45ª Olimpíada Internacional de Física
Astana, Cazaquistão
Prova Teórica
Terça-feira, 15 de Julho de 2014

Por favor leia esta página antes de iniciar a prova:

O tempo disponível para a prova teórica é 5 horas. Há 3 problemas valendo um total de **30 pontos**. Note que os problemas não valem todos o mesmo número de pontos.

Use apenas a caneta que lhe foi fornecida.

Use apenas a calculadora que lhe foi fornecida. Todos os resultados numéricos **devem ser escritos** com o número de algarismos significativos apropriado aos dados. Não se esqueça de indicar as unidades.

Use as **Folhas de Resposta** fornecidas para transcrever o sumário dos resultados que obteve. A resolução detalhada deve ser apresentada nas **folhas em branco**. Escreva nestas folhas tudo o que considerar relevante para a resolução da questão e que desejar que seja classificado. Por favor, utilize o ***mínimo de texto***; deverá procurar exprimir-se sobretudo com equações, números, símbolos, figuras e gráficos. Utilize apenas o ***lado da frente das folhas***. **Não escreva nada** fora das caixas.

É **imperioso** que coloque o seu **Student Code** nas caixas no topo de cada folha de papel utilizada. Adicionalmente, nas folhas em branco utilizadas em cada problema, deve indicar o número (**Problem No.**) e parte (**Part**) do problema. Numere todas as folhas e indique em cada uma, além do seu número de página (**Page No.**), o número total de folhas usadas que deseja ver classificadas (**Total No. of pages**). Se usou folhas de rascunho que não deseje que sejam corrigidas, não as destrua: marque-as com uma grande cruz sobre a folha e não as inclua na sua numeração.

No final da prova, ordenar as folhas **de cada problema** pela seguinte ordem:

- folha de respostas,
- folhas utilizadas (ordenadas),
- folhas de rascunho,
- folhas não utilizadas e
- enunciado da prova.

Coloque depois os conjuntos de folhas por ordem de problema no envelope apropriado. Deixe tudo sobre a mesa. ***Não é permitido retirar da sala quaisquer folhas de papel.***

Se necessitar de ir à casa de banho, por favor erga o cartão azul com a inscrição "TOILET". Se tiver qualquer outro problema (calculadora que não funciona, necessidade de folhas extra), por favor erga o cartão vermelho com a inscrição "HELP".

45ª Olimpíada Internacional de Física
Astana, Cazaquistão
Prova Teórica, Terça-feira, 15 de Julho de 2014

Lista de constantes fundamentais

Velocidade da luz no vazio	$c = 299792458\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Constante de gravitação universal	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$
Aceleração da gravidade	$g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$
Constante de Avogadro	$N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
Constante dos gases ideais	$R = 8{,}31\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$
Constante de Boltzmann	$k = 1{,}38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$
Carga elementar	$e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$
Massa de repouso do eletrão	$m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}$
Massa de repouso do protão	$m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
Constante de Planck reduzida	$\hbar = 1{,}05 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$
Permitividade do vazio	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \mathrm{F \cdot m^{-1}}$
Permeabilidade do vazio	$\mu_0 = 1{,}26 \times 10^{-6}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}$

Fórmulas matemáticas úteis

$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x + \frac{1}{2}\alpha(\alpha-1)x^2$, onde $|x| \ll 1$ e α é uma constante arbitrária

$\sin x \approx x - \frac{x^3}{3}$, onde $|x| \ll 1$

$\cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$, onde $|x| \ll 1$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$, $n \neq -1$, onde C é uma constante arbitrária

$\int \frac{dx}{x-a} = \log|x-a| + C$, onde C é uma constante arbitrária

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log x)' = \frac{1}{x}$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$u_t\big(x(t)\big) = u_x\big(x(t)\big)x_t(t)$$

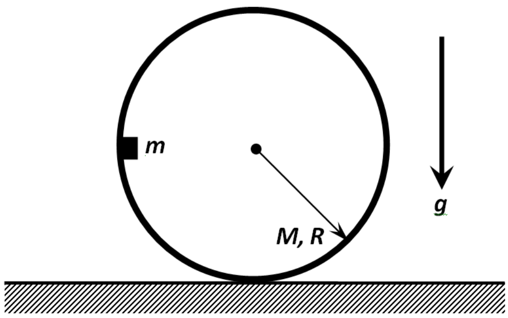
$$\big(u(x)v(x)\big)' = u(x)'v(x) + u(x)v(x)'$$

$$\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u(x)'v(x) - u(x)v(x)'}{v(x)^2}$$

Problema 1 (9 pontos)

Este problema tem três partes independentes.

Parte A (3 pontos)



Um pequeno disco de massa m é cuidadosamente colocado na face interna de um cilindro oco de massa M e raio R. A espessura do cilindro é desprezável. O cilindro encontra-se inicialmente em repouso numa superfície horizontal e o disco é colocado a uma altura R acima do plano horizontal, como mostra a figura. Determine o módulo da força F entre o disco e o cilindro no momento em que o disco passa pelo ponto mais baixo da sua trajetória. Assuma que não há atrito entre o disco e a face interna do cilindro e que o cilindro roda no plano horizontal sem deslizar. Denote por g a aceleração da gravidade.

Parte B (3 pontos)

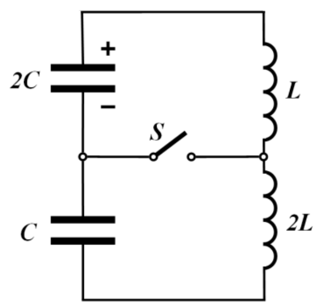
Uma bolha de sabão de raio $r = 5{,}00$ cm cujo interior está preenchido por um gás diatómico ideal é colocada no vácuo. A película de sabão tem uma espessura $h = 10{,}0\ \mu$m e uma massa volúmica $\rho = 1{,}10\ \text{g/cm}^3$. A tensão superficial da película de sabão é $\sigma = 4{,}00 \times 10^{-2}\ \text{N/m}$.

1) Deduza uma expressão para a capacidade calorífica molar do gás na bolha e determine o seu valor. Assuma que o aquecimento do gás é tão lento que a bolha se mantém sempre em equilíbrio mecânico.
2) Deduza uma expressão para a frequência ω das (pequenas) oscilações radiais da bolha. Determine o seu valor, assumindo que a capacidade calorífica da película de sabão é muito maior que a do gás diatómico. Assuma ainda que o equilíbrio térmico no interior da bolha é atingido num intervalo de tempo muito inferior ao período das oscilações.

Sugestão: Laplace mostrou que a tensão superficial numa interface líquido-gás faz surgir uma diferença de pressão $\Delta p = \frac{2\sigma}{r}$ entre o interior e o exterior de uma superfície curva de raio r.

Parte C (3 pontos)

Considere que, inicialmente, o interruptor S do circuito da figura está aberto, que o condensador de capacidade $2C$ está carregado com uma carga q_0 enquanto o condensador de capacidade C se encontra descarregado e que não circula qualquer corrente nas bobinas de indutância L e $2L$. O condensador carregado começa então a descarregar. No instante em que a corrente nas bobinas atinge o seu valor máximo, o interruptor S é imediatamente fechado. Determine a corrente máxima I_{max} que virá a atravessar o interruptor S.



9 pontos

Resposta	Nota
Parte A (3 pontos)	
$F =$	
Parte B (3 pontos)	
$C =$	
$\omega =$	
Parte C (3 pontos)	
$I_{max} =$	

Problema 2. Equação de estado de van der Waals (11 pontos)

No modelo do gás ideal cuja equação de estado obedece à lei de Clapeyron-Mendeleev, são desprezados dois importantes aspetos: ignora-se o tamanho finito das moléculas do gás e desprezam-se as forças de interação entre estas. Em todo este problema a quantidade de matéria considerada é *uma mole de água*.

Parte A. Equação de estado para o gás não ideal (2 pontos)

Tomando em consideração o tamanho finito das moléculas, a equação de estado de um gás escreve-se na seguinte forma:

$$P(V-b)=RT\,, \tag{1}$$

onde P, V e T são, respetivamente, a pressão do gás, o seu volume por mole e a temperatura. R designa a constante dos gases ideais e b é uma constante característica do gás, que representa algum volume a subtrair.

A1	Estime b e exprima-o em função do diâmetro d das moléculas.	**(0,3 pontos)**

Para incluir o efeito das forças de atração intermoleculares, van der Waals propôs a seguinte equação de estado, que descreve tanto gases como líquidos:

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT. \tag{2}$$

Nesta equação a é outra constante característica.

Uma isotérmica da equação (2), para temperaturas T abaixo de um certo valor crítico T_c, está representada na Figura 1 (curva 1). Esta curva não-monotónica é designada por isotérmica de van der Waals. A curva 2 da mesma figura é a isotérmica do gás ideal à mesma temperatura. Uma isotérmica real difere da isotérmica de van der Waals entre os volumes V_L e V_G. Nessa região a pressão da isotérmica real mantém-se constante (é o segmento $\boldsymbol{AB}$ da figura), representando a coexistência em equilíbrio das fases líquida (indicada por L) e gasosa (designada por G). Partindo da segunda lei da termodinâmica, J. Maxwell mostrou que P_{LG}, a pressão entre V_L e V_G, deve ser tal que as áreas I e II (a sombreado na Figura 1) sejam iguais.

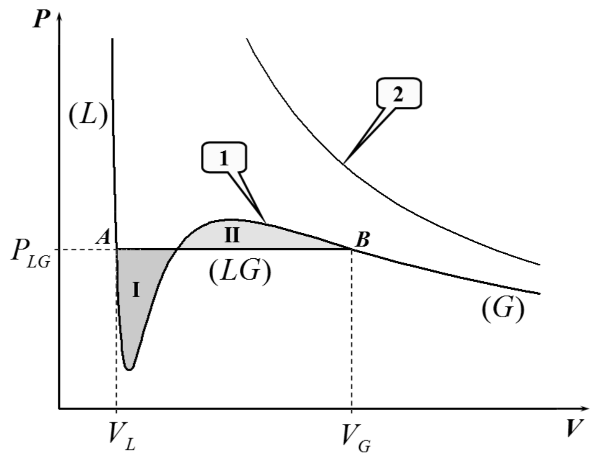


Figura 1. Isotérmica de van der Waals para os estados líquido e gasoso (curva 1) e isotérmica do gás ideal (curva 2).

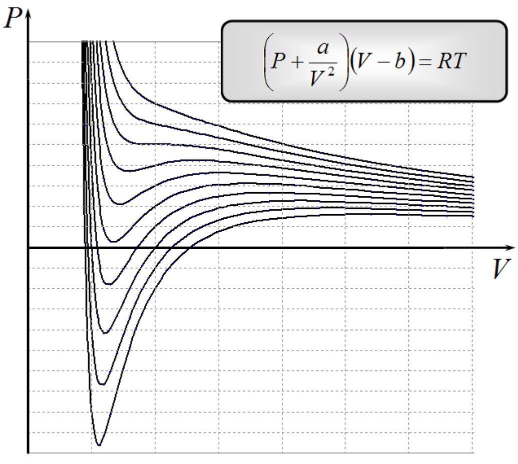


Figura 2. Várias isotérmicas da equação de estado de van der Waals.

Com o aumento da temperatura, o segmento AB da isotérmica encolhe. Quando a temperatura e a pressão atingem, respetivamente, os valores T_c e $P_{LG}=P_c$, este segmento reduz-se a um único ponto. Os parâmetros críticos P_c e T_c podem ser determinados experimentalmente com grande precisão.

A2	Exprima as constantes de van der Waals a e b em função de T_c e P_c.	**(1,3 pontos)**
A3	Para a água, $T_c = 647$ K e $P_c = 2{,}2\times10^7$ Pa. Calcule a_w e b_w para a água.	**(0,2 pontos)**
A4	Estime o diâmetro das moléculas de água, d_w.	**(0,2 pontos)**

Parte B. Propriedades do líquido e do gás (6 pontos)

Nesta parte do problema iremos estudar algumas propriedades da água nos estados líquido e gasoso à temperatura $T = 100$ °C. A esta temperatura, a pressão de saturação de vapor é $p_{LG} = p_0 = 1{,}0 \times 10^5$ Pa e a massa molar da água é $\mu = 1{,}8 \times 10^{-2}$ kg/mol.

<u>Estado gasoso</u>

É razoável assumir que a desigualdade $V_G \gg b$ se verifica quando a água está no estado gasoso.

B1	Obtenha uma expressão para o volume V_G em função de R, T, p_0 e a. **(0,8 pontos)**

Usando a lei dos gases ideais é possível obter um valor V_{G0} muito próximo do anterior.

B2	Calcule a diminuição relativa do volume do gás devida às forças intermoleculares, $\frac{\Delta V_G}{V_{G0}} = \frac{V_{G0} - V_G}{V_{G0}}$. **(0,3 pontos)**

Se o volume do sistema for reduzido abaixo de V_G, o gás começa a condensar. No entanto, se for uma amostra suficientemente pura, é possível manter o gás num estado meta-estável designado por vapor sobre-arrefecido (que é mecanicamente estável) até o volume atingir um certo valor $V_{G\min}$.

A condição de estabilidade mecânica, a temperatura constante, do gás sobre-arrefecido é $\frac{dP}{dV} < 0$.

B3	Determine quantas vezes pode o volume de vapor de água ser reduzido permanecendo o vapor num estado meta-estável. Por outras palavras, quanto é $V_G / V_{G\min}$? Calcule o seu valor numérico para a água. **(0,7 pontos)**

<u>Estado líquido</u>

Ao descrever água no estado líquido recorrendo à equação de van der Waals, é razoável assumir que $P \ll a/V^2$.

B4	Exprima o volume de água líquida, V_L , em função de a, b, R e T. **(1 ponto)**

Assumindo que $bRT \ll a$, determine as seguintes características da água. *Não se admire se alguns dos valores que determinar não coincidirem com valores tabelados e bem conhecidos!*

B5	Exprima a densidade ρ_L da água líquida em função de alguns dos parâmetros μ, a, b e R e calcule o seu valor numérico. **(0,3 pontos)**
B6	Exprima o coeficiente de expansão térmica $\alpha = \frac{1}{V_L} \frac{\Delta V_L}{\Delta T}$ em função de a, b e R e calcule o seu valor numérico. **(0,6 pontos)**
B7	Exprima o calor latente de vaporização da água, L, em função de μ, a, b e R e calcule o seu valor numérico. **(1,1 pontos)**
B8	Considerando uma camada mono-molecular de água, estime a tensão superficial da água, σ. **(1,2 pontos)**

Parte C. Sistema líquido-gás (3 pontos)

Partindo da regra de Maxwell mencionada anteriormente (igualdade de áreas na curva 1 da Figura 1) e recorrendo a uma integração trivial, à equação de estado de van der Waals e às aproximações feitas na Parte B, é possível mostrar que a pressão de saturação de vapor p_{LG} depende da temperatura T da seguinte forma

$$\ln p_{LG} = A + \frac{B}{T} \ , \tag{3}$$

onde A e B são constantes que se podem escrever em função de a e b como: $A = \ln\left(\frac{a}{b^2}\right) - 1$; $B = -\frac{a}{bR}$.

W. Thomson mostrou que a pressão de saturação de vapor depende da curvatura da superfície líquida. Considere um líquido que não molha a parede de um capilar (o ângulo de contacto é 180°). Quando o capilar é mergulhado no líquido, o líquido no capilar desce devido à tensão superficial (ver Figura 3).

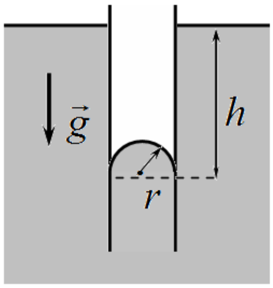


Figura 3. Capilar imerso num líquido que não molha o material de que o capilar é feito

C1	Determine a pequena variação da pressão de saturação de vapor, Δp_T, sobre a superfície curva do líquido, exprimindo-a em função da densidade de vapor, ρ_s, da densidade do líquido, ρ_L, da tensão superficial, σ, e do raio de curvatura da superfície, r. **(1,3 pontos)**

Os estados meta-estáveis, tais como os considerados na questão B3, são largamente utilizados em montagens experimentais. Um bom exemplo deste uso é a câmara de nevoeiro, concebida para registar trajetórias de partículas elementares. Também ocorrem em fenómenos naturais tais como o orvalho matinal, onde o vapor sobre-arrefecido condensa em gotículas líquidas. As gotículas muito pequenas evaporam rapidamente, mas, se as gotículas forem suficientemente grandes, podem crescer e formar gotas.

C2	Suponha que no início da noite a temperatura ambiente é $t_e = 20$ °C e o vapor de água presente no ar está saturado. Se durante a noite a temperatura ambiente descer $\Delta t = 5.0$ °C, estime o raio mínimo das gotículas para que não evaporem rapidamente. Assuma que a pressão do vapor de água se mantém e use o valor tabelado para a tensão superficial da água: $\sigma = 7{,}3 \times 10^{-2}$ N/m. **(1,7 pontos)**

Equação de van der Waals (11 pontos)

Parte	Resposta	Nota
Parte A. Equação de estado para o gás não ideal (2 pontos)		
A1. 0,3 pts	$b =$	
A2. 1,3 pts	$a =$ $b =$	
A3. 0,2 pts	$a_w =$ $b_w =$	
A4. 0,2 pts	$d_w =$	
Parte B. Propriedades do líquido e do gás (6 pontos)		
B1. 0,8 pts	$V_G =$	
B2. 0,3 pts	$\left(\frac{\Delta V_G}{V_{G0}}\right) = \frac{V_{G0} - V_G}{V_{G0}} =$	
B3. 0,7 pts	$\frac{V_G}{V_{Gmin}} =$	
B4. 1,0 pts	$V_L =$	

B5. 0,3 pts	$\rho_L =$	
B6. 0,6 pts	$\alpha = \frac{1}{V_L}\frac{\Delta V_L}{\Delta T} =$	
B7. 1,1 pts	$L =$	
B8. 1,2 pts	$\sigma =$	
Parte C. Sistema líquido-gás (3 pontos)		
C1. 1,3 pts	$\Delta p_T =$	
C2. 1,7 pts	Para que estas cresçam, o raio mínimo das gotículas é $r =$	

Problema 3. Modelo simples de uma descarga num gás (10 pontos)

Uma descarga num gás acontece quando este é atravessado por uma corrente elétrica. Há vários sistemas onde ocorrem este tipo de descargas: em certas lâmpadas de iluminação, na solda de alguns metais ou entre as nuvens e a Terra sob a forma de relâmpagos.

Parte A. Descarga num gás que não é auto-sustentada (4,8 pontos)

Nesta parte do problema será estudada uma descarga num gás que não é auto-sustentada, isto é, uma descarga que só se mantém se houver a ação permanente de um ionizador externo. Considere então um ionizador que cria uniformemente no gás Z_{ext} pares eletrão-ião positivo por unidade de volume e por unidade de tempo.

No momento em que este ionizador é ligado, tanto o número de eletrões como o de iões começa a crescer. Este crescimento é limitado pelo processo de recombinação, através do qual um átomo neutro é formado quando um ião positivo se recombina com um eletrão livre. O número Z_{rec} de eventos de recombinação que ocorrem no gás por unidade de volume e por unidade de tempo é dado por

$$Z_{\text{rec}} = r n_e n_i,$$

onde r é uma constante, o coeficiente de recombinação, e n_e e n_i designam, respetivamente, o número de eletrões e de protões por unidade de volume.

Suponha que o ionizador externo é ligado em $t = 0$, e que nesse instante as concentrações de eletrões e de iões são nulas. Neste caso a concentração de eletrões $n_e(t)$ depende do tempo da seguinte forma:

$$n_e(t) = n_0 + a \tanh bt,$$

onde n_0, a e b são constantes, e $\tanh x$ é a função tangente hiperbólica.

A1	Encontre n_0, a e b e exprima-os em função de Z_{ext} e r.	**(1,8 pontos)**

Assuma agora que dispõe de dois ionizadores externos. Quando é ligado apenas o primeiro, a concentração de eletrões no gás atinge o valor de equilíbrio de $n_{e1} = 12 \times 10^{10}\ \text{cm}^{-3}$. Quando só opera o segundo ionizador, a concentração de equilíbrio de eletrões é $n_{e2} = 16 \times 10^{10} \text{cm}^{-3}$.

A2	Determine a concentração de equilíbrio de eletrões, n_e, quando os ionizadores são ligados em simultâneo.	**(0,6 pontos)**

Atenção! *Nas questões seguintes assuma que o ionizador está ligado durante um período de tempo suficientemente longo para que todos os processos analisados estejam no regime estacionário, não havendo quaisquer dependências temporais. Despreze também o campo elétrico criado pelas cargas em movimento.*

Assuma que o gás preenche o espaço interior de uma caixa fechada (o tubo de descarga). Duas faces paralelas da caixa são placas condutoras de área S que estão separadas por uma distância $L \ll \sqrt{S}$. É aplicada uma diferença de potencial U entre estas duas placas de modo a criar um campo elétrico entre elas. Assuma que as concentrações dos dois portadores de carga se mantêm quase constantes no espaço entre as duas placas.

Considere que tanto os eletrões (referidos pelo índice e) como os iões (referidos pelo índice i) adquirem, devido ao campo elétrico E, um movimento ordenado com a mesma velocidade média v e que

$$v = \beta E,$$

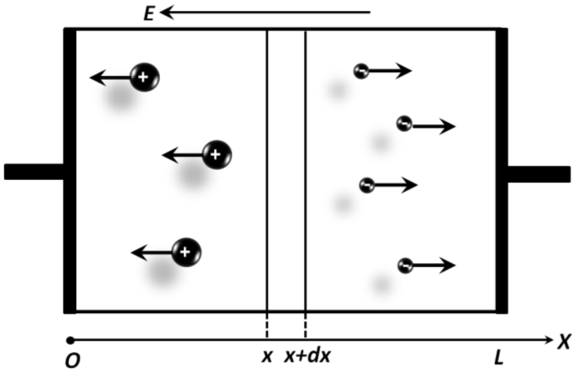
onde β é uma constante designada por mobilidade dos portadores de carga.

A3	Exprima a corrente elétrica I na região entre as placas em função de $U, \beta, L, S, Z_{\text{ext}}, r$ e da carga elementar e.	**(1,7 pontos)**
A4	Obtenha a resistividade ρ_{gas} do gás para valores suficientemente baixos da tensão aplicada entre as placas e exprima-a em função de $\beta, L, Z_{\text{ext}}, r$ e e.	**(0,7 pontos)**

Parte B. Descarga auto-sustentada (5,2 pontos)

Nesta parte do problema iremos estudar a ignição da descarga auto-sustentada de modo a mostrar como se pode obter uma corrente elétrica entre as duas placas do tubo de descarga que se mantém a si própria.

Atenção! *No que se segue, assuma que o ionizador externo continua a operar com a mesma taxa* Z_{ext}, *despreze o campo elétrico devido aos portadores de carga (o campo elétrico no tubo é assim uniforme) e ignore por completo o processo de recombinação.*



Na descarga auto-sustentada há dois processos importantes que não foram considerados até agora. O primeiro é uma emissão secundária de eletrões e o segundo é a formação de uma avalanche de eletrões. A emissão secundária de eletrões ocorre quando iões atingem o cátodo (o elétrodo negativo) e arrancam eletrões que são depois arrastados até ao ânodo (o elétrodo positivo). A razão entre o número $\dot{N}_e$ de eletrões arrancados por unidade de tempo e o número $\dot{N}_i$ de iões que atingem o cátodo por unidade de tempo é designada por coeficiente de emissão secundária de eletrões, $\gamma = \dot{N}_e/\dot{N}_i$. A formação da avalanche de eletrões dá-se quando eletrões livres são acelerados pelo campo elétrico, ganhando energia cinética suficiente para ionizar, por colisão, os átomos do gás. O resultado desta ionização é o aumento significativo do número de eletrões livres que se dirigem para o ânodo. O processo de avalanche é caracterizado recorrendo ao coeficiente de Townsend, α, que relaciona o aumento dN_e do número de eletrões livres ao longo de uma distância dl com o número N_e de eletrões livres que atravessam essa região, i.e.

$$\frac{dN_e}{dl} = \alpha N_e.$$

A corrente elétrica total, I, que atravessa qualquer secção do tubo é decomponível numa corrente de iões $I_i(x)$ e numa corrente de eletrões $I_e(x)$. Estas correntes, em regime estacionário, dependem da coordenada x indicada na figura acima. A corrente de eletrões $I_e(x)$ varia ao longo do eixo-x de acordo com a fórmula

$$I_e(x) = C_1 e^{A_1 x} + A_2,$$

onde A_1, A_2 e C_1 são constantes.

B1	Obtenha A_1 e A_2 e exprima-os em função de $Z_{\text{ext}}, \alpha, e, L$ e S.	**(2 pontos)**

A corrente iónica $I_i(x)$ varia ao longo do eixo-x de acordo com a fórmula

$$I_i(x) = C_2 + B_1 e^{B_2 x},$$

onde B_1, B_2 e C_2 são constantes.

B2	Encontre B_1 e B_2 e exprima-os em função de $Z_{\text{ext}}, \alpha, e, L, S$ e C_1.	**(0,6 pontos)**
B3	Escreva a condição fronteira para $I_i(x)$ em $x = L$.	**(0,3 pontos)**
B4	Escreva as condições fronteira para $I_i(x)$ e $I_e(x)$ em $x = 0$.	**(0,6 pontos)**
B5	Determine a corrente total I e exprima-a em função de $Z_{\text{ext}}, \alpha, \gamma, e, L$ e S. Assuma que permanece finita.	**(1,2 pontos)**

Considere que o coeficiente de Townsend, α, é constante. Para tubos de comprimento superior a um certo valor crítico, i.e. quando $L > L_{\text{cr}}$, o ionizador externo pode ser desligado ao fim de algum tempo, visto que a descarga se tornou auto-sustentada.

B6	Obtenha L_{cr} e exprima-o em função de $Z_{\text{ext}}, \alpha, \gamma, e, L$ e S.	**(0,5 pontos)**

Modelo simples de uma descarga num gás (10 pontos)

Parte	Resposta	Nota
Parte A. Descarga num gás que não é auto-sustentada (4,8 pontos)		
A1. 1,8 pts	$n_0 =$ $a =$ $b =$	
A2. 0,6 pts	$n_e =$	
A3. 1,7 pts	$I =$	
A4. 0,7 pts	$\rho =$	
Parte B. Descarga auto-sustentada (5,2 pontos)		
B1. 2,0 pts	$A_1 =$ $A_2 =$	
B2. 0,6 pts	$B_1 =$ $B_2 =$	

B3. 0,3 pts	$I_i(L) =$	
B4. 0,6 pts		
B5. 1,2 pts	$I =$	
B6. 0,5 pts	$L_{cr} =$	