3ª fase – Prova Teórica

Prova para alunos do 3º ano

LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES ABAIXO:

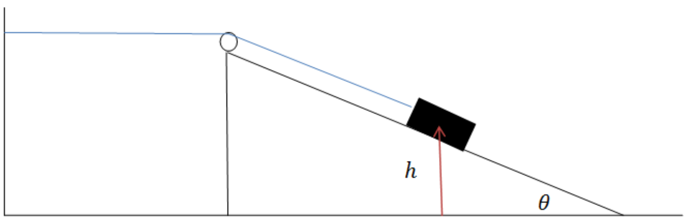
01) Esta prova destina-se exclusivamente a alunos do 3º ano do ensino médio. Ela contém **oito** questões. Cada questão tem valor de 10 pontos e a prova total 80 pontos.

02) O **Caderno de Resoluções** possui instruções que devem ser lidas cuidadosamente antes do início da prova.

03) Todos os resultados numéricos devem ser expressos em unidades no Sistema Internacional caso não seja indicado na questão.

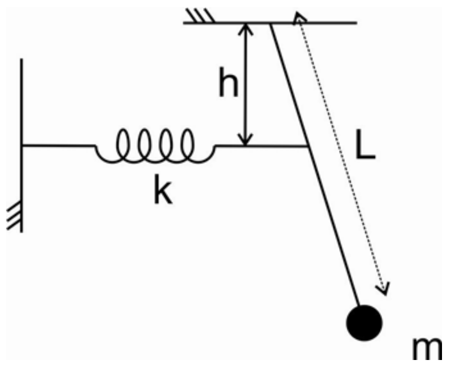
04) A duração desta prova é de **quatro** horas, devendo o aluno permanecer na sala por **no mínimo noventa(90) minutos**. Use quando necessário g=10 m/s^2 como aceleração gravitacional.

Questão 1 - Considere um plano inclinado (uma cunha) de massa M e ângulo de inclinação θ que pode deslizar sem atrito sobre o chão. Um pequeno bloco de massa m também pode deslizar sem atrito sobre a superfície do plano inclinado. Além disso, o bloco está preso por uma corda, que passa por uma polia no vértice superior da cunha, e que está amarrada a uma parede, conforme ilustra a seguinte figura.



O trecho de corda entre a polia e a parede é horizontal.
O bloco é então solto, a partir do repouso, de uma altura h em relação ao solo. Calcule a velocidade da cunha quando o bloco chegar ao chão em função de m, M, h, θ e g (a gravidade local).

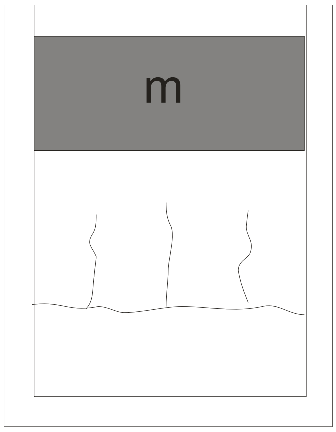
Questão 2 - Um pêndulo é formado por uma haste rígida (de massa desprezível e comprimento l) e uma massa m presa em sua extremidade inferior. Ele pode oscilar livremente em torno do seu ponto de suspensão e a gravidade local é g. Prende-se uma mola de constante elástica k a uma distancia h abaixo do ponto de suspensão.



Suponha que a mola mantenha-se sempre horizontal (isto é, podemos imaginar que a mola seja muito longa) e que ela se encontre relaxada quando o pendulo estiver vertical.

a) Calcule o período de pequenas oscilações do pendulo, em torno de sua posição de equilíbrio. Assuma que o movimento esteja restrito ao plano da mola-haste.
b) E se a haste também tivesse uma massa m' homogeneamente distribuída, como isso entraria na expressão para o período?

Questão 3 - Um cilindro de paredes condutoras térmicas possui um embolo de massa *m* bem ajustado (mas sem atritos), cuja secção de área transversal é S. O cilindro contem água e vapor à temperatura T = 100°C, ou seja, estão na temperatura de condensação.



Observa-se que o embolo cai vagarosamente à velocidade constante v porque alguma quantidade de calor flui através das paredes do cilindro, fazendo com que um pouco de vapor se condense continuamente. A densidade de vapor no interior do recipiente é ρ.

a) Calcule a taxa de condensação do vapor e a variação de massa de vapor por unidade de tempo, em termos dos parâmetros dados no problema.
b) A que taxa o calor flui para fora do cilindro? Dê o resultado em função do calor de condensação L da água e dos outros dados do problema.
c) Qual a taxa de variação da energia interna do vapor? O calor específico molar a volume constante da água é C_v e sua massa molar é M.
d) Qual a taxa de variação da energia interna da água líquida?

Questão 4 – Há um copo de água em contato com o ambiente, e ambos se encontram a uma temperatura T_0.

a) Mostre, usando o conceito de entropia (e a segunda lei da termodinâmica), que não é natural ver a água do copo variar sua temperatura e resolver se manter em equilíbrio a uma temperatura diferente de T_0.

Dicas: A variação de entropia associada à variação de temperatura de uma massa m de um corpo com calor específico c, que vai de uma temperatura T_0 até T é

$$\Delta S = mc\, ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$$

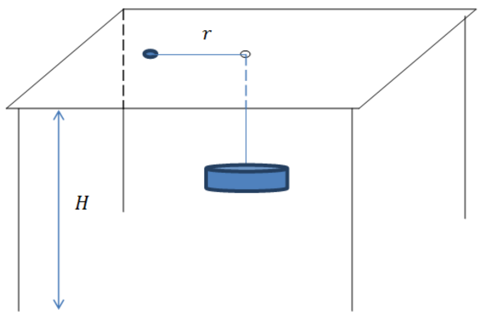
Onde *ln* é o logaritmo natural.

Voce pode usar também a desigualdade $\ln(1+x) < x$, para todo $x > 1$ e diferente de 0.

b) Dois corpos em contato térmico se encontram isolados do resto do universo. Eles possuem massas e calores específicos m_1, c_1 e m_2, c_2, com os índices (1, 2) se referindo a cada corpo. Se ambos estão na mesma temperatura T_0, mostre que não é esperado que eles troquem calor e se equilibrem (termicamente) em temperaturas diferentes.

Dica: use que $(1+x)^n \approx 1 + nx$, se x<<1

Questão 5 – Uma mesa, com sua superfície a uma altura H do chão, tem um orifício em seu centro. Uma partícula de massa m é presa a um corpo suspenso de massa M por uma corda de comprimento l > H que passa pelo orifício.



A partícula pode se mover sem atrito pela superfície da mesa (e também não há atritos entre a corda e o orifício). É dada à partícula uma velocidade angular ω em torno do orifício (sem nenhuma componente radial de velocidade).

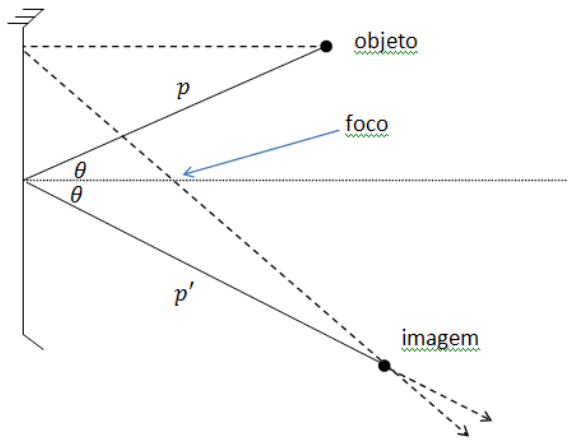
a) Sendo r a distancia da partícula até o orifício, calcule o raio de equilíbrio r = r_0 para o qual o corpo de massa M fica parado. Expresse o r_0 em termos M, m, ω e g, a gravidade local.

b) Calcule a freqüência de pequenas oscilações radiais da partícula em torno de r_0. Imagine que inicialmente a partícula se encontrava em movimento circular em r_0 e com velocidade angular ω_0 quando uma pequena perturbação radial fez com que ela começasse a oscilar.

Você pode precisar usar que $(1 + x)^n \approx 1 + nx$ se x<<1.

c) Considere que a partícula esteja inicialmente a uma distancia r do orifício, com uma velocidade angular ω. O sistema é então solto de modo que o corpo M desça naturalmente até o chão, isto é, suponha que $l - H > r_0$. Qual será a nova velocidade angular ω' da partícula nessa nova situação? Expresse o resultado em função dos parâmetros básicos do problema.

Questão 6 – Vamos determinar a posição da imagem formada por um espelho esférico (gaussiano) quando o objeto não se encontra sobre seu eixo principal, isto é, a linha normal ao espelho em seu centro.

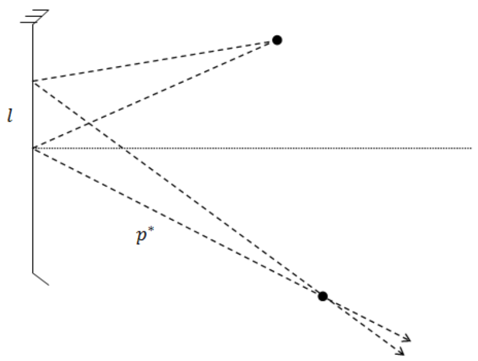


Sendo p a distancia do objeto ao centro do espelho e θ o ângulo com relação ao eixo principal, e este suficientemente pequeno, para que as aproximações do espelho gaussiano continuem validas. Considerando os raios ilustrados na figura acima vemos que se uma imagem bem definida se formar, ela deve estar no plano da figura e seu ângulo com relação ao eixo principal deve ser o mesmo θ.

a) Sendo f a distancia focal do espelho, prove usando os dois raios ilustrados (um que passa pelo centro e outro paralelo ao eixo principal) que p', a distancia da imagem até o centro do espelho, deve obedecer a relação:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{cos\theta}{f}$$

b) Vamos considerar agora outros raios que saem do corpo, para verificar se a imagem será bem definida, isto é, se todos os raios convergem para ela. No entanto, limitemo-nos ao plano da figura acima, pois fica mais complicado mostrar isso para raios fora do plano. Há um raio que sai do corpo e atinge o espelho, a uma distancia l acima de seu centro, e se encontra com o raio que passava pelo centro a uma distancia p^* do centro do espelho, conforme a seguinte figura



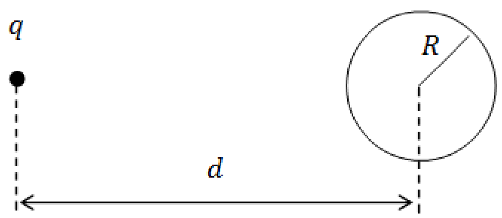
Mostre que $p^* = p'$, isto é, todos os raios, independentemente de l, convergem para o mesmo ponto.

c) Quando há um corpo extenso sobre o eixo principal, tal como uma vela, costuma-se considerar que a imagem de um ponto superior forma-se justamente acima da imagem de um ponto na base, isto é, uma vela posta verticalmente com a base sobre o eixo principal forma uma imagem também vertical.

Prove, a partir da relação obtida no item *a*, que esta consideração é verdadeira, isto é, a posição *horizontal* (paralela ao eixo principal) da imagem pode ser tratada como se o objeto estivesse sobre o eixo. Conseqüentemente ter-se-ia que a imagem de uma vela vertical seria, de fato, vertical.

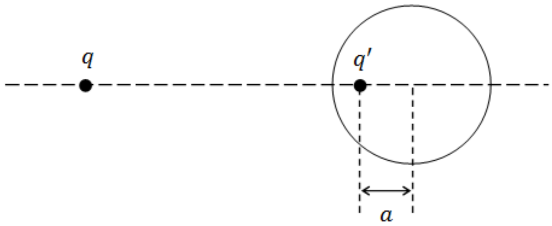
d) Se um feixe de raios paralelos incide no espelho paralelamente ao eixo principal, então o feixe converge para um ponto sobre o eixo, chamado *foco*. Caso o feixe forme um ângulo θ, suficientemente pequeno, com o eixo, mostre que os raios convergem para um ponto contido no plano perpendicular ao eixo e que passa pelo foco e calcule a distancia entre este ponto F' e o foco F. Este plano é chamado de *plano focal*. Dê o resultado em termos de θ e f.

Questão 7 – Considere uma carga puntiforme q separada de uma distancia d do centro de uma esfera metálica de raio R, conforme a figura abaixo.



Para, por exemplo, encontrar os campos elétricos em cada ponto, gerados pela configuração acima, poder-se-ia determinar a distribuição de cargas na superfície do condutor (devido à presença de q) e considerar que o campo em cada ponto é a soma do campo de q com as contribuições de cada elemento de carga sobre a superfície da esfera. Mas isso parece ser um tanto complicado! Um método muito poderoso, chamado *método das imagens*, pode ser muito eficiente para resolver problemas como esse. De acordo com este método, dado um objeto condutor carregado com uma carga Q, podemos remover essa carga de sua superfície e deixar de considerar a existência do condutor, redistribuindo tal carga dentro do espaço contido por sua superfície, desde que essa superfície continue equipotencial. Neste caso, o campo elétrico em qualquer ponto externo ao condutor, gerado pela distribuição de cargas na sua superfície é idêntico ao gerado por essa nova distribuição de *cargas imagens*. O caminho inverso também é válido, ou seja, tendo uma distribuição de cargas dentro de uma superfície (imaginária) equipotencial, podemos dizer que, se no lugar dessa superfície fosse colocado uma casca condutora (ou mesmo um condutor maciço) e essa carga interna fosse "injetada" na casca, então os campos externos (à superfície) permaneceriam inalterados. Assuma que o meio seja o vácuo ($\varepsilon = \varepsilon_0$).

a) Suponha que a esfera condutora esteja aterrada, isto é, seu potencial seja nulo. Neste caso apenas uma carga imagem q' será necessária e, pela simetria, pode-se ver que ela deve estar contida na reta que liga a carga q com o centro da esfera.



Calcule então q' (o seu valor) e sua posição (distancia *a* até o centro da esfera). Expresse os resultados em termos dos parâmetros básicos deste problema, isto é, q, R e d.

b) Considere agora que a esfera esteja neutra e isolada. Com que força a carga q atrai a esfera? Expresse-a em termos dos mesmos parâmetros.

Questão 8 – Segundo a teoria da Relatividade de Einstein um elétron relativístico tem uma massa de repouso m_0 e uma massa inercial *m* definida pela seguinte equação:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

onde *v* é a velocidade do elétron relativa a um referencial inercial e *c* a velocidade da luz no vácuo. Esta equação implica que o elétron em movimento tem uma massa que depende da sua velocidade!

a) Escreva a energia cinética Newtoniana para o elétron usando o momento relativístico da teoria de Einstein em função de m_0, *v e c.*

b) Segundo a teoria da Relatividade de Einstein a energia total de um elétron é dada por:

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2,$$

onde p é o momento relativístico da partícula. Qual a diferença entre a energia do elétron na teoria de Newton e a relativística?

ESPAÇO RESERVADO PARA RASCUNHO