30ª Olimpíada Internacional de Física

Pádua, Itália

Prova teórica

Quinta-Feira, 22 de Julho de 1999

Leia isto primeiro:

1. O tempo disponível é de 5 horas para 3 problemas.
2. Usar apenas a caneta fornecida.
3. Usar apenas a **página da frente** das folhas fornecidas.
4. Além dos enunciados dos problemas, que contêm os dados específicos relativos a cada problema, é fornecida uma folha com várias constantes físicas, algumas das quais necessárias para as resoluções.
5. Cada problema deve ser respondido em folhas separadas.
6. Além das folhas em branco onde poderá escrever livremente, há um conjunto *de Folhas de Respostas* onde **deverá** resumir os resultados obtidos. Os resultados numéricos devem ser dados com o número correcto de algarismos significativos; não esquecer as unidades.
7. Escrever nas folhas "em branco" tudo o que considerar importante para a resolução do problema e que ache que deva ser considerado para correcção. No entanto, deverá usar principalmente equações, números, símbolos, figuras, e o *mínimo de texto possível*.
8. É **obrigatório** escrever no cima de *cada* folha que usar: o nome ("**NAME**"), o país ("**TEAM**"), o código de estudante (tal como indicado no seu cartão de identificação olímpico, "**CODE**"); e ainda nas folhas "em branco": o número do problema ("**Problem**"), a numeração sequencial de cada folha (de 1 a N, "**Page n.**") e o número total (N) de folhas "em branco" que usou ("**Page total**"). Também é útil indicar a alínea da questão a que está a responder no início de cada resposta. Se usar folhas de rascunho que não queira que sejam vistas pelo corrector, ponha uma grande cruz sobre toda a folha e não a numere.
9. Quando acabar a prova, entregue todas as folhas <u>por ordem</u> para cada problema: primeiro folhas de resposta, depois folhas utilizadas por ordem, folhas não utilizadas e por fim o enunciado do problema, e ponha dentro do envelope original; deixe tudo sobre a mesa. Não lhe é permitido levar **quaisquer** folhas para fora da sala.

Esta prova tem 13 páginas (incluindo esta, as folhas de resposta e a página com as constantes físicas).

Este problema foi preparado pelo Comité Científico da 30ª IPhO, que inclui professores das Universidades de Bolonha, Nápoles, Turim e Trieste.

Problema 1

Absorção de radiação por um gás

Um recipiente cilíndrico, com o eixo vertical, contém um gás molecular em equilíbrio termodinâmico. A parte de cima do cilindro (pistão), que pode mover-se livremente, é de vidro. Admite-se que o gás não escapa do recipiente e que o atrito entre o pistão e a parede interna do cilindro é desprezável. Inicialmente a temperatura do gás é a temperatura ambiente; a pressão na sala onde está o cilindro tem o valor standard dado na tabela. O gás pode considerar-se perfeito. Considera-se ainda que as paredes do cilindro, o pistão e a base são praticamente isoladoras térmicas e de capacidade térmica desprezável, pelo que não há transferência de calor do gás para o exterior através destas paredes.

Faz-se incidir no gás através do pistão de vidro a luz proveniente de um laser de potência constante. Esta radiação, que é totalmente transmitida através do ar e do vidro, é completamente absorvida pelo gás dentro do recipiente. Por absorção da radiação neste processo, as moléculas ficam em estados excitados e desexcitam rapidamente, voltando ao estado fundamental. A energia proveniente do laser é rapidamente absorvida pelo gás.

No processo de irradiação com luz laser observa-se que o pistão de vidro sobe. Após um certo tempo de irradiação desliga-se o laser e mede-se o deslocamento do pistão.

1. Usando os dados no fim do enunciado e, se necessário, aqueles que se encontram na folha de constantes físicas, calcular a temperatura e a pressão do gás após a irradiação. *[1 ponto]*
2. Calcular o trabalho efectuado pelo gás em consequência da absorção da energia da radiação. *[1 ponto]*
3. Calcular a energia radiante absorvida durante o processo de irradiação. *[2 pontos]*
4. Calcular a potência do laser que é absorvida pelo gás e o corresponde número de fotões absorvidos (que é o número de processos elementares) por unidade de tempo. *[1,5 ponto]*
5. Calcular a eficiência do processo de conversão de energia do laser em energia potencial mecânica do pistão. *[1 ponto]*

De seguida, o eixo do cilindro é rodado lentamente de 90º de forma a colocar o cilindro na horizontal. Neste processo as trocas de calor entre o gás e o recipiente podem ser desprezadas.

6. Indicar se a pressão e/ou a temperatura mudam em consequência desta rotação e – se for esse o caso – indicar os novos valores de pressão e temperatura. *[2,5 pontos]*

Dados

Pressão ambiente: p_0 = 101,3 kPa
Temperatura ambiente: T_0 = 20,0°C
Diâmetro interno do cilindro: $2r$ = 100 mm
Massa do pistão de vidro: m = 800 g
Quantidade de gás no cilindro: n = 0,100 mol
Capacidade térmica molar a volume constante do gás: c_V = 20,8 J/(mol·K)
Comprimento de onda do laser: λ = 514 nm
Tempo de irradiação: Δt = 10,0 s
Deslocamento do pistão no fim da irradiação: Δs = 30,0 mm

NAME___________________________

TEAM___________________________

CODE___________________________

Problem	1
Page n.	A
Page total	

Folha de respostas

Neste problema deverá apresentar as respostas quer sob a forma de expressões analíticas quer apresentando resultados numéricos e respectivas unidades: escrever em primeiro lugar as expressões e depois os valores numéricos (por exemplo $A=bc=1{,}23\ \mathrm{m}^2$).

1. Temperatura do gás depois da irradiação…………………………………………………...

Pressão do gás depois da irradiação……………………………………………………………….

2. Trabalho realizado …………………………………………………………………...

3. Energia absorvida pelo gás…………………………………………………………

4. Potência absorvida pelo gás ………………………………………………

Taxa de absorção de fotões (número de fotões por unidade de tempo) …………………...

5. Eficiência na conversão da energia do laser em energia potencial mecânica para subir o pistão de vidro …………………………………………………………………….

6. Devido à rotação há modificação na pressão do gás? SIM ☐ NÃO ☐

Se sim, qual é o novo valor? ……………………………………………………………

Devido à rotação há modificação na temperatura do gás? SIM ☐ NÃO ☐

Se sim, qual é o novo valor? ……………………………………………………………

Constantes físicas e outros dados

Além dos dados numéricos fornecidos no texto de cada um dos problemas o conhecimento de alguns dados gerais e constantes físicas é útil e poderá encontá-los na lista seguinte. Quase todos os dados são os mais precisos disponíveis actualmente e são fornecidos com um grande número de dígitos. Porém, espera-se que utilize estes valores numéricos com o número de algarismos significativos apropriados para cada problema.

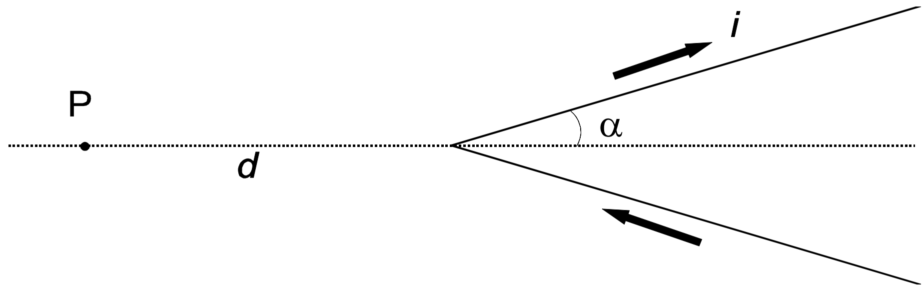
Velocidade da luz no vazio: $c = 299792458\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
Permeabilidade magnética do vazio: $\mu_0 = 4\pi{\cdot}10^{-7}\ \mathrm{H{\cdot}m^{-1}}$
Permitividade do vazio: $\varepsilon_0 = 8{,}8541878\ \mathrm{pF{\cdot}m^{-1}}$
Constante de gravitação: $G = 6{,}67259{\cdot}10^{-11}\ \mathrm{m^3/(kg{\cdot}s^2)}$
Constante dos gases perfeitos: $R = 8{,}314510\ \mathrm{J/(mol{\cdot}K)}$
Constante de Boltzmann: $k = 1{,}380658{\cdot}10^{-23}\ \mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$
Constante de Stefan: $\sigma = 56{,}703\ \mathrm{nW/(m^2{\cdot}K^4)}$
Carga do protão: $e = 1{,}60217733{\cdot}10^{-19}\ \mathrm{C}$
Massa do electrão: $m_e = 9{,}1093897{\cdot}10^{-31}\ \mathrm{kg}$
Constante de Planck: $h = 6{,}6260755{\cdot}10^{-34}\ \mathrm{J{\cdot}s}$
Ponto de fusão da água: $T_K = 273{,}15\ \mathrm{K}$
Massa do Sol: $M_S = 1{,}991{\cdot}10^{30}\ \mathrm{kg}$
Massa da Terra: $M_E = 5{,}979{\cdot}10^{24}\ \mathrm{kg}$
Raio médio da Terra: $r_E = 6{,}373\ \mathrm{Mm}$
Semi-eixo maior da órbita da Terra: $R_E = 1{,}4957{\cdot}10^{11}\ \mathrm{m}$
Dia sideral: $d_S = 86{,}16406\ \mathrm{ks}$
Ano: $y = 31{,}558150\ \mathrm{Ms}$
Valor standard da aceleração da gravidade à superfície da Terra: $g = 9{,}80665\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$
Pressão normal: $p_0 = 101325\ \mathrm{Pa}$
Índice de refracção do ar para luz visível a pressão normal e a 15 °C: $n_{ar} = 1{,}000277$
Constante solar: $S = 1355\ \mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$
Massa de Júpiter: $M = 1{,}901{\cdot}10^{27}\ \mathrm{kg}$
Raio equatorial de Júpiter: $R_B = 69{,}8\ \mathrm{Mm}$
Raio médio da órbita de Júpiter: $R = 7{,}783{\cdot}10^{11}\ \mathrm{m}$
Dia em Júpiter: $d_J = 35{,}6\ \mathrm{ks}$
Ano em Júpiter: $y_J = 374{,}32\ \mathrm{Ms}$
π: 3,14159265

Problema 2

Campo magnético de um fio em forma de "V"

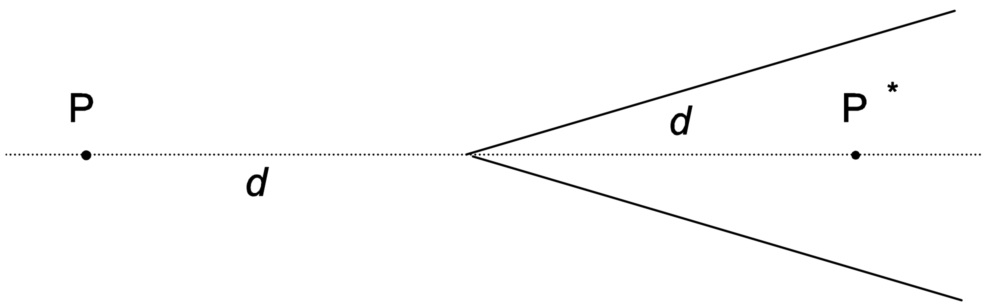
*De entre os primeiros sucessos da teoria de Ampère dos fenómenos magnéticos, conta-se o cálculo do vector campo magnético **B** gerado por um fio em V percorrido por uma corrente eléctrica, o qual contrariava um resultado anterior (que enfermava de um erro de cálculo) obtido por Biot e Savart.*

Este caso particularmente interessante é o de um fio fino e muito longo, dobrado em forma de V, que é percorrido por uma corrente eléctrica i. Define-se o ângulo[1] α que é metade do ângulo formado pelas duas secções rectilíneas do fio que formam o "V" (ver figura). De acordo com os cálculos de Ampère, a grandeza do vector campo magnético $\boldsymbol{B}$ num certo ponto P que se encontra sobre o eixo do "V", fora dele, a uma distância d do vértice do "V", é proporcional a $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. O trabalho de Ampère foi mais tarde incluído na teoria do campo electromagnético de Maxwell, e é, ainda hoje, universalmente aceite.



Usando os conhecimentos actuais de electromagnetismo:

1. Determinar a direcção e sentido do campo magnético $\boldsymbol{B}$ no ponto P. *[1 ponto]*
2. Sabendo que a intensidade do campo magnético é proporcional a $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, determinar a constante de proporcionalidade k na expressão $|\mathbf{B}(\mathrm{P})| = k\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. *[1,5 ponto]*
3. Calcular o campo $\boldsymbol{B}$ num ponto P^*, simétrico de P em relação ao vértice do "V", isto é, no ponto ao longo do eixo que une o ponto P ao vértice, à mesma distância d do vértice, mas situado no interior do "V" (ver figura). *[2 pontos]*



[1] Neste problema o ângulo α é sempre expresso em radianos.

4. Para medir o campo magnético, coloca-se em P uma pequena agulha magnética cujo momento de inércia é I e cujo momento dipolar magnético é μ. O centro da agulha está fixo no ponto P mas pode oscilar num plano que contém a direcção de $\boldsymbol{B}$. Calcular o período de pequenas oscilações desta agulha em função de B. *[2,5 pontos]*

Para o mesmo problema, Biot e Savart apresentaram um outro resultado segundo o qual o campo magnético no ponto P seria, usando notação moderna, $B(\mathrm{P}) = \dfrac{i\,\mu_0\,\alpha}{\pi^2 d}$, onde μ_0 é a permeabilidade magnética do vazio. De facto, Biot e Savart chegaram a sugerir a realização de uma experiência que podia decidir qual dos dois resultados, o seu ou o de Ampère, estaria correcto. A experiência consistia em medir o período de oscilação de uma agulha magnética em função do ângulo α do "V". Para alguns valores de α, porém, as diferenças entre os resultados previstos pelas duas teorias seriam tão pequenas que se tornariam muito difíceis de medir.

5. Se, para distinguir experimentalmente entre os valores do campo magnético previstos pelas duas teorias, precisarmos de uma diferença de, pelo menos, 10% no período de oscilação T no ponto P, ou seja $T_1 > 1{,}10\ T_2$ (onde T_1 é o período previsto por Ampère e T_2 o previsto por Biot-Savart), determinar, aproximadamente, o intervalo de valores de α onde é possível fazer medidas que permitam discriminar as duas teorias. *[3 pontos]*

SUGESTÃO:

Dependendo do caminho que seguir, a seguinte relação trigonométrica poderá ser útil:

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

NAME______________________________

TEAM______________________________

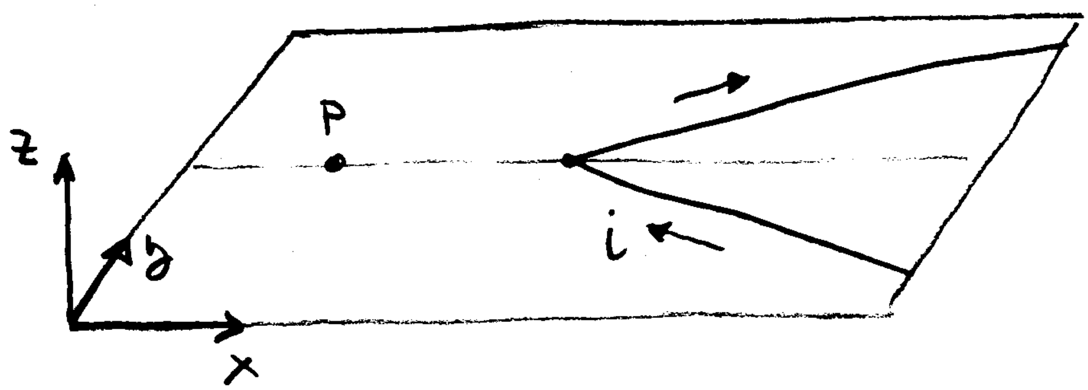
CODE______________________________

Problem	2
Page n.	A
Page total	

Folha de respostas

Neste problema responda apresentando os resultados sob a forma de expressões analíticas e não como resultados numéricos com unidades, excepto nos casos em que tal seja explicitamente pedido.

1. Desenhe na figura em baixo o campo magnético ***B*** (indique direcção e sentido, a grandeza do vector não é importante). O desenho apresenta uma vista em perspectiva.



2. Factor de proporcionalidade *k* ……………………….

3. Intensidade do campo magnetico no ponto P^* descrito no texto.……………………..………………

Desenhe na figura em cima o campo magnético ***B*** neste ponto P^*.

4. Período de pequenas oscilações da agulha magnética ……………………………

5. Indique o intervalo de valores de α (aqui indique também os valores numéricos dos limites do intervalo) onde a razão entre os períodos de oscilação previstos por Ampère e por Biot e Savart, é maior do que 1,10:

……………………. ……………………….

Problema 3

Sonda espacial a Júpiter

Considera-se um método utilizado frequentemente para acelerar sondas espaciais na direcção desejada. Passando perto de um planeta a sonda pode modificar consideravelmente não só a direcção da sua trajectória mas também o valor da sua velocidade, retirando uma pequena energia à energia do movimento orbital do planeta. Vamos analisar aqui a situação de uma sonda que passa perto de Júpiter.

O planeta Júpiter orbita em torno do Sol numa trajectória elíptica, que pode ser aproximada por uma circunferência de raio médio R. Para se fazer a análise da situação física, devemos em primeiro lugar:

1. Determinar a velocidade V do planeta na sua órbita em torno do Sol. *[1,5 ponto]*
2. Quando a sonda se encontra entre o Sol e Júpiter (no segmento Sol–Júpiter), determinar a distância a Júpiter onde a atracção gravitacional do Sol equilibra a de Júpiter. *[1 ponto]*

Uma sonda espacial com massa m = 825 kg ruma a Júpiter. Admite-se, por uma questão de simplicidade, que a trajectória da sonda está no plano da órbita de Júpiter. Elimina-se deste modo o caso importante em que a sonda é atirada para fora do plano da órbita de Júpiter.

Apenas se considera o que acontece perto de Júpitar, numa zona em que a atracção exercida por este planeta predomina sobre todas as outras forças gravitacionais que se podem desprezar.

No referencial em que o Sol está em repouso a velocidade inicial da sonda é $v_0 = 1{,}00\times10^4$ m/s (segundo o sentido positivo do eixo y) e a velocidade de Júpiter é segundo a direcção negativa do eixo x (ver figura 1). Por "velocidade inicial" entende-se aqui a velocidade da nave quando está no espaço interplanetário, ainda longe mas já na região onde a atracção gravitacional do Sol é pequena comparada com a de Júpiter. Também se considera que a aproximação a Júpiter decorre num intervalo de tempo tão pequeno que a mudança de direcção do planeta na sua trajectória em torno do Sol pode ser ignorada. Considera-se ainda que a sonda passa por detrás de Júpiter, quer dizer, a coordenada x é maior para a sonda do que para Júpiter quando a coordenada y for a mesma.

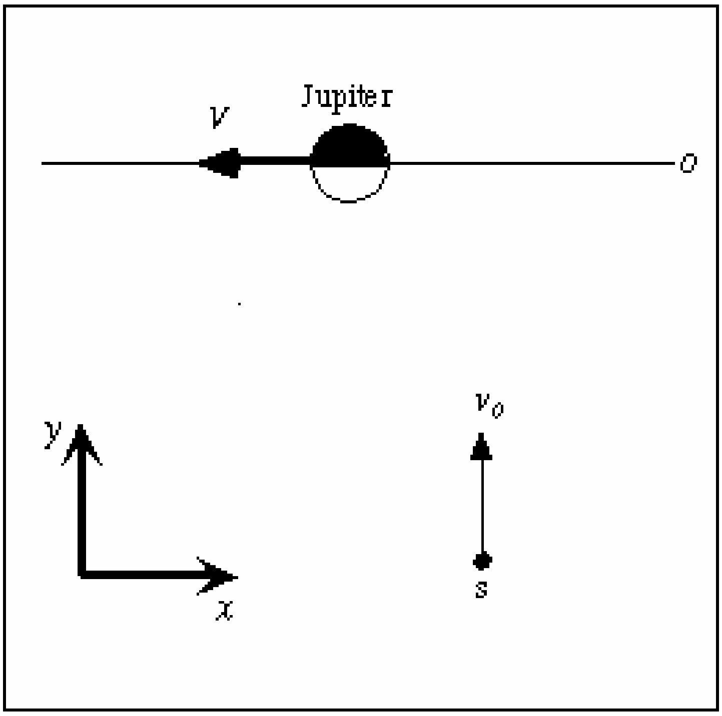


Figura 1: Vista do referencial onde o Sol está em repouso. *O* designa a órbita de Júpiter, s é a sonda.

3. Encontrar a direcção da trajectória da sonda (dando o ângulo φ que essa direcção faz com o eixo *x*) e a sua velocidade *v'* no referencial em que Júpiter está em repouso, na situação em que a sonda ainda se encontra relativamente longe do planeta. *[2 pontos]*
4. Determinar o valor da energia total *E* no referencial de Júpiter, fazendo – como habitualmente – igual a zero a energia potencial a distâncias muito grandes, neste caso quando for aproximadamente constante a velocidade da sonda devido às muito fracas interacções gravitacionais. *[1 ponto]*

A trajectória da sonda espacial no referencial de Júpiter é uma hipérbole e a sua equação em coordenadas polares neste sistema de referência é

$$\frac{1}{r} = \frac{GM}{v'^2 b^2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2Ev'^2 b^2}{G^2 M^2 m}}\cos\theta\right) \qquad (1)$$

onde *b* é a distância de uma das assímptotas a Júpiter (o chamado *parâmetro de impacto*), *E* é a energia mecânica total, *G* é a constante gravitacional, *M* é a massa de Júpiter, *r* e θ são coordenadas (distância a Júpiter e ângulo polar).

A figura 2 mostra os dois ramos de uma hipérbole descrita pela equação (1); também se mostram aí as assímptotas e as coordenadas *r* e θ. Notar que a equação (1) diz respeito a uma origem que é o "foco atractivo" da hipérbole onde está o planeta Júpiter. Essa equação descreve a trajectória da sonda, ou seja o ramo a cheio da hipérbole.

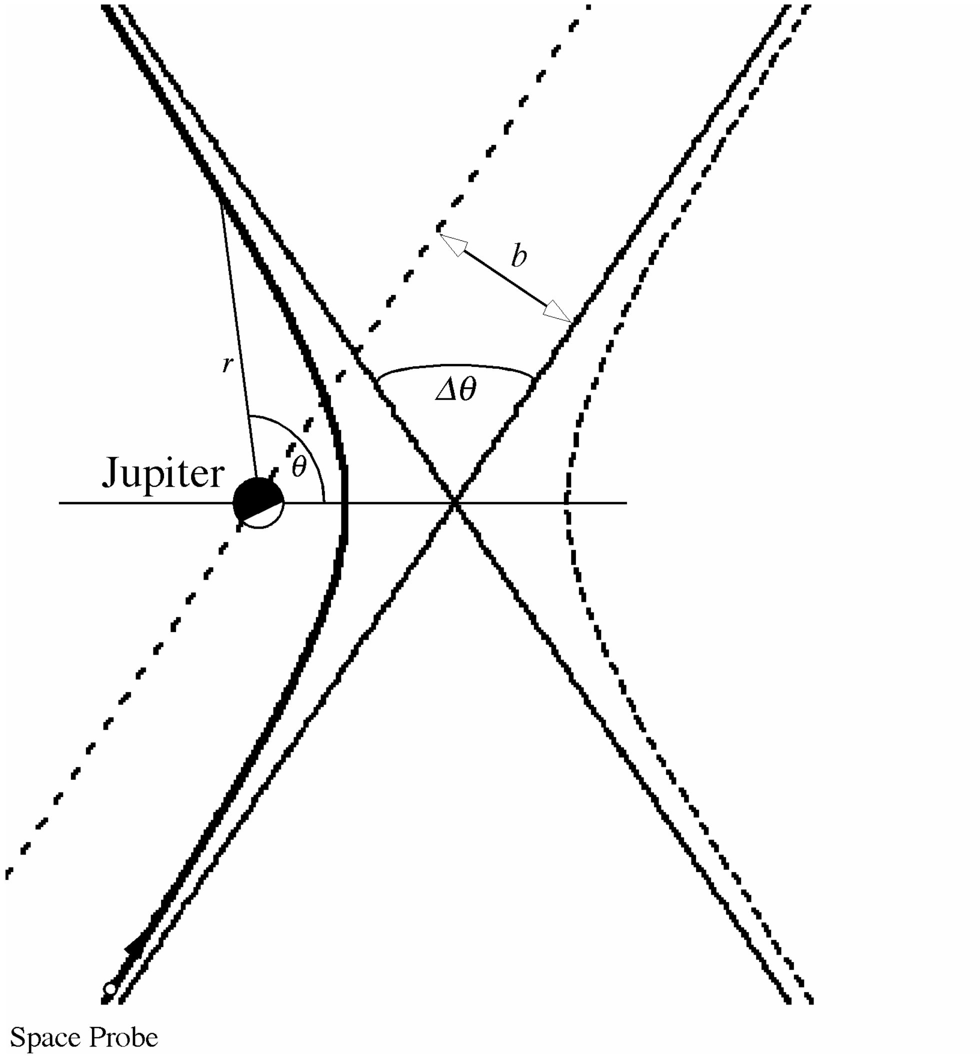


Figura 2

5. Usando a equação (1) que descreve a trajectória da sonda, determinar o desvio angular total $\Delta\theta$ no referencial de Júpiter (como se mostra na figura 2) e exprimi-lo em função da velocidade inicial *v*' e do parâmetro de impacto *b*. *[2 pontos]*
6. Considerar que a sonda não pode passar a uma distância de Júpiter inferior a três vezes o raio deste planeta, a contar do seu centro. Encontrar o parâmetro de impacto mínimo possível e o desvio angular máximo. *[1 ponto]*
7. Encontrar uma expressão para a velocidade final *v*'' da sonda, no referencial do Sol, em função apenas da velocidade de Júpiter *V*, da velocidade inicial da sonda v_0 e do desvio angular $\Delta\theta$. *[1 ponto]*
8. Partindo do resultado anterior obter o valor numérico da velocidade final *v*'' no referencial do Sol, quando o desvio angular for máximo. *[0,5 ponto]*

Sugestão

Dependendo do caminho utilizado nos raciocínios, as seguintes fórmulas trigonométricas poderão ser úteis:

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

NAME________________________________

TEAM________________________________

CODE________________________________

Problem	3
Page n.	A
Page total	

Folha de respostas

Neste problema deve escrever os resultados quer sobre a forma de expressões analíticas (primeiro) quer sob a forma numérica com unidades (exemplo, $A=bc=1{,}23\ \mathrm{m}^2$) a menos que seja pedido explicitamente para proceder de outra forma.

1. Velocidade V de Júpiter na sua órbita ……………………………

2. Distância a Júpiter do ponto onde as duas forças de atracção gravitacional se equilibram …………………………………….

3. Velocidade inicial v' da sonda no referencial de Júpiter ……………………………………... e o ângulo φ que a sua direcção forma com o eixo x, tal como definido na figura 1, …………………..………

4. Energia total E da sonda no referencial de Júpiter ………………………………...

5. Escrever a fórmula que relaciona o desvio angular da sonda $\Delta\theta$ no referencial de Júpiter com o parâmetro de impacto b, a velocidade inicial v' e outras grandezas conhecidas ou calculadas ……………………………………………………………………………………..

6. Se a distância ao centro de Júpiter não puder ser inferior a três raios de Júpiter, escrever o parâmetro de impacto mínimo e o desvio angular máximo: b = ………………………………; $\Delta\theta$ = ……………………………………………………..

7. Expressão para a velocidade final v'' no referencial do Sol em função de V, v_0 e $\Delta\theta$ …..…………………………..………………………………………...………

8. Valor numérico da velocidade final no referencial do Sol quando o desvio angular atinge o seu valor máximo calculado na questão 6. ………….…………………………………………