SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA 2019

3ª FASE - 26 DE OUTUBRO DE 2019

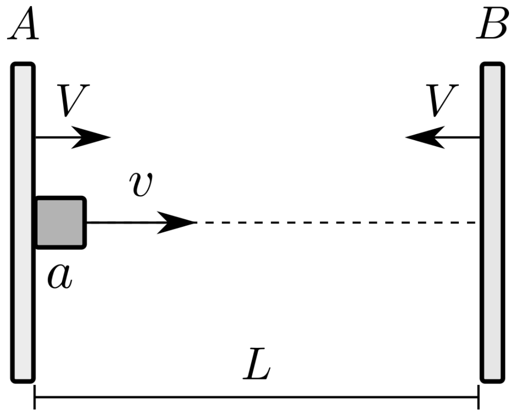
NÍVEL II
Ensino Médio
1ª e 2ª séries

LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES:

1. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos da **1ª e 2ª séries do nível médio.** Ela contém **doze** questões. Cada questão tem valor de 10 pontos e a prova um total de 80 pontos (máximo de oito questões respondidas).
2. Todas as respostas devem ser justificadas.
3. Os alunos da **1ª série** podem escolher livremente oito questões para responder. Alunos da **2ª série** podem responder apenas as oito questões não indicadas como *exclusivas para alunos da 1ª série*.
4. O **Caderno de Respostas** possui instruções que devem ser lidas cuidadosamente antes do início da prova.
5. A menos de instruções específicas contidas no enunciado de uma questão, todos os resultados numéricos devem ser expressos em unidades do Sistema Internacional (SI).
6. A duração da prova é de **quatro** horas, devendo o aluno permanecer na sala por **no mínimo sessenta minutos.**
7. Se necessário e salvo indicação em contrário, use: $\sqrt{2} = 1{,}4$; $\sqrt{3} = 1{,}7$; $\sqrt{5} = 2{,}2$; $\text{sen}(30°) = 0{,}50$; $\cos(30°) = 0{,}85$; $\text{sen}(45°) = 0{,}70$; $\text{sen}(15°) = 0{,}26$; $\cos(15°) = 0{,}97$; $\pi = 3{,}0$; densidade da água $= 1{,}0\ \text{g/cm}^3$; 1 cal $= 4{,}2$ J; calor específico da água líquida $= 1{,}0\ \text{cal}\,\text{g}^{-1}\,\text{K}^{-1}$; calor latente de fusão da água $= 80\ \text{cal}\,\text{g}^{-1}\,\text{K}^{-1}$; calor latente de vaporização da água $= 540\ \text{cal}\,\text{g}^{-1}\,\text{K}^{-1}$; número de Avogadro $= 6 \times 10^{23}$; constante de Boltzmann $1{,}4 \times 10^{-23}$ J/K; constante de gravitação universal $6{,}7 \times 10^{-11}\ \text{m}^3\,\text{kg}^{-1}\,\text{s}^{-2}$; massa da Terra $6{,}0 \times 10^{24}$ kg; raio da Terra $6{,}4 \times 10^6$ m e aceleração da gravidade $= 10\ \text{m/s}^2$.

Questão 1 (exclusiva para alunos da 1a série). Um estudante observa que sua família, por comodidade, prefere secar as roupas em uma máquina elétrica ao invés de pendurá-las no varal, onde o clima em geral seco de sua região, as secaria sem custo. Para estimar o gasto mensal com a máquina de secar, o estudante seleciona uma amostra representativa das roupas da casa que, quando secas, têm massa 8,00 kg e, quando úmidas (logo após lavadas e torcidas ou centrifugadas, ou seja, prontas para ir para o varal ou secadora), têm massa de 15,00 kg. Considerando que, na máquina, o calor usado para secar a roupa vem da eletricidade, estime o custo mensal para secar as roupas na secadora sabendo que em média, por mês, são lavados 120 kg de roupas e o custo do energia elétrica na região é de R$ 0,85/kWh.

Questão 2 (exclusiva para alunos da 1a série). Um aluno de física está estudando simulações computacionais e faz um aplicativo no qual um pequeno quadrado, de lado $a = 4$ mm, se move retilineamente na região entre duas paredes também móveis. O quadrado tem velocidade de módulo constante $v = 4$ mm/s e, ao colidir com as paredes, inverte imediatamente o sentido de seu movimento. As paredes se movem com velocidades de módulo $V = 1$ mm/s constantes, porém a parede A se move para direita e a parede B para a esquerda. A figura abaixo, fora de escala, representa o sistema no início da simulação, instante $t_0 = 0$, no qual a distância entre as paredes é $L = 36$ mm e o quadrado está em contato com a parede A. A simulação termina no instante em que o quadrado entra em contato simultâneo com as duas paredes e, portanto, não pode mais se mover. (V e v são medidas em relação à tela do computador.)



(a) Determine intervalo de tempo de duração de uma simulação Δt_{sim}.

(b) Seja Δt_n, $n = 1,2,3,\ldots$, o intervalo entre dois contatos sucessivos do quadrado com as paredes (Δt_1, é o intervalo de tempo para a primeira colisão, Δt_2 é o intervalo de tempo entre a primeira e segunda colisões, etc). Obtenha uma expressão geral para Δt_n em função de n e dos demais parâmetros do problema.

(c) Use os resultados dos dois itens anteriores e mostre que o intervalo de tempo da simulação pode também ser obtido pela soma dos intervalos de tempo entre colisões sucessivas, ou seja, $\Delta t_{sim} = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta t_n$.

Questão 3.

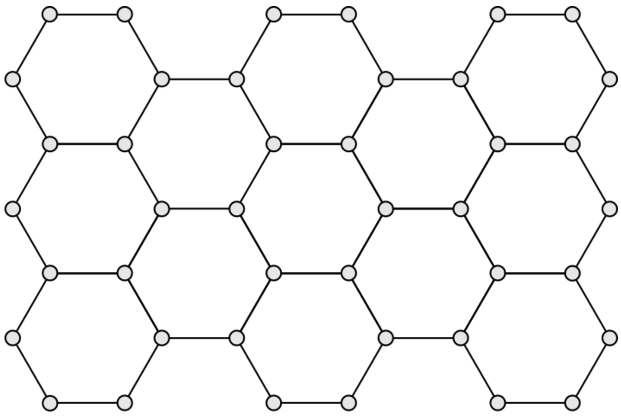
Cientistas da Inglaterra descobriram que a penugem de certas mariposas absorvem 84% do som incidente. De acordo com os pesquisadores o tegumento das mariposas funciona como uma camuflagem acústica para os cliques ultrassônicos de morcegos caçadores de insetos. (Adaptado de www.physicsworld.com/ /a/moths-use-acoustic-camouflaging-fur-to-evade-bats/, acesso 30/11/2018.)

Considere uma espécie de morcego que consegue ecolocalizar (detectar) presas que não têm defesa passiva, isto é, que refletem totalmente o som incidente, até no máximo 8 m. Determine, para esses morcegos, o alcance de ecolocalização das mariposas que dispõem dessa camuflagem acústica. Em suas considerações, assuma que as ondas sonoras se propagam esfericamente.

Questão 4 (exclusiva para alunos da 1a série). Konstantin S. Novoselov, na cerimônia de entrega do prêmio Nobel de Física de 2010 que ganhou, juntamente com Andre Geim, iniciou sua palestra dizendo:

> Muito parecido com o mundo descrito no romance "Planolândia: Um Romance em Muitas Dimensões", de E. A. Abbot, o grafeno é muito mais do que apenas um cristal plano. Ele possui um número de propriedades incomuns que são frequentemente únicas ou superiores às de outros materiais. (Traduzido e adaptado de www.nobelprize.org/uploads/2018/06/novoselov_lecture.pdf.)

O Grafeno é um cristal bidimensional formado por átomos de carbono localizados nos vértices de uma rede hexagonal, conforme representado na figura abaixo. Entre as inúmeras propriedades da "Planolândia", o grafeno é o material mais resistente já testado. Um metro quadrado de grafeno, com a espessura de um só átomo!, consegue sustentar um peso de 40 N (de um gato). Considerando que a distância entre dois átomos de carbono no grafeno é $a = 1{,}4 \times 10^{-10}$ m (1,4 Å) e que a massa molar do carbono é 12 g/mol, determine aproximadamente a massa de uma película de grafeno de 1 m^2.

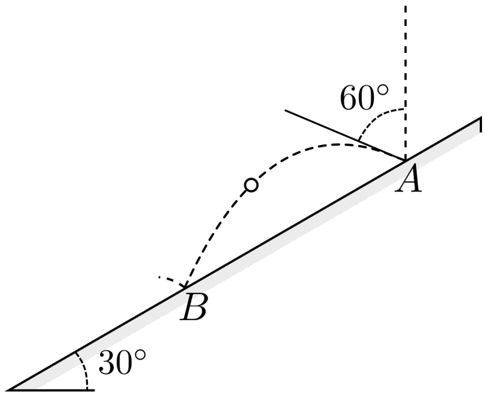


Questão 5. Muito antes da existência dos atuais refrigeradores, alguns povos antigos desenvolveram uma técnica para a produção de gelo. Em uma noite sem luar, na qual a temperatura é de 5 °C, é possível obter gelo ao colocar uma certa quantidade de água sobre um recipiente de área de 35 cm^2, devidamente isolado em sua base, por exemplo com palha, e deixando-o exposto por aproximadamente 6 horas. Esse fenômeno é explicado pelas trocas de energia por radiação térmica entre o corpo e o céu noturno. Em regiões desérticas onde essa técnica é usada, sob certas condições climáticas, o céu pode ser considerado aproximadamente um corpo negro de temperatura −20 °C. Considere que a taxa com que um corpo troca energia por irradiação com um meio que se comporta como um corpo negro de temperatura T_n é dada por

$$P = e\sigma A(T^4 - T_n^4)$$

onde $\sigma = 5{,}7 \times 10^{-8}$ W/m^{2}K^4 é a constante de Stefan, e é a emissividade do corpo, A é área pela qual a energia é irradiada e T sua temperatura. Determine a quantidade de gelo, em gramas, obtida na situação descrita acima, considerando que o sistema (conteúdo do recipiente) troca energia apenas com o céu noturno. (Assuma que a emissividade da água é 0,9.)

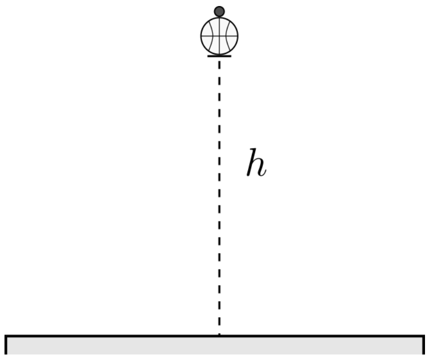
Questão 6 (exclusiva para alunos da 1a série). Uma bola cai verticalmente sobre um plano inclinado de 30° e, ao colidir com ele no ponto A, é lançada em uma direção que forma um ângulo de 60° com a vertical, conforme indicado na figura abaixo. A bola atinge novamente o plano inclinado no ponto B, que está a uma altura 2,00 m abaixo de A. Determine (a) o intervalo de tempo que a bola demora para ir de A a B e (b) a intensidade da velocidade da bola em B.



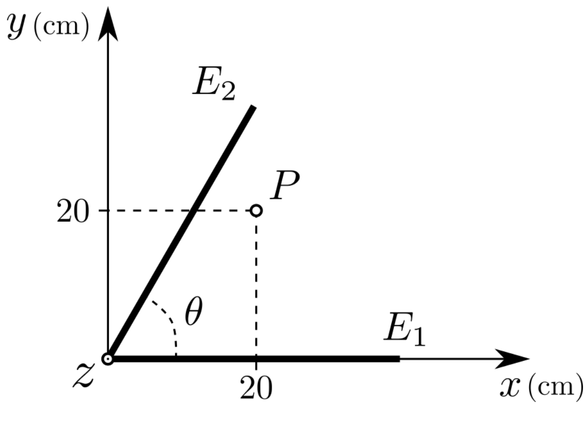
Questão 7. A destreza com que os vaqueiros movimentam as cordas em rodeios é fascinante. Uma manobra bastante conhecida é quando o vaqueiro movimenta a uma corda que contém um laço em sua extremidade que executa um movimento praticamente circular paralelo a um plano horizontal. A mecânica envolvida na explicação desse fenômeno é igualmente fascinante, porém demasiadamente complexa para ser abordada aqui. Ao invés disso, você deve considerar o laço isoladamente, ou seja, um aro circular que gira em um plano horizontal na ausência da gravidade (ou equivalentemente que gira em um plano horizontal liso sem atrito). Suponha que o centro de massa do aro está em repouso e que um ponto do aro tem velocidade tangencial v_0. Demonstre que a velocidade de propagação das ondas nesse laço é v_0.

Questão 8. Por que o campo gravitacional da Terra consegue reter o oxigênio de nossa atmosfera mas, o hidrogênio, apesar de ser o elemento mais abundante do universo, se capturado, é posteriormente perdido para o espaço exterior? Esse fenômeno pode ser explicado, em parte, comparando as velocidades típicas das moléculas de O_2 (massa molar 16 g/mol) e H_2 (massa molar 2 g/mol) na parte superior da atmosfera com a velocidade v_e que um partícula deve ter para escapar do campo gravitacional da Terra. (a) A partir de considerações sobre a energia potencial gravitacional, determine v_e. (b) Supondo que na parte superior da atmosfera a temperatura é de aproximadamente 200 K, estime as velocidades típicas das moléculas de O_2 e H_2. (c) Responda a questão inicialmente proposta.

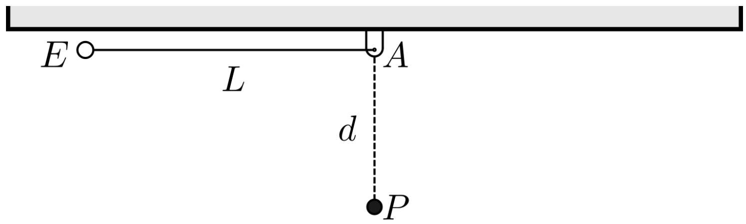
Questão 9. Uma bola de basquete pode ser usada para impulsionar uma bola de tênis a uma altura surpreendente. A figura abaixo, fora de escala, representa a configuração inicial de um sistema formado por uma bola de tênis, raio $r = 3{,}00$ cm e massa $m = 50{,}0$ g, que está apoiada sobre uma bola de basquete, raio $R = 12{,}0$ cm e massa 500 g, cuja base está a uma altura $h = 1{,}50$ m acima de um piso horizontal liso. Determine a máxima altura que o centro de cada bola atinge após serem abandonadas do repouso. Considere que a colisão da bola de basquete com o piso é instantânea, de modo que, efetivamente, a bola de basquete em ascenção colide com a bola de tênis enquanto essa está descendo e que todas as colisões são perfeitamente elásticas. (As especificações das bolas são aproximadas e não estão, necessariamente, nos intervalos aceitos oficialmente em cada modalidade esportiva.)



Questão 10. Na figura abaixo, E_1 e E_2 representam a vista superior de dois espelhos planos, dispostos em forma de cunha, que formam um ângulo de $\theta = 60°$ entre si. Note que o eixo x do sistema cartesiano passa pelo plano de um dos espelhos e o eixo z (saindo do papel) passa pela aresta onde os espelhos se tocam. No ponto P, entre os espelhos, está localizado um pequeno objeto. (a) Quantas imagens desse objeto são formadas por esse arranjo de espelhos? (b) Determine a área da figura convexa (sem concavidades) formada pelo objeto e todas suas imagens.



Questão 11. Uma pequena esfera metálica E está pendurada por um fio ideal inextensível de comprimento L a um eixo A fixado no teto. Imediatamente abaixo de A, a uma distância $d < L$, há um pequeno pino fixo P, cilíndrico e de superfície lisa. A figura abaixo mostra a configuração inicial do sistema. Determine a relação que L e d devem satisfazer para que a esfera, após abandonada do repouso em sua posição inicial, cruze a linha imaginária entre A e P.



Questão 12. Um prumo é um instrumento usado determinar a direção vertical em determinado ponto. Em cada ponto da Terra, a direção do zênite é dada pela linha imaginária que liga o ponto ao centro da Terra. Devido à rotação da Terra, a linha do prumo é, em geral, ligeiramente desviada em relação à direção do zênite. Na figura abaixo, o laboratório hipotético A está localizado exatamente sobre o polo Norte. O conjunto formado por fios ideais, um dinamômetro e uma massa m, pendurado num ponto fixo do teto, funciona como um prumo. Na posição do laboratório A, a linha do zênite é indicada pelo eixo z e vemos que coincide com a linha do prumo, que está sendo tensionada por uma tração T. O laboratório hipotético B está localizado em uma cidade costeira exatamente sobre o paralelo 30° de latitude sul. Nesse laboratório, a direção do zênite é indicada pelo eixo z' e é pendurado um prumo exatamente igual ao anterior. No laboratório B, a linha de prumo é tencionada por uma tração T' e sua direção está desviada da direção do zênite por um ângulo θ, que está representado, fora da escala, na figura abaixo. Determine (a) o ângulo θ e (b) o desvio relativo de T' em relação à T, ou seja $(T' - T)/T$. (c) Qual a orientação do eixo x' representado na figura em relação aos pontos cardeias do laboratório B? Considere a Terra esférica, com raio $R_T = 6400$ km.