

9 de julho de 2015

Instruções Gerais

- A prova teórica terá a duração de 5 horas e vale um total de 30 pontos.
- Não abrir o envelope que contém os problemas antes de ouvir o sinal sonoro que dará o início da competição.
- Escrever as respostas, colocando-as nas caixas/tabelas apropriadas, nas Folhas de Resposta providenciadas. As Folhas de Resposta estão marcadas com a letra **A**. Existem páginas em branco (marcadas com a letra **B**) que podem servir para apresentar os cálculos detalhados ou também para rascunho. Fazer uma cruz por cima de tudo que pretender que não seja cotado (em qualquer folha).
- Preencher o cabeçalho em todas as folhas utilizadas (Código do participante, Número de página, Número da pergunta, etc.).
- Notar que há várias alíneas dos problemas que podem ser resolvidas sem necessitar dos resultados das alíneas anteriores.
- Não é permitido sair do local de trabalho sem permissão para o fazer. Se precisar qualquer assistência (calculadora que não funciona, necessidade de ir à casa de banho, etc.) chamar a atenção de um vigilante usando um dos dois cartões fornecidos (o cartão vermelho indica que necessita de ajuda e o cartão verde indica que quer ir à casa de banho).
- O início e o final da prova serão indicados com um sinal sonoro. Serão também ouvidos sinais sonoros que marcam a passagem de cada hora de prova. Adicionalmente, será ouvido um zumbido que indicará que faltam 15 minutos para o final da prova.
- Parar de escrever imediatamente no final da prova. Ordenar e numerar as Folhas de Resposta, e as folhas com as respostas detalhadas. Colocar todas as folhas no envelope fornecido e deixar o envelope sobre a mesa. Não levar para fora da sala de prova nenhuma folha de papel.
- Esperar na mesa até que o seu envelope seja recolhido. Os guias irão conduzir os estudantes para fora da sala de prova quando todos os exames forem recolhidos.
- Uma lista de constantes físicas é fornecida na página seguinte.

Constantes Físicas

Aceleração gravítica na superfície da Terra	g	$9,807 \text{ m s}^{-2}$
Pressão atmosférica	P_{atm}	$1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$
Número de Avogadro	N_A	$6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	k_B	$1,381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Energia de ligação do eletrão num átomo de H	–	$13,606 \text{ eV}$
Carga do protão	e	$1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Massa do eletrão	m_e	$9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Massa do protão	m_p	$1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Massa do neutrão	m_n	$1,675 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Permeabilidade magnética do vazio	μ_0	$1,257 \times 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$
Permitividade elétrica do vazio	ϵ_0	$8,854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
Constante de Planck	h	$6,626 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Velocidade do som no ar (à temperatura de 16°C)	c_s	$3,403 \times 10^2 \text{ m s}^{-1}$
Velocidade da luz no vazio	c	$2,998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	$5,670 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Constante de Gravitação Universal	G	$6,674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Constante dos gases ideais	R	$8,315 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Partículas oriundas do Sol

(Pontos: 10)

Os fótons emitidos pela superfície do Sol e os neutrinos oriundos do seu interior fornecem informação sobre as temperaturas solares e confirmam que o brilho do Sol se deve a reações nucleares.

Em todo este problema, considerar que: a massa do Sol é $M_{\odot} = 2,00 \times 10^{30}$ kg, o seu raio é $R_{\odot} = 7,00 \times 10^8$ m, a sua luminosidade (energia emitida por unidade de tempo sob a forma de radiação) é $L_{\odot} = 3,85 \times 10^{26}$ W, e a distância entre este e a Terra é $d_{\odot} = 1,50 \times 10^{11}$ m.

Nota:

$$(i) \int x e^{ax} dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right) e^{ax} + \text{constante}$$

$$(ii) \int x^2 e^{ax} dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) e^{ax} + \text{constante}$$

$$(iii) \int x^3 e^{ax} dx = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4} \right) e^{ax} + \text{constante}$$

A Radiação emitida pelo Sol:

A1	Assumir que o Sol radia como um corpo negro perfeito. Utilizar esta hipótese para calcular a temperatura, T_s , da superfície do Sol.	0,3
----	---	------------

O espectro da radiação solar é razoavelmente bem descrito pela distribuição de Wien. De acordo com esta aproximação, a radiação solar incidente em qualquer superfície da Terra por unidade de tempo e por unidade de frequência, $u(\nu)$, é dada por

$$u(\nu) = A \frac{R_{\odot}^2}{d_{\odot}^2} \frac{2\pi h}{c^2} \nu^3 \exp(-h\nu/k_B T_s),$$

onde ν é a frequência e A é a área da superfície perpendicular à direção de incidência da radiação.

Considerar agora que uma célula solar (um disco fino de material semiconductor) de área A é colocado perpendicularmente à direção dos raios do Sol.

A2	Recorrendo à aproximação de Wien, expressar P_{in} , a potência total incidente na superfície da célula solar, em função de A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s e das constantes fundamentais c , h , k_B .	0,3
----	---	------------

A3	Obter uma expressão, em função de A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s , ν e das constantes fundamentais c , h , k_B , para o número $n_{\nu}(\nu)$ de fótons com frequência ν que incidem por unidade de tempo na superfície da célula solar.	0,2
----	---	------------

O material semiconductor da célula solar possui um “hiato de banda”, E_g , nos seus níveis de energia. Será assumido o seguinte modelo: se um fóton incidente no material possuir energia $E \geq E_g$, o fóton conseguirá excitar um elétron através do hiato. Este elétron contribuirá com E_g para a energia útil fornecida pela célula. A energia adicional do elétron será dissipada sob a forma de calor (não sendo, por isso, aproveitada como energia útil).

A4	Definir $x_g = h\nu_g/k_B T_s$ onde $E_g = h\nu_g$. Obter a potência útil fornecida pela célula, P_{out} , em função de x_g , A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s e das constantes fundamentais c , h , k_B .	1,0
----	--	------------

A5	Exprimir a eficiência, η , desta célula solar em função de x_g .	0,2
----	---	------------

A6	Fazer um esboço da curva de η em função de x_g . Os valores em $x_g = 0$ e $x_g \rightarrow \infty$ devem ser claramente indicados no esboço. Qual é o declive da curva $\eta(x_g)$ em $x_g = 0$ e $x_g \rightarrow \infty$?	1,0
----	--	------------

A7	Seja x_0 o valor de x_g para o qual η é máximo. Obter a equação cúbica que permite obter x_0 . Estimar o valor de x_0 com uma precisão de $\pm 0,25$. Calcular $\eta(x_0)$.	1,0
----	--	------------

A8	O hiato de banda do silício puro é $E_g = 1,11$ eV. Usar este valor para calcular a eficiência, η_{Si} , de uma célula solar de silício.	0,2
----	---	------------

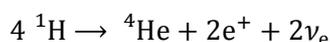
No final do século XIX, Kelvin e Helmholtz (KH) apresentaram uma hipótese para explicar o brilho do Sol. KH propuseram que o Sol teria sido inicialmente uma nuvem muito grande de matéria, de massa M_{\odot} e densidade desprezável, que foi encolhendo continuamente. O brilho do Sol seria assim devido à libertação de energia potencial gravítica ao longo da sua longa e lenta contração.

A9	Considerar que a densidade de matéria no interior do Sol é uniforme. Determinar Ω , a energia potencial gravítica total do Sol nos dias de hoje, em função de G , M_{\odot} e R_{\odot} .	0,3
A10	Estimar há quanto tempo está o Sol a brilhar, τ_{KH} (em anos), de acordo com a hipótese de KH. Assumir que a luminosidade do Sol se manteve constante ao longo de todo este tempo.	0,5

O valor de τ_{KH} obtido acima não coincide com a idade do sistema solar estimada pelo estudo de meteoritos. Isto mostra que a fonte de energia do Sol não pode ser apenas gravítica.

B Neutrinos oriundos do Sol:

Em 1938, Hans Bethe propôs que a fonte de energia do Sol é a fusão nuclear de hidrogénio (produzindo hélio) no seu núcleo. Esta reação nuclear é:



A massa dos “neutrinos do eletrão”, ν_e , produzidos nesta reação pode ser considerada nula. A deteção dos neutrinos vindos do Sol confirma a ocorrência de reações nucleares no seu núcleo. A energia dos neutrinos pode ser desprezada neste problema.

B1	Calcular a densidade de fluxo de neutrinos Φ_{ν} (número de neutrinos por unidade de tempo e de área) que atingem a Terra e exprimir este valor em $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$. A energia libertada nesta reação nuclear é $4,0 \times 10^{-12} \text{ J}$. Considerar que a energia radiada pelo sol se deve somente a este processo nuclear.	0,6
----	--	-----

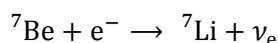
Enquanto viajam do interior do Sol até à Terra, alguns dos neutrinos do eletrão, ν_e , transformam-se noutros tipos de neutrinos, ν_x . A eficiência de deteção de ν_x do detetor de neutrinos é 1/6 da sua eficiência de deteção de ν_e . Se não ocorresse conversão de neutrinos, seriam detetados, em média, N_1 neutrinos por ano. Contudo, devido à conversão, o número total de neutrinos (ν_e e ν_x combinados) efetivamente detetados por ano é N_2 (em média).

B2	Calcular, em função de N_1 e N_2 , a fração, f , de neutrinos ν_e convertidos em ν_x .	0,4
----	--	-----

Os detetores de neutrinos são grandes tanques de água. Embora as interações de neutrinos com a matéria sejam muito raras, os neutrinos irão ocasionalmente arrancar eletrões às moléculas de água. Estes eletrões extremamente energéticos movem-se a alta velocidade na água, emitindo radiação eletromagnética enquanto o fazem. Enquanto a velocidade do eletrão for superior à velocidade da luz na água (cujo índice de refração é n), esta radiação, designada radiação de Cherenkov, é emitida na forma de um cone.

B3	Assumir que um destes eletrões perde energia a uma taxa constante, α , enquanto se desloca na água. Determinar a energia fornecida ao eletrão pelo neutrino (E_{imparted}) se o eletrão emitir radiação de Cherenkov durante um intervalo de tempo Δt . Expressar o resultado em função de α , Δt , n , m_e e c . (Considerar que, antes da interação com o neutrino, o eletrão se encontrava em repouso.)	2,0
----	---	-----

A fusão de H em He no núcleo do Sol tem vários passos. Num destes passos intermédios são produzidos núcleos de ${}^7\text{Be}$ (cuja massa em repouso é m_{Be}). Estes núcleos podem depois absorver um eletrão, originando um núcleo de ${}^7\text{Li}$ (cuja massa em repouso é $m_{\text{Li}} < m_{\text{Be}}$) e emitindo um ν_e . A reação nuclear é:



Quando um núcleo de Be ($m_{\text{Be}} = 11,65 \times 10^{-27} \text{ kg}$) em repouso absorve um eletrão muito lento, o neutrino emitido possui energia $E_{\nu} = 1,44 \times 10^{-13} \text{ J}$. Mas os núcleos de Be movem-se aleatoriamente devido à agitação térmica no núcleo do Sol (que se encontra à temperatura T_c), atuando como fontes de neutrinos em movimento. A energia dos neutrinos emitidos é assim alterada por um valor quadrático médio (rms) ΔE_{rms} .

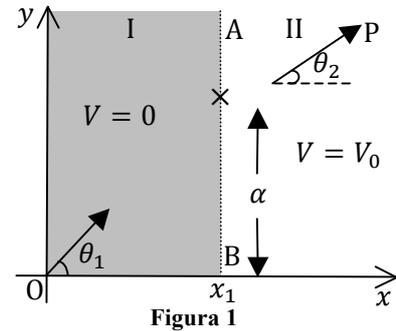
B4	Calcular a velocidade quadrática média dos núcleos de Be, V_{Be} , quando $\Delta E_{rms} = 5,54 \times 10^{-17} \text{ J}$. Estimar T_c . (Nota: ΔE_{rms} depende do valor quadrático médio da componente da velocidade na direção de observação.)	2,0
----	---	-----

O Princípio da Ação Mínima

(Pontos: 10)

A O Princípio da Ação Mínima na Mecânica

Considerar uma superfície horizontal $x - y$ (Fig. 1) dividida em duas regiões, I e II, pela linha AB descrita pela equação $x = x_1$. A energia potencial de uma partícula pontual de massa m que se desloca sem atrito sobre a superfície é $V = 0$ na região I e $V = V_0$ na região II (V_0 é constante). A partícula parte da origem O com velocidade v_1 numa direção que faz um ângulo θ_1 com o eixo x e atinge o ponto P (na região II) com velocidade v_2 numa direção que faz um ângulo θ_2 com o eixo x . Ignorar a gravidade e os efeitos relativistas em toda a questão T-2.



A1	Obter uma expressão para v_2 em função de m , v_1 e V_0 .	0,2
A2	Exprimir v_2 em função de v_1 , θ_1 e θ_2 .	0,3

A ação é uma grandeza definida pelo integral $A = m \int v(s) ds$, onde ds é o comprimento infinitesimal medido ao longo da trajetória de uma partícula de massa m que se move com velocidade $v(s)$. O integral é calculado ao longo do caminho. Por exemplo, para uma partícula que se move com velocidade constante v numa trajetória circular de raio R , a ação A para uma revolução será $2\pi m R v$. Se a energia mecânica, E , de uma partícula se conservar, pode-se mostrar que, de entre todas as trajetórias possíveis entre dois pontos dados, a trajetória seguida pela partícula é aquela para a qual A possui um extremo (um máximo, um mínimo ou um ponto de inflexão). Este princípio é conhecido como Princípio da Ação Mínima (PAM).

A3	O PAM implica que uma partícula que se move entre dois pontos fixos, numa região onde o potencial é constante, seguirá uma trajetória em linha reta. Sejam O e P (Fig. 1) dois pontos fixos de coordenadas $(0,0)$ e (x_0, y_0) , respetivamente. As coordenadas do ponto onde a partícula passa da região I para a região II são (x_1, α) . x_1 é fixo, logo a ação depende apenas de α . Obter uma expressão para a ação $A(\alpha)$. Recorrer ao PAM para obter uma relação entre v_1/v_2 e estas coordenadas.	1,0
----	--	-----

B O Princípio de Fermat na Ótica

Um raio de luz viaja do meio I para o meio II, cujos índices de refração são, respetivamente, n_1 e n_2 . Os dois meios estão separados por uma linha paralela ao eixo x . O ângulo que o raio de luz faz com o eixo y é i_1 no meio I e i_2 no meio II (Fig. 2). Para obter a trajetória do raio pode-se recorrer a um princípio semelhante ao PAM, o Princípio de Fermat ou Princípio do Tempo Mínimo.

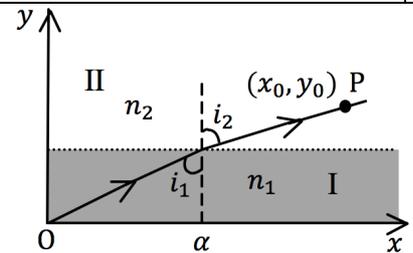


Figura 2

B1	Este princípio diz que, entre dois pontos fixos, um raio de luz move-se ao longo de um caminho para o qual o tempo que o raio demora a ir de um ponto ao outro é um extremo, isto é, é um máximo, um mínimo ou um ponto de inflexão. Deduzir, a partir do princípio de Fermat, a relação entre $\sin i_1$ e $\sin i_2$.	0,5
----	--	-----

A Fig. 3 é o esboço da trajetória de um feixe laser que incide horizontalmente numa solução de açúcar cuja concentração diminui com a altura. A variação da concentração implica que o índice de refração da solução também varie com a altura.

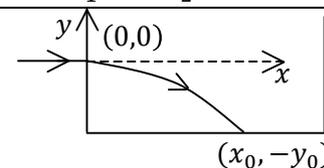


Figura 3: Tanque com Solução de Açúcar

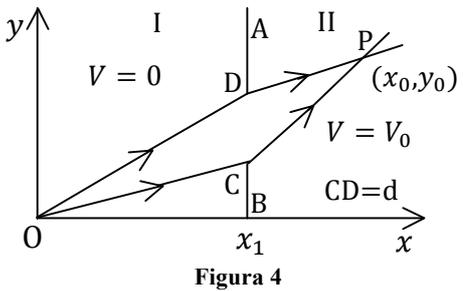
B2	Considerar que o índice de refração $n(y)$ depende apenas de y . Partindo da equação deduzida em B1, obter uma expressão para o declive dy/dx da trajetória do raio em função do índice de refração n_0 em $y = 0$ e de $n(y)$.	1,5
B3	O feixe laser incide horizontalmente na solução no ponto $(0,0)$, a uma altura y_0 do fundo do tanque, como se pode ver na Fig. 3. Supor que $n(y) = n_0 - ky$ e que n_0 e k são constantes positivas. Obter uma expressão para x em função de y e de outras quantidades apropriadas. Pode utilizar: $\int \sec \theta d\theta = \ln(\sec \theta + \tan \theta) + \text{constante}$, onde $\sec \theta = 1/\cos \theta$, ou $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dy = \ln(x + \sqrt{x^2-1}) + \text{constante}$	1,2

B4	Obter um valor para x_0 , o ponto onde o feixe atinge o fundo do tanque. Considerar $y_0 = 10,0$ cm, $n_0 = 1,50$, $k = 0,050$ cm ⁻¹ (1 cm = 10 ⁻² m).	0,8
----	---	-----

C O Princípio da Ação Mínima e o Carácter Ondulatório da Matéria

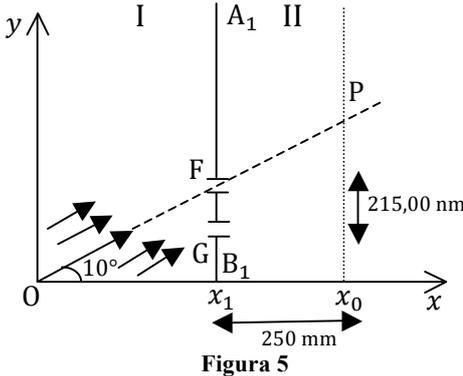
Irá agora ser explorada a conexão entre o PAM e as propriedades quânticas associadas a uma partícula em movimento. Para tal, ir-se-á procurar uma trajetória entre O e P que dependa da interferência construtiva de ondas de de Broglie, assumindo que a partícula pode seguir qualquer trajetória entre os dois pontos.

C1	Relacionar a variação de fase, $\Delta\varphi$, da onda de de Broglie com a variação ΔA da ação e da constante de Planck quando a partícula se desloca uma distância infinitesimal Δs .	0,6
C2	<p>Recordar o problema da parte A em que a partícula se desloca de O para P (Fig. 4). Considerar que uma divisória opaca é colocada na fronteira AB entre as duas regiões. Em AB há uma pequena abertura CD de largura d, sendo $d \ll (x_0 - x_1)$ e $d \ll x_1$.</p> <p>Considerar as duas trajetórias que passam no limite da fenda (OCP e ODP). OCP coincide com a trajetória clássica discutida na parte A. Obter, em primeira ordem, a diferença de fase $\Delta\varphi_{CD}$ entre as duas trajetórias.</p>	1,2



D Interferência de Ondas de Matéria

Considerar um canhão de elétrons em O que dispara um feixe colimado de elétrons na direção de uma fenda estreita F da divisória opaca A₁B₁ colocada em $x = x_1$. OFP é uma linha reta e P é um ponto num écran colocado em $x = x_0$ (ver Fig. 5). A velocidade na região I é $v_1 = 2,0000 \times 10^7$ m s⁻¹ e $\theta = 10,0000^\circ$. O potencial na região II é tal que $v_2 = 1,9900 \times 10^7$ m s⁻¹. A distância $x_0 - x_1$ é 250,00 mm (1mm = 10⁻³m). Ignorar as interações elétron-elétron.



D1	Calcular o potencial U_1 a que os elétrons foram acelerados antes de atingirem O assumindo que partiram do repouso.	0,3
D2	É feita na divisória A ₁ B ₁ uma segunda fenda G, idêntica à fenda F, e 215,00 nm (1nm = 10 ⁻⁹ m) abaixo desta (Fig. 5). Se a diferença de fase entre as ondas de de Broglie que chegam a P provenientes das fendas F e G for $2\pi\beta$, calcular β .	0,8
D3	A que distância, Δy , de P se espera que esteja a primeira região do écran a que não cheguem elétrons? [Nota: a aproximação $\sin(\theta + \Delta\theta) \approx \sin \theta + \Delta\theta \cos \theta$ poderá ser útil.]	1,2
D4	O feixe tem uma secção quadrada de 500nm×500nm e a montagem tem 2 m de comprimento. Qual deverá ser a densidade de fluxo I_{min} (número de elétrons por unidade de tempo e de área), para, num dado instante, haver apenas um elétron, em média, na montagem?	0,4

Reator Nuclear

(Pontos: 10)

O isótopo ^{235}U é 0,720% do urânio encontrado na Terra. Este elemento aparece na Natureza na forma de UO_2 . O ^{235}U pode ser facilmente cindido pelo impacto com neutrões, num processo de fissão de que resultam 2-3 neutrões de elevada energia cinética. A probabilidade de fissão aumenta se o neutrão que a induz possuir uma energia cinética baixa. Isto significa que, se se reduzir a energia cinética dos neutrões emitidos num processo de fissão, estes poderão induzir reações de fissão noutros núcleos de ^{235}U , gerando uma reação em cadeia. Esta reação em cadeia é a base da produção de energia num reator nuclear (RN).

Um RN típico é essencialmente um tanque cilíndrico de altura H e raio R preenchido com um material a que se chama moderador. Os “tubos de combustível” são tubos cilíndricos contendo um conjunto de barras cilíndricas de UO_2 natural (“barras de combustível”). Estas barras têm altura H . Os tubos de combustível são mantidos axialmente no RN e dispostos numa rede quadrada. Os neutrões de fissão que escapam de um tubo de combustível colidem com o moderador, perdendo energia. Estes neutrões atingem depois outros tubos de combustível com uma energia cinética suficientemente baixa para induzir novas reações de fissão (Figs I-III). O calor gerado na barra de combustível pela fissão é transmitido a um fluido de refrigeração que circula nos tubos, em torno das barras. Neste problema será estudada parte da Física associada: (A) às barras de combustível; (B) ao moderador; (C) a um RN de geometria cilíndrica.

Fig-I

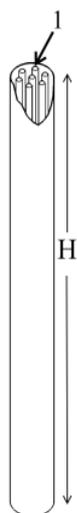


Fig-II

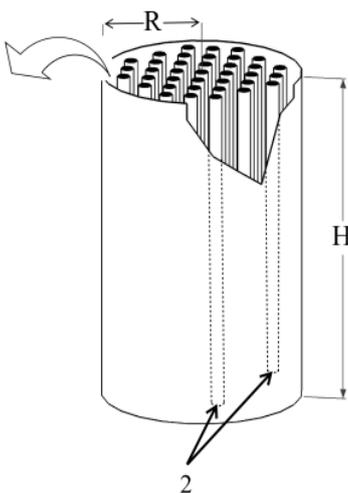


Fig-III

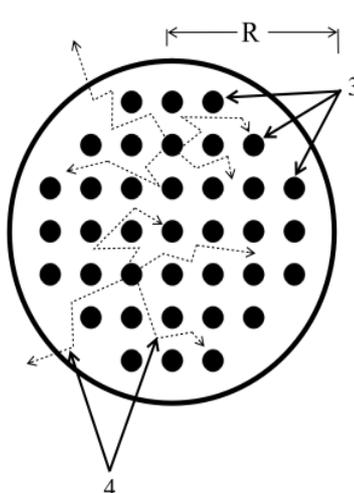


Diagrama esquemático de um Reator Nuclear (RN)

Fig-I: Tubo de combustível (1- Barras de combustível)

Fig-II: Vista do RN (2- Tubos de combustível)

Fig-III: Vista de topo do RN (3- Rede quadrada de tubos de combustível e 4- Percursos típicos dos neutrões)

São representados apenas os componentes relevantes para este problema (não são mostradas barras de controlo nem fluido de refrigeração).

A Barra de combustível

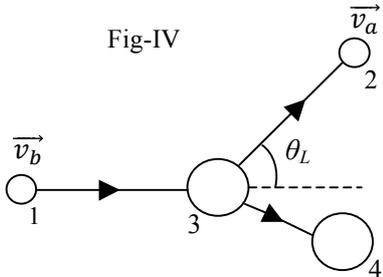
Dados do UO_2	1. Massa molar $M_w = 0,270 \text{ kg mol}^{-1}$	2. Densidade $\rho = 1,060 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$
	3. Ponto de fusão $T_m = 3,138 \times 10^3 \text{ K}$	4. Condutividade térmica $\lambda = 3,280 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

A1	<p>Considerar a seguinte reação de fissão de um núcleo estacionário de ^{235}U após a absorção de um neutrão de energia cinética desprezável:</p> $^{235}\text{U} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{94}\text{Zr} + ^{140}\text{Ce} + 2 ^1_0\text{n} + \Delta E$ <p>Estimar a energia total libertada na fissão, ΔE (em MeV). As massas nucleares são: $m(^{235}\text{U}) = 235,044 \text{ u}$; $m(^{94}\text{Zr}) = 93,9063 \text{ u}$; $m(^{140}\text{Ce}) = 139,905 \text{ u}$; $m(^1_0\text{n}) = 1,00867 \text{ u}$ e $1 \text{ u} = 931,502 \text{ MeV } c^{-2}$. Ignorar o desequilíbrio de carga. ($1 \text{ MeV} = 1,602 \times 10^{-13} \text{ J}$)</p>	0,8
A2	Estimar N , o número de átomos de ^{235}U por unidade de volume no UO_2 natural.	0,5
A3	Assumir que a densidade de fluxo de neutrões no combustível é uniforme e igual a $\phi = 2,000 \times 10^{18} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$. A secção eficaz de fissão (a área efetiva do núcleo alvo) do núcleo de ^{235}U é $\sigma_f = 5,400 \times 10^{-26} \text{ m}^2$. Se 80,00% da energia libertada na fissão ficar disponível sob a forma de calor, estimar Q (em W m^{-3}), a taxa de produção de calor na barra por unidade de volume.	1,2

A4	Quando é atingido o regime estacionário, pode-se escrever a diferença de temperatura entre o centro (T_c) e a superfície (T_s) da barra como $T_c - T_s = k F(Q, a, \lambda)$, onde $k = 1/4$ é uma constante adimensional, a é o raio da barra e λ é a condutividade térmica do UO_2 . Obter $F(Q, a, \lambda)$ por análise dimensional.	0,5
A5	A temperatura desejável do fluido de refrigeração é $5,770 \times 10^2$ K. Estimar o limite superior, a_u , do raio a da barra.	1,0

B O Moderador

Considerar a colisão elástica bidimensional entre um neutrão de massa $1 u$ e um átomo moderador de massa $A u$ (u =unidade de massa atômica). Antes da colisão, todos os átomos do moderador podem ser considerados em repouso no referencial do laboratório (RL). Sejam \vec{v}_b e \vec{v}_a as velocidades do neutrão no RL antes e depois da colisão, respectivamente. Seja \vec{v}_m a velocidade do referencial do centro de massa (RCM) no RL e seja θ o ângulo de dispersão do neutrão no RCM. Todas as partículas envolvidas em colisões movem-se com velocidades não-relativistas.

B1	<p>A colisão, tal como é vista no RL, está representada na Fig. IV. θ_L é o ângulo de dispersão do neutrão neste referencial. Esboçar um esquema da colisão no RCM. Indicar no esquema o ângulo θ e as velocidades das partículas. Para as partículas 1, 2 e 3, as velocidades devem ser escritas em função de \vec{v}_b, \vec{v}_a e \vec{v}_m.</p>  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p style="text-align: center;"><i>Colisão vista no RL</i></p> <p>1-Neutrão antes da colisão 2-Neutrão depois da colisão 3-Átomo Moderador antes da colisão 4-Átomo Moderador depois da colisão</p> </div>	1,0
B2	Obter, em função de A e v_b , as velocidades do neutrão (v) e do átomo moderador (V) no RCM, depois da colisão.	1,0
B3	Deduzir uma expressão para $G(\alpha, \theta) = E_a/E_b$, onde E_b e E_a são, respectivamente, a energia cinética do neutrão antes e depois da colisão, no RL, e $\alpha \equiv [(A - 1) / (A + 1)]^2$.	1,0
B4	Assumir que a expressão acima é válida para a molécula D_2O . Calcular $f_l \equiv \frac{E_b - E_a}{E_b}$, a fração máxima de energia que o neutrão pode perder ao colidir com o moderador D_2O ($20 u$).	0,5

C O Reator Nuclear

Para operar o RN com um fluxo de neutrões constante ψ (regime estacionário), a fuga de neutrões tem de ser compensada pela produção, no reator, de neutrões em excesso. Num reator com geometria cilíndrica, a taxa de fuga é $k_1 [(2,405/R)^2 + (\pi/H)^2] \psi$ e a taxa de produção em excesso é $k_2 \psi$. As constantes k_1 e k_2 dependem das propriedades do material do RN.

C1	Considerar um RN com $k_1 = 1,021 \times 10^{-2} \text{ m}$ e $k_2 = 8,787 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$. A taxa de fuga deve ser minimizada, mantendo o volume constante, de modo a utilizar eficientemente o combustível. Obter as dimensões ótimas deste RN, assumindo que ele está a operar em regime estacionário.	1,5
C2	Os tubos de combustível estão dispostos numa rede quadrada (Fig-III). A distância entre os vizinhos mais próximos é $0,286 \text{ m}$ e o seu raio é $3,617 \times 10^{-2} \text{ m}$. Estimar o número F_n de tubos de combustível no reator e a massa M de UO_2 requeridos para operar o RN em regime estacionário.	1,0

Pergunta	Resposta	Pontos
A1	$T_s =$	0,3
A2	$P_{in} =$	0,3
A3	$n_\gamma(v) =$	0,2
A4	$P_{out} =$	1,0
A5	$\eta =$	0,2
A6	<p>Gráfico de η em função de x_g</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Declive a $x_g = 0$: _____</p> <p>Declive a $x_g \rightarrow \infty$: _____</p> </div> </div>	1,0
A7	$x_0 =$ $\eta(x_0) =$	1,0
A8	$\eta_{Si} =$	0,2
A9	$\Omega =$	0,3
A10	$\tau_{KH} =$	0,5

Código do
Participante

--	--	--	--	--	--

A

T-1

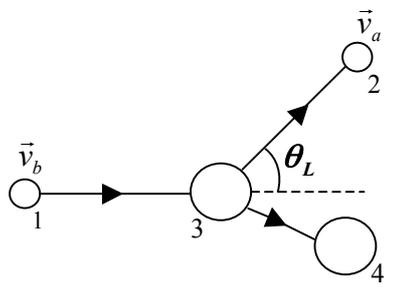


Página N.º. 2 de 2

B1	$\Phi_\nu =$	0,6
B2	$f =$	0,4
B3	$E_{\text{imparted}} =$	2,0
B4	$V_{\text{Be}} =$ $T_c =$	2,0

Pergunta	Resposta	Pontos
A1	$v_2 =$	0,2
A2	$v_2 =$	0,3
A3	$A(\alpha) =$ $v_1/v_2 =$	1,0
B1		0,5
B2	$dy/dx =$	1,5
B3	$x =$	1,2
B4	$x_0 =$	0,8
C1	$\Delta\varphi =$	0,6
C2	$\Delta\varphi_{CD} =$	1,2

D1	$U_1 =$	0,3
D2	$\beta =$	0,8
D3	$\Delta y =$	1,2
D4	$I_{\min} =$	0,4

Pergunta	Resposta	Pontos
A1	$\Delta E =$	0,8
A2	$N =$	0,5
A3	$Q =$	1,2
A4	$T_c - T_s =$	0,5
A5	$a_u =$	1,0
B1	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Referencial do Laboratório</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Referencial do Centro de Massa</p> </div> </div>	1,0

--	--	--	--	--	--

B2	$v =$	$V =$	1,0
B3	$G(\alpha, \theta) =$		1,0
B4	$f_i =$		0,5
C1	$R =$	$H =$	1,5
C2	$F_n =$	$M =$	1,0