores:

$$\boxed{h = 1100\ m}$$

Alternativa: (a)

18. **(1 ponto)** Num dia aleatório do ano, Bagriel mede a sombra de uma estaca de madeira de um metro perpendicular ao plano do horizonte ao meio dia solar verdadeiro e obtém um valor $l_1 = 0,6$ m. Após 6 meses, Bagriel volta e faz a medição novamente no mesmo horário, conseguindo agora $l_2 = 4,2$ m. Considerando que nos dois momentos medidos o azimute do Sol era o mesmo, quais são, respectivamente, os módulos da latitude do local de Bagriel e da declinação do Sol na primeira medição?

(a) $12,6^\circ$ e $11,9^\circ$

(b) $35,7^\circ$ e $15,7^\circ$

(c) $41,9^\circ$ e $4,6^\circ$

(d) $53,8^\circ$ e $22,8^\circ$

(e) $63,4^\circ$ e $13,2^\circ$

Solução:

Comecemos calculando a altura do sol em cada uma das situações.

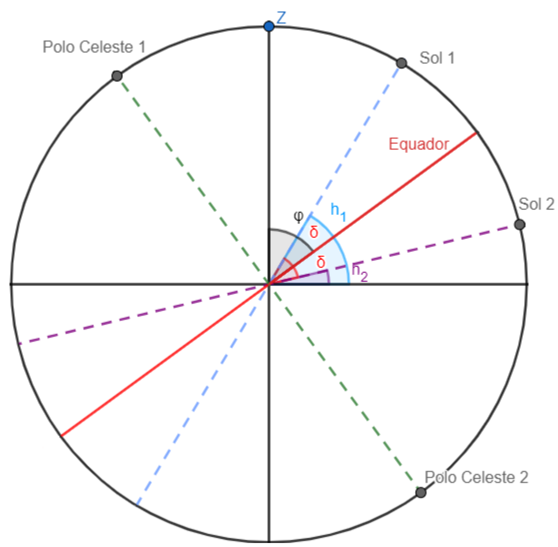
Na primeira medição, a altura será dada por:

$$\tan(h_1) = \frac{1}{l_1} \Rightarrow h_1 = \arctan\left(\frac{1}{l_1}\right) = 59^\circ$$

Enquanto que na segunda:

$$\tan(h_2) = \frac{1}{l_2} \Rightarrow h_2 = \arctan\left(\frac{1}{l_2}\right) = 13,4^\circ$$

Sabendo que após seis meses o módulo da declinação do Sol continua a mesma (mudando apenas o sinal) e, ainda, que nas duas ocasiões o Sol estará com a mesmo azimute (ambas ao Norte ou ambas ao Sul), podemos esquematizar a situação:



Da imagem, podemos ver que

$$h_2 + 2|\delta| = h_1$$

$$|\varphi| + |\delta| + h_2 = 90^\circ$$

Assim,

$$|\delta| = \frac{h_1 - h_2}{2} = 22,82^\circ$$

$$\boxed{|\varphi| = 90^\circ - |\delta| - h_2 = 53,78^\circ}$$

Alternativa: (d)

19. **(1 ponto)** Em seu novo álbum, Taylor Swift afirma que olha "diretamente para o Sol, mas nunca para o espelho". Calcule a energia incidente nos olhos da cantora ao observar o Sol durante toda a música em questão, que dura 3m24s.

Dados: A temperatura do Sol é $T = 5670\ K$, seu raio $R = 6,96 \cdot 10^8\ m$, $1\ UA = 1,5 \cdot 10^{11}\ m$ e a pupila possui 6 mm de diâmetro.

(a) 7,3 J

(b) 12,6 J

(c) 14,5 J

(d) 21,4 J

(e) 22,7 J

Solução:

Inicialmente, calcularemos o fluxo do sol (provavelmente você até já tem decorado).

$$F = \frac{R^2\sigma T^4}{d^2} \Rightarrow F = 1262\ W/m^2$$

Para encontrar a energia incidente nos olhos da Taylor, basta multiplicar pela área deles e pela duração da música.

$$E = F \cdot 2(\pi(3\ mm)^2) \cdot \Delta t$$

$$\boxed{E \approx 14,5\ J}$$

Obs.: Essa questão também foi anulada nos forms, pois o raio do Sol estava errado e nenhuma alternativa levava em conta que os dois olhos captam luz. Mais uma vez, desculpa.
Alternativa: (c)

20. **(1 ponto)** Stefânia adora doces. Sua paixão é tão grande que resolveu construir uma estátua de uma casquinha do CMDonado em sua casa. Para aumentar o realismo, Stefânia a construiu de forma que, ao entrar em contato diretamente com um raio do Sol, ela derrete completamente. A casa de Stefânia fica no país das maravilhas, onde Polaris ($\delta \approx 90°$) fica com distancia zênital de $76,58°$. A estátua está localizada a $3\ m$ da janela mais próxima. Essa janela está voltada para o sul e sua base está a $1,5\ m$ do chão. Considerando a obliquidade da eclíptica igual a $23°27'$, qual deve ser a altura máxima da janela de forma que a estátua não derreta?

(a) $2,5\ m$

(b) $4\ m$

(c) $5\ m$

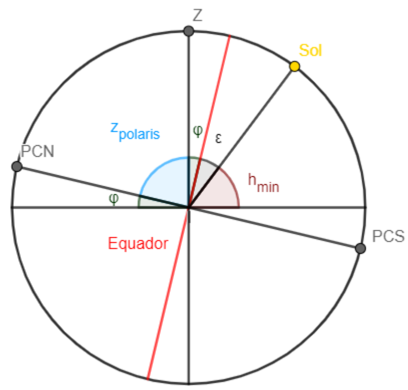
(d) $1,5\ m$

(e) $3\ m$

Solução:

Pela enunciado e pela imagem, podemos deduzir que a latitude de onde Stefânia se encontra será:

$$\phi = 90° - 76,58° = +13,42°$$

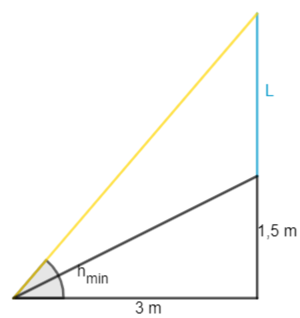


Sabemos que a altura mínima do Sol no ponto cardeal Sul, se dará no Solstício de Inverno, onde a altura do Sol será:

$$h_{min} = 90^\circ - \phi - \varepsilon$$

$$h_{min} = 90^\circ - 13,42^\circ - 23^\circ 27'$$

$$h_{min} = 53,13^\circ$$



Para o caso de máximo, o raio de Sol segue o caminho em amarelo da imagem Temos então que

$$\tan(h_{min}) = \frac{L + 1,5}{3} \Rightarrow \boxed{L = 3\tan(h_{min}) - 1,5 = 2,49 \text{ m}}$$

Alternativa: (a)