



## Prova teórica

Segunda-feira, 2 de Julho de 2001

Por favor, ler estas instruções antes de iniciar a prova:

1. O tempo disponível para a prova teórica é de 5 horas.
2. Utilizar apenas o material de escrita que lhe for fornecido.
3. Utilizar apenas um dos lados das folhas de papel.
4. Iniciar cada parte do problema numa folha separada.
5. Para cada questão, além das **folhas de papel em branco** onde pode escrever, existe também uma **folha de respostas** onde *deve* fazer o sumário dos resultados que obteve. Os resultados numéricos devem ser escritos com o número de algarismos significativos apropriado.
6. Escrever nas folhas em branco tudo o que considerar relevante para a resolução da questão. Por favor, utilizar o *mínimo de texto*; deverá procurar exprimir-se sobretudo com equações, números, figuras e gráficos.
7. Preencha as caixas no topo de cada folha de papel que utilizar, registando o número do país (**Country No.**), o código do país (**Country code**), o seu número de estudante (**Student No.**), o número da questão (**Question No.**) e numere cada página (**Page No.**) indicando ainda o número total de folhas usadas para cada questão (**Total No. of pages**). Escrever o número da questão e a secção a que está a responder no início de cada folha de papel. Se usar folhas de rascunho que não deseje que sejam corrigidas, marque-as com uma grande cruz sobre a folha e não as inclua na sua numeração.
8. No final da prova, ordenar as folhas *pela seguinte ordem*:
  - folha de respostas
  - folhas utilizadas, ordenadas
  - as folhas de rascunho inutilizadas
  - as folhas não utilizadas e o enunciado da prova.

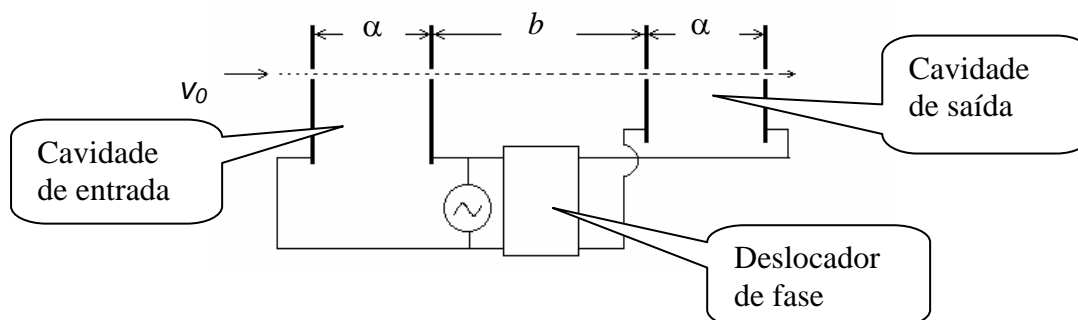
Colocar todas as folhas dentro do envelope e deixe tudo sobre a sua mesa. **Não lhe é permitido retirar da sala quaisquer folhas de papel.**

## Questão 1

1A

### KLYSTRON

Um klystron é um aparelho usado para amplificar sinais de alta frequência. Este dispositivo é formado por duas cavidades separadas por uma distância  $b$ . Cada cavidade é constituída por um par de placas paralelas, como se pode ver na figura.



Um feixe de electrões com velocidade inicial  $v_0$  atravessa todo o aparelho, passando através de pequenos orifícios nas placas. O sinal de alta frequência que se pretende amplificar é aplicado a ambos os pares de placas com uma dada diferença de fase entre as duas cavidades. Produzem-se assim campos eléctricos horizontais nas duas cavidades, oscilando à frequência do sinal. A um período  $T$  corresponde uma diferença de fase de  $2\pi$ . Os electrões que entram na primeira cavidade (cavidade de entrada) são retardados quando o campo eléctrico aponta para a direita e são acelerados quando o campo aponta para a esquerda. Assim, os electrões emergentes desta cavidade formam grupos a uma certa distância. Se a segunda cavidade (cavidade de saída) for colocada no ponto onde os electrões se agrupam, o campo eléctrico nesta cavidade absorverá energia do feixe, desde que a sua fase seja correctamente escolhida. Supor que o sinal a amplificar é uma onda quadrada de período  $T=1,000 \times 10^{-9}$  s e que alterna entre  $+0,5000$  V e  $-0,5000$  V. A velocidade inicial dos electrões é  $v_0=2,000 \times 10^6$  m/s e a razão entre a carga e a massa é  $e/m=1,760 \times 10^{11}$  C/kg. A distância  $\alpha$  é suficientemente pequena para que o tempo de trânsito nas cavidades possa ser desprezado. Calcular, apresentando os resultados com 4 algarismos significativos:

- A distância  $b$  entre a saída da primeira cavidade e o ponto onde os electrões se agrupam. Copiar o resultado para a **folha de respostas**. [1,5 pontos]
- A diferença de fase que o aparelho “deslocador de fase” (phase shifter) deverá introduzir no circuito. Copiar o resultado para a **folha de respostas**. [1,0 pontos]

1B

### DISTÂNCIA INTERMOLECULAR

Sejam  $d_L$  e  $d_V$  as distâncias médias entre as moléculas de água na fase líquida e no vapor de água, respectivamente. Supor que ambas as fases se encontram à pressão atmosférica e que a temperatura, nos dois casos, é de  $100^\circ$  C. Supor ainda que o vapor de água se comporta como

um gás ideal. Usando os dados seguintes, calcular a razão  $d_V/d_L$  e copiar o resultado para a **folha de respostas**. [2,5 pontos]

Densidade da água na fase líquida:  $\rho_L = 1,0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

Massa molar da água:  $M = 1,8 \times 10^{-2} \text{ kg mol}^{-1}$

Pressão atmosférica:  $P_a = 1,0 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$

Constante dos gases perfeitos:  $R = 8,3 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Número de Avogrado:  $N_A = 6,0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

1C

### GERADOR DE SINAL DE DENTE DE SERRA

Um sinal de tensão,  $V_0$ , com a forma de dente de serra pode ser obtido nos terminais do condensador  $C$  da figura 1.  $R$  é uma resistência variável,  $V_i$  uma bateria que pode ser considerada um gerador ideal, e  $SG$  representa dois eléctrodos nus, muito próximos, separados por uma pequena distância ajustável. Quando a diferença de potencial entre estes eléctrodos excede o valor crítico  $V_f$ , o ar entre eles torna-se condutor e solta-se uma faísca. Quando isto acontece, estabelece-se um curto-circuito em  $SG$  que só desaparece quando a diferença de potencial entre os eléctrodos volta a ser muito pequena.

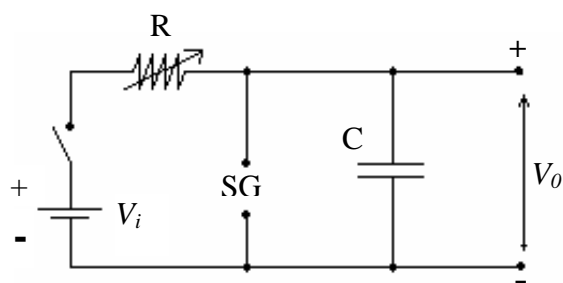


Figura 1

- Representar o gráfico de  $V_0$  em função do tempo  $t$ , depois de se fechar o interruptor. [0,5 pontos]
- Que condição deverá ser satisfeita para se ter um sinal de tensão  $V_0$  em forma de dente de serra, ou seja, que, partindo do zero, aumenta linearmente em cada período? Copiar a sua resposta para a **folha de respostas**. [0,2 pontos]
- Supondo que a condição anterior é satisfeita, derivar uma expressão simplificada para o período  $T$  do sinal eléctrico  $V_0$ . Copiar a sua resposta para a **folha de respostas**. [0,4 pontos]
- Se pretender variar o período do sinal sem alterar as suas outras características, o que deverá alterar no circuito:  $R$  e/ou  $SG$ ? Copiar a sua resposta para a **folha de respostas**. [0,2 pontos]
- O que deverá alterar ( $R$  e/ou  $SG$ ) para alterar apenas a amplitude do sinal? Copiar a sua resposta para a **folha de respostas**. [0,2 pontos]
- É fornecida uma fonte de tensão contínua, ajustável, para além da que já existe no circuito. Conceber e desenhar um novo circuito eléctrico, indicando os terminais onde se poderá obter um novo sinal eléctrico  $V'_0$ , com a forma da figura 2. [1,0 pontos]

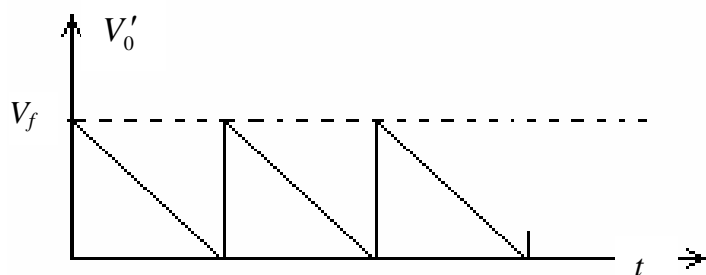
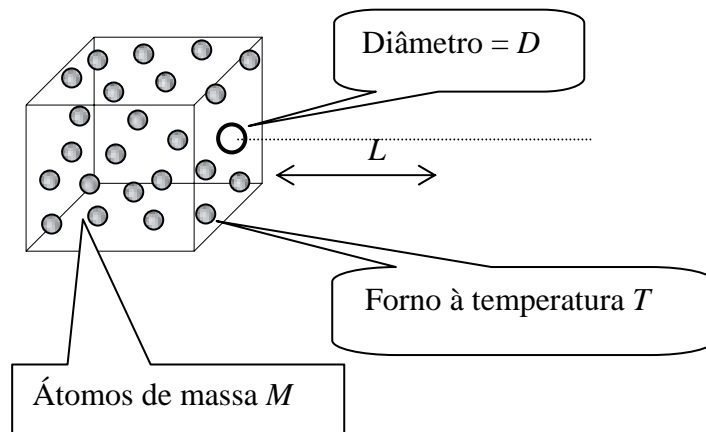


Figura 2

1D

## FEIXE ATÓMICO

Um feixe atômico é produzido aquecendo um gás de átomos num forno à temperatura  $T$  e permitindo que os átomos escapem do forno, na direcção horizontal, através de um muito pequeno orifício (de dimensões atômicas) cujo diâmetro é  $D$ . Estimar o diâmetro do feixe atômico depois de ele percorrer uma distância  $L$  ao longo da trajectória horizontal. A massa de um átomo é  $M$ . Copiar a sua resposta para a **folha de respostas**. [2,5 pontos]



Country no	Country code	Student No.	Question No.	Page No.	Total No. of pages

**FOLHA DE RESPOSTAS****1A**

a)

$b =$

b)

Diferença de fase=

**1B**

$\frac{d_V}{d_L} =$

**1C**

b)

c)

$T =$

Country no	Country code	Student No.	Question No.	Page No.	Total No. of pages

d)

e)

**1D**

Novo diâmetro do feixe=

## Questão 2

### SISTEMA BINÁRIO DE ESTRELAS

a) É bem conhecido que a maioria das estrelas formam sistemas binários. Um tipo de sistema binário consiste numa estrela ordinária de massa  $m_0$  e raio  $R$ , e uma estrela de neutrões, de massa  $M$  maior, mas mais compacta, que rodam em torno de um centro comum. Em todo o problema ignore o movimento da Terra. Observações astronómicas destes sistemas binários revelaram as seguintes informações:

- O deslocamento angular máximo da estrela ordinária é  $\Delta\theta$ , enquanto que o da estrela de neutrões é  $\Delta\phi$  (ver Fig. 1).
- O intervalo de tempo que decorre entre dois deslocamentos máximos é  $\tau$ .
- As características da radiação emitida pela estrela ordinária indicam que a temperatura à sua superfície é  $T$  e que a energia da radiação emitida por unidade de tempo, que incide numa unidade de área à superfície da Terra, é  $P$ .
- A linha de emissão do elemento cálcio tem um comprimento de onda que difere  $\Delta\lambda$  do valor normal  $\lambda_0$ , devido apenas ao campo gravitacional da estrela ordinária. (Para este cálculo considerar que o fóton possui uma massa efectiva  $h/(c\lambda)$ .)

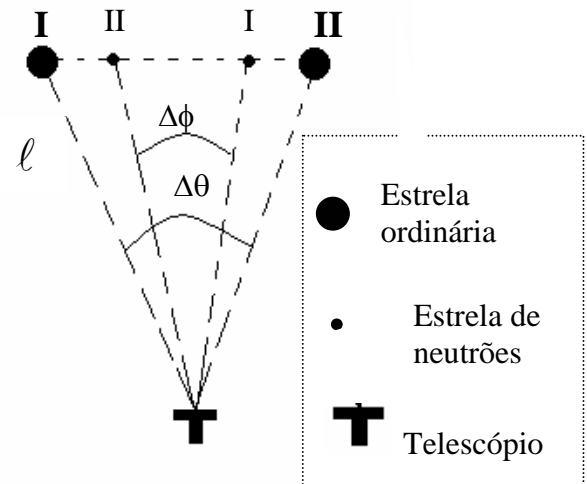


Fig. 1

Determinar a expressão para a distância  $\ell$  entre a Terra e este sistema, envolvendo apenas os dados acima revelados e constantes universais. Transcrever a expressão para a **folha de respostas**. [7 pontos]

- b) Supor que  $M \gg m_0$ , pelo que a estrela ordinária praticamente roda em torno da estrela de neutrões numa órbita circular de raio  $r_0$ . Supor que a estrela ordinária começa a emitir gás na direcção da estrela de neutrões que é ejectado com velocidade  $v_0$  relativamente à estrela ordinária (ver a Fig. 2). Supor que a estrela de neutrões origina a força gravitacional dominante neste problema. Desprezando as alterações da órbita da estrela ordinária neste processo, determinar a distância de maior aproximação entre a massa de gás e a estrela de neutrões,  $r_f$ , indicada na Fig. 2. Transcrever o resultado para a **folha de respostas**. [3 pontos]

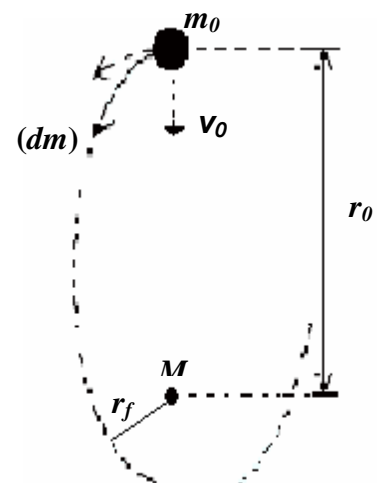


Fig. 2

Country no	Country code	Student No.	Question No.	Page No.	Total No. of pages

## FOLHA DE RESPOSTAS

2a)

$\ell =$
----------

2b)

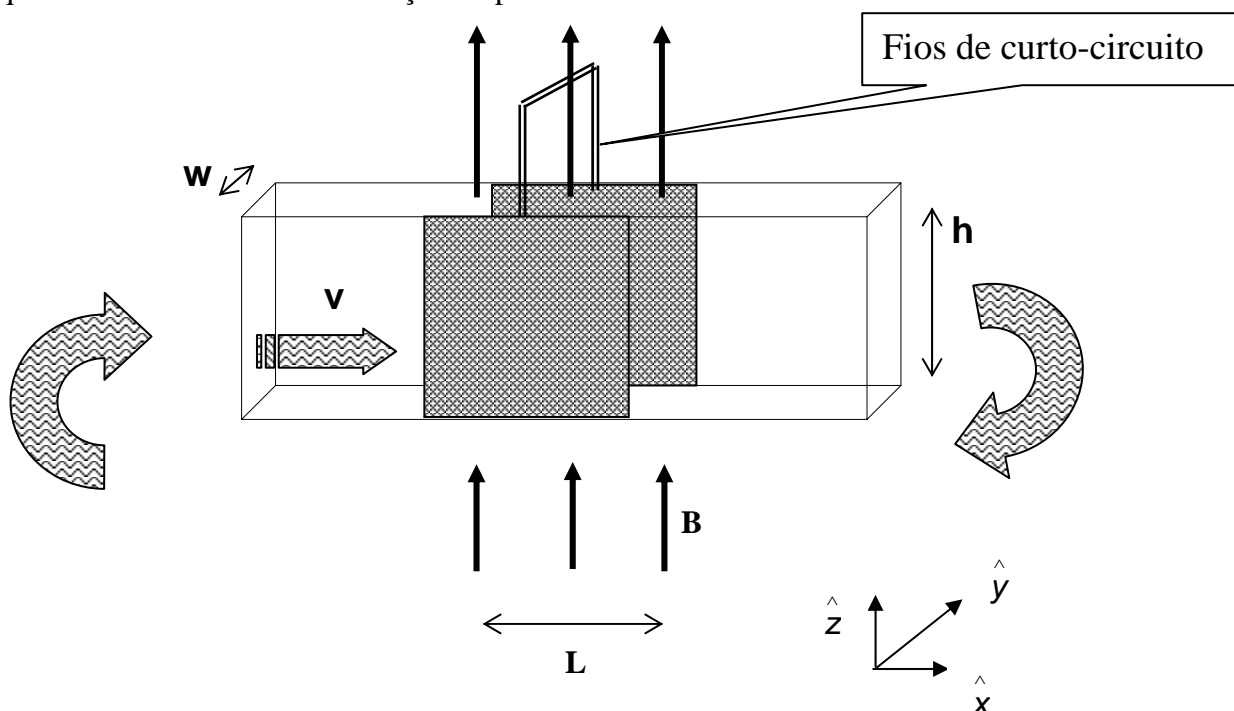
$r_f =$
---------



### Questão 3

#### GERADOR MAGNETOHIDRODINÂMICO

Um tubo rectangular de plástico, de largura  $w$  e altura  $h$ , colocado na horizontal, é preenchido com mercúrio. A resistividade do mercúrio é  $\rho$ . O tubo encontra-se fechado sobre si próprio e o fluido é forçado a deslocar-se com velocidade constante  $v_0$  pela acção de uma turbina que provoca uma sobre-pressão  $P$ . As duas paredes verticais de uma secção do tubo de comprimento  $L$  são feitas de cobre. Estas paredes são ligadas uma à outra por um fio condutor externo e é aplicado um campo magnético  $\vec{B}$ , uniforme e vertical, a esta secção do tubo. Esta montagem está ilustrada na figura abaixo, juntamente com os vectores  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  e  $\hat{z}$  que devem ser usados na resolução do problema.



O movimento de um fluido real é muito complexo. Para simplificar, assuma-se o seguinte:

- Embora o fluido seja viscoso, a sua velocidade é uniforme ao longo de toda a secção do tubo.
  - A velocidade do líquido é sempre proporcional à resultante das forças externas que actuam sobre ele.
  - O fluido é incompressível.
- a) Determinar a força devida ao campo magnético que actua sobre o fluido na região entre as placas de cobre (em função de  $L$ ,  $B$ ,  $h$ ,  $w$ ,  $\rho$  e da nova velocidade  $v$ ). Copiar o resultado para a **folha de respostas**. [2,0 pontos]
  - b) Obter uma expressão para a nova velocidade  $v$  do fluido (em função de  $v_0$ ,  $P$ ,  $L$ ,  $B$  e  $\rho$ ) após a aplicação do campo magnético. Copiar o resultado para a **folha de respostas**. [3,0 pontos]
  - c) Obter uma expressão para a potência adicional que a turbina tem de fornecer para que o fluido volte a deslocar-se com a velocidade inicial,  $v_0$ . Copiar o resultado para a **folha de respostas**. [2,0 pontos]

- d) Agora o campo magnético é desligado e o mercúrio é substituído por água que se desloca com velocidade  $v_0$ . Uma onda electromagnética monocromática é enviada ao longo da secção de comprimento  $L$  na direcção do fluxo. O índice de refacção da água é  $n$  e  $v_0 \ll c$ . Deduzir uma expressão para a contribuição do movimento do fluido para a diferença de fase entre as ondas que entram e saem da secção  $L$ . Copiar o resultado para a **folha de respostas**. [3,0 pontos]

Country no	Country code	Student No.	Question No.	Page No.	Total No. of pages

**FOLHA DE RESPOSTAS****3a)****3b)**

v=

**3c)**

Potência=

**3d)**

Diferença de fase=