SIMULADO OBA

NÍVEL 4

Instruções Gerais

1. A duração da prova é de **três** (3 horas).
2. A prova é composta por 10 questões (totalizando 10 pontos)
3. Autores:
   - Q1: CJ
   - Q2: Hemétrio
   - Q3: Hemétrio
   - Q4: CJ
   - Q5: Plo 2
   - Q6: CJ
   - Q7: Plo 1
   - Q8: Plo 2
   - Q9: Plo 1
   - Q10: Plo 1
4. A prova é individual e sem consultas.
5. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas/com acesso a internet.
6. As resoluções das questões, numeradas de 1 a 10, podem ser feitas a lápis (bem escuro) ou caneta e devem ser apresentadas de forma clara, concisa e completa. Como esta prova é um simulado, procure fazer uma solução parecida com aquela que você faria na prova verdadeira.
7. Você pode utilizar folhas de rascunho para auxiliar no processo de resolução da prova, mas elas não devem ser entregues e nem serão corrigidas.

1. **(1 ponto)** Geometrizo, chefia do NOIC, foi sequestrado após se recusar a liberar as notas das seletivas onlines, já que, todos sabemos que ele controla essa decisão. Porém, seus sequestradores sentiram pena e decidiram que o soltariam se ele adivinhasse aproximadamente em que latitude está apenas vendo o céu. Geometrizo não sabia responder, já que não decorou estrelinha, portanto, ajude-o a identificar sua localização com base na foto abaixo.

(a) $90°$ N

(b) $20°$ N

(c) $0°$

(d) $20°$ S

(e) $90°$ S

Solução:

Ao analisar a imagem podemos prolongar o eixo do cruzeio do sul para determinar o hemisfério que Geometrizo está, eliminando as alternativas (c), (d) e (e), já que ele se encontra no hemisfério norte. Novamente utilizando este método podemos estimar que Geometrizo está próximo do equador, e não no polo como a alternativa (a) sugere. Portanto, a única alternativa correta é $\boxed{(b)}$.

2. **(1 ponto)** O sistema de magnitudes é utilizado na fotometria e astronomia para medir o brilho de objetos celestes. A escala é logarítmica e baseada na percepção humana da diferença de brilho entre objetos. O sistema de magnitudes é importante para comparar a luminosidade de objetos celestes em diferentes distâncias e comprimentos de onda, ajudando a entender a natureza do Universo. Quanto mais brilhante um objeto, dizemos que ele tem menor magnitude e, quanto menos brilhante, maior magnitude. Definimos a magnitude de um corpo pela formula:

$$m = -2,5\log(F) + C$$

Em que F é o fluxo luminoso do corpo e C é uma constante. O fluxo luminoso F, por sua vez, indica a quantidade de energia incidente por segundo e por área em certa região, que é proporcional à luminosidade de um corpo divido pela sua distância ao quadrado, como pode ser visto:

$$F = \frac{L}{4\pi r^2}$$

Com base nisso, sejam duas estrelas A e B de magnitude aparente em relação à Terra de $m_A = 1$ e $m_B = 3,5$, calcule:

(a) A razão entre os fluxos $\frac{F_A}{F_B}$.

(b) Sabendo que a estrela B é 10 vezes mais luminosa que a estrela A, calcule a razão entre as distâncias $\frac{d_A}{d_B}$ das duas estrelas em relação à Terra.

Solução:

(a) Para esse item, basta utilizar a fórmula dada e substituir os valores do enunciado:

$$m_B - m_A = -2,5\log(F_B) + C - (-2,5\log(F_A) + C)$$

$$m_B - m_A = -2,5\left(\log(F_B) - \log(F_A)\right) = 2,5\log\left(\frac{F_A}{F_B}\right)$$

$$\log\left(\frac{F_A}{F_B}\right) = \frac{m_B - m_A}{2,5}$$

$$\frac{F_A}{F_B} = 10^{\frac{m_B - m_A}{2,5}}$$

$$\boxed{\frac{F_A}{F_B} = 10}$$

(b) Nesse caso, utilizando a fórmula para o Fluxo em função da luminosidade e distância:

$$F_A = \frac{L_A}{4\pi d_A^2} \;\; e \;\; F_B = \frac{L_B}{4\pi d_B^2}$$

logo:

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{L_A d_B^2}{L_B d_A^2}$$

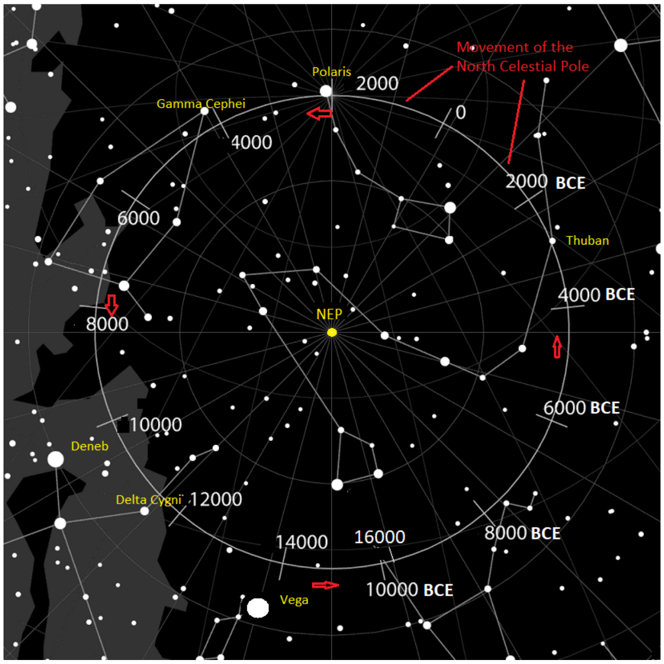
$$\frac{d_A}{d_B} = \sqrt{\frac{L_A F_B}{L_B F_A}}$$

então:

$$\boxed{\frac{d_A}{d_B} = \frac{1}{10}}$$

3. **(1 ponto)** A precessão dos equinócios é um fenômeno fascinante que tem intrigado os seres humanos desde a antiguidade. Basicamente, esse fenômeno consiste em um movimento cíclico da orientação do eixo de rotação da Terra em relação às estrelas circumpolares, o que causa uma mudança gradual na posição das estrelas no céu noturno ao longo de milênios. Desde tempos remotos, diversas culturas observaram e estudaram a precessão dos equinócios, desenvolvendo mitos e histórias para explicá-la. Na Índia, por exemplo, essa precessão foi descrita nos Vedas, textos sagrados que datam de mais de 3000 anos atrás. Já na Grécia antiga, acreditava-se que a precessão estava relacionada com o movimento da esfera celeste. Ao longo dos séculos, a precessão continuou a intrigar e fascinar os cientistas e estudiosos, e hoje é amplamente compreendida em várias áreas da astronomia. Uma das evidências clássicas da precessão é a mudança da estrela polar ao longo dos anos. A imagem abaixo apresenta um mapeamento das estrelas polares à cada

ciclo de precessão:



Com base na imagem e nas informações do enunciado, responda:

(a) Encontre o período de precessão terrestre (mostre seus cálculos ou justifique o método utilizado).

(b) Estime o tempo que levará para que Thuban se torne a próxima estrela polar.

Solução:

(a) Pela imagem, vemos que o espaçamento entre duas marcas é de 2 mil anos e, como há 13 marcas no total, o período de precessão é dado por:

$$T = 13 \times 2.000 \text{ anos}$$

$$\boxed{T = 26.000 \text{ anos}}$$

(b) Por análise direta da imagem, podemos ver que levará aproximadamente $\boxed{21.000 \text{ anos}}$ para Thuban se tornar a próxima estrela polar.

4. **(1 ponto)** Nicolas, um aluno muito interessado nos estudos da astronomia, comprou um telescópio de abertura 115 mm e deseja saber se será capaz de observar detalhes como a Grande Mancha Vermelha ou a Divisão de Cassini. Para isso, ele deve utilizar a fórmula do Limite de Rayleigh:

$$\theta = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

Em que θ é o limite da resolução angular do telescópio em radianos, λ é o comprimento de onda observado (nesse caso $\approx 550nm$) e D o diâmetro do telescópio utilizado. Portanto, determine o Limite de Rayleigh para o telescópio novo de Nicolas. Após terminar seus cálculos, sabendo que a Grande mancha vermelha possui ≈ 4" de diâmetro angular, determine se ele conseguirá observá-la.

Solução:

Podemos começar substituindo os dados na equação e resolvendo-a:

$$\theta = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

$$\theta = 1,22 \cdot \frac{550 \cdot 10^{-9}}{0.115}$$

$$\theta \approx 5.8 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

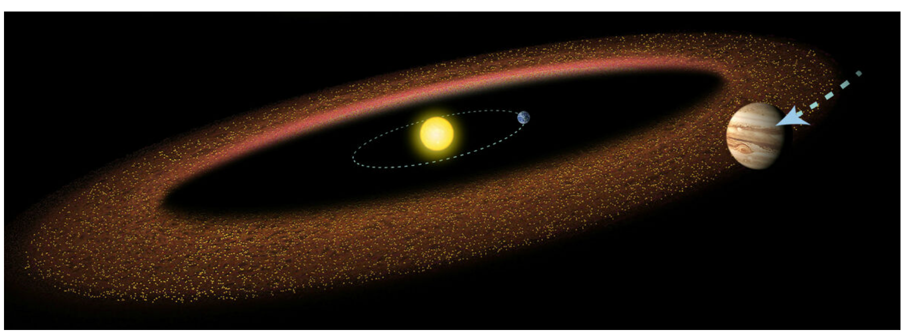
Sabemos então que o limite de resolução deste telescópio é aproximadamente $5.8 \cdot 10^{-6}$ radianos, então agora basta transformar esse valor em segundos de arco para determinar se será ou não possível observar a grande mancha vermelha!

$$1 \text{ rad} = 206265''$$

$$\boxed{\therefore \theta \approx 1.2''}$$

Como a GMV mede 4"e o telescópio consegue resolver detalhes de ate 1.2"será possível observá-la.

5. **(1 ponto)** O cinturão de asteroides é uma região do Sistema Solar localizada entre as órbitas de Marte e Júpiter, que contém uma grande quantidade de asteroides variando em tamanho, desde pequenas pedras até objetos com mais de 1.000 km de diâmetro. Embora seja frequentemente retratado como uma região lotada de rochas espaciais, a verdade é que as distâncias entre os asteroides são muito grandes, o que reduz as chances de colisões. A distância máxima do cinturão de asteroides em relação ao Sol é de cerca de 3,12 unidades astronômicas (UA), enquanto a distância mínima é de cerca de 2,00 UA. Essas distâncias indicam a largura da região do cinturão de asteroides. Sabendo disso e, com base nas informações do enunciado, calcule o período médio dos asteroides no cinturão de asteroides em anos terrestres.



Solução:

Usando o período em anos e o semieixo maior em UA, a terceira Lei de Kepler fica

$$P^2 = a^3$$

para objetos que orbitam o Sol. Desta forma,

$$P = \sqrt{2,56^3}$$

$$P = (\sqrt{2,56})^3$$

$$P = 1,6 \cdot 2,56$$

$$\boxed{P = 4,1 \text{ anos}}$$

6. **(1 ponto)** Durante uma aula de astrologia Jango se lembrou de um detalhe importante, ele havia esquecido a chave de seu quarto de Vinhedo na Lua em uma de suas visitas e se não devolvesse teria sua P2 zerada. O problema é que sua máquina de teletransporte só conseguirá o levar para a Lua se estiver ocorrendo um eclipse! Jango então, com seu pensamento rápido selecionou em sua máquina de viagem no tempo uma noite onde estava ocorrendo esse evento para ir buscar suas chaves. Determine se Janio acertou ou não na seleção de noites.

(a) Nenhuma delas é de um eclipse. Jango errou errou tudo!

(b) A Lua da direita está passando por um eclipse Jango acertou metade!

(c) A Lua da esquerda está passando por um eclipse. Jango acertou metade!

(d) As duas estão passando por eclipses. Jango acertou tudo!

Solução:

Podemos determinar se uma imagem da lua foi tirada durante um eclipse ou não analisando as sombras presentes nas crateras no momento da foto. Isso é possível uma vez que um eclipse lunar ocorre durante uma lua cheia, ou seja, as crateras basicamente não projetam sombras já que o Sol está incidindo quase perpendicularmente. Já fora de um eclipse as sombras serão claramente visíveis, já que o Sol não incide perpendicularmente. Portanto, apenas a foto da direita representa um eclipse, $\boxed{(b)}$.

7. **(1 ponto)** Durante suas viagens pelo mundo, Geométrico acaba se perdendo e não faz ideia de onde se encontra. Felizmente, ele encontra um relógio de sol polar abandonado, e, a partir

dele, deseja saber em qual hemisfério (norte/sul) se localiza. Ajude Geométrico a encontrar essa informação. Respostas sem raciocínio não serão consideradas.

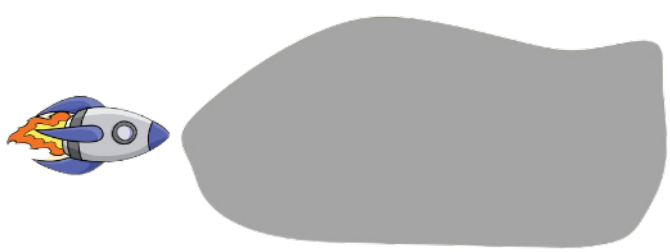
tinyurl.com/yc5hruzf

Solução:

Como o Sol está a leste em torno das 6h, concluímos que esta marcação está mais próxima da direção oeste. Assim, o relógio está apontado para o norte, ou seja, Geométrico se encontra no **hemisfério norte**.

AQUI COMEÇAM AS QUESTÕES DE ASTRONÁUTICA

8. **(1 ponto)** Cassiol estava pilotando seu foguete de massa M pelo espaço a uma aceleração constante a quando, de repente, entrou em uma região densa de poeira interestelar. Como resultado, a poeira começou a exercer uma força de arrasto significativa F_r com direção e sentido contrário ao vetor velocidade do foguete. Visando mantar sua aceleração constante e inalterada e, preocupado em economizar combustível e prolongar a vida útil do foguete, Cassiol decidiu ejetar uma quantidade específica de massa do foguete para ajustar a relação entre a força propulsora e a força de arrasto da poeira. Supondo que a força propulsora do foguete seja constante, qual é a quantidade de massa ΔM que Cassiol precisou ejetar?



Solução:

Seja M a massa inicial do foguete. Pela segunda Lei de Newton:

$$F_{propulsor} = Ma$$

Após entrar na região e ejetar uma massa ΔM, a força resultante no foguete será

$$F_{propulsor} - F_r = (M - \Delta M)a$$

$$Ma - F_r = Ma - \Delta Ma$$

$$\boxed{\Delta M = \frac{F_r}{a}}$$

9. **(1 ponto)** Plo, em sua viagem interestelar, se depara com uma estrela de massa M a uma distância r de sua espaçonave. Ao tentar escapar da gravidade dessa estrela virando para a direita por um ângulo $\theta = 180°$, se depara com outra estrela de massa $9M$ a uma distância $3r$ dele. Encontre uma expressão para a força gravitacional resultante sobre a espaçonave nesse instante, sabendo que sua massa total é m.

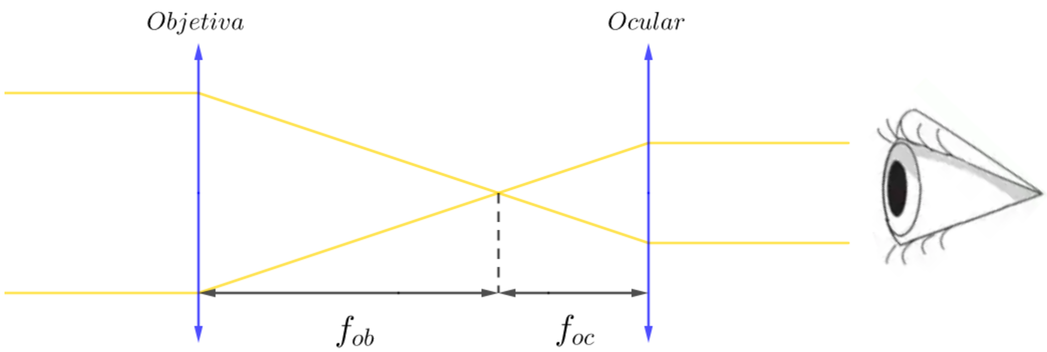
Solução:

Como as estrelas estão em posições opostas, utilizando a equação da força gravitacional:

$$F = \frac{GMm}{r^2} - \frac{G(9M)m}{(3r)^2} = \frac{GMm}{r^2} - \frac{GMm}{r^2} = \boxed{0}$$

10. **(1 ponto)** Os telescópios refratores são usados na aeronáutica para observações de estrelas a bordo de aeronaves. Eles são particularmente úteis para estudar o comportamento das estrelas durante o voo e para ajudar na navegação noturna. A capacidade de observar o céu noturno em pleno voo é uma ferramenta importante para pesquisas em astronomia e navegação aérea.

Em um telescópio refrator, utilizamos duas lentes convergentes, objetiva e ocular, para captar a luz das estrelas observadas. Como elas estão a uma distância muito grande de nós, seus raios chegam paralelos entre si e são convergidos pela objetiva a uma distância f_{ob} dela, em seu ponto focal. Quando o telescópio está devidamente focalizado, esse ponto está a uma distância f_{oc} da ocular, de forma que os raios saem paralelos do telescópio. Encontre a magnificação do telescópio representado abaixo, definida como a razão (> 1) entre o tamanho original da estrela e aquele observado.
Dica: Utilize a semelhança de triângulos.



Geometria do telescópio refrator

Solução:

Por semelhança de triângulos, sendo l_e e l_o o tamanho original e o observado da estrela, respectivamente:

$$\frac{l_e}{f_{ob}} = \frac{l_o}{f_{oc}} \Rightarrow M = \frac{l_e}{l_o} = \boxed{\frac{f_{ob}}{f_{oc}}}$$