

# Lista - Análise de dados

Gabriel Hemétrio

## Orientações Gerais

- Os problemas desta lista são designados para treino das habilidades de análise de dados para a etapa de Barra do Piraí e dos treinamentos de Vinhedo;
- O gabarito dessa lista e outras listas de exercícios podem ser encontrados [aqui](#);
- Por fim, você pode me contatar diretamente pelo email [gabrielhemetrio@gmail.com](mailto:gabrielhemetrio@gmail.com);

### Problema 1. Modelando um Pulsar

Jocelyn Bell Burnell, astrônoma britânica, foi a primeira pessoa a observar a relação entre o brilho e o período de pulsar. Após várias observações, ela determinou uma relação logarítmica entre a magnitude absoluta e o período de oscilação de um pulsar; marco que foi importantíssimo para o cálculo de distâncias na astronomia. Nessa questão, iremos repetir os procedimentos que foram feitos por ela e obter a equação que relaciona a magnitude absoluta de um pulsar e seu respectivo período.

#### Parte A - Modelamento Teórico

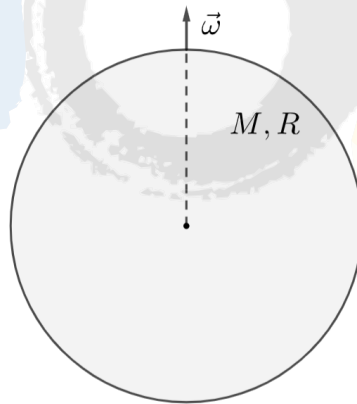


Figura 1: Esquema de um Pulsar

Considere um pulsar como uma esfera massiva e homogênea de massa  $M$  e  $R$  rotacionando à uma velocidade angular  $\omega$ . Ela é preenchida por gás ideal de coeficiente de Poisson  $\gamma$ . Quando perturbado do equilíbrio, o pulsar começa a apresentar oscilações radiais. Analisando a energia do sistema, podemos obter o valor do período de oscilações do pulsar e, conseqüentemente, encontrar uma expressão para sua magnitude absoluta. Para isso, acompanhe os próximos itens.

- a) Escreva uma expressão para a auto energia potencial gravitacional do pulsar  $U_G$ .
- b) Podemos considerar que o pulsar se comporta como um corpo rígido ao rotacionar. Sabendo disso, encontre uma expressão para a sua energia cinética de rotação  $U_R$  em função de  $M$ ,  $R$  e  $L$ , em que  $L$  é seu momento angular.
- c) Após uma pequena perturbação, o pulsar começa a oscilar radialmente. Com base nisso, estime a energia cinética de oscilações radiais do pulsar  $U_K$ , em função de  $M$  e  $\dot{R}$ .
- d) Escreva uma expressão para a energia total do sistema em função de  $M$ ,  $R$ ,  $\dot{R}$  e  $p$ , em que  $p$  é a pressão do gás.
- e) Sabe-se que energia total do sistema é conservada e que as transformações do gás no pulsar são adiabáticas. Assim, escreva a equação de movimento do pulsar em função  $M$ ,  $R$ ,  $L$  e  $p$  e encontre a condição de equilíbrio.
- f) Já para pequenas perturbações  $\Delta R \ll R$  do equilíbrio, mostre em que condições o pulsar irá oscilar em um MHS.
- g) Para o caso em que  $\omega^2 = \frac{GM}{R^3}$  e considerando que  $\gamma = \frac{7}{3}$ , calcule o período  $P$  de oscilações radiais do pulsar.
- h) Por fim, utilizando a Lei de Stefan Boltzmann, para o caso do item anterior, calcule a potência média irradiada pelo pulsar e mostre que a magnitude absoluta do pulsar depende do logaritmo de seu período de oscilação, ie:

$$M = a + b \log P$$

### Parte B - Estudo Experimental

Após diversas observações, foram obtidos diversos dados relacionando a magnitude absoluta de um pulsar e seu período, podendo ser conferidos na Tabela 1.

Tabela 1: Relação Magnitude-Período de um Pulsar

M (mag)	$\sigma_M(mag)$	P (dias)	$\sigma_P(dias)$
-4.495	0.000	12.005	0.002
-4.134	0.001	9.052	0.001
-3.157	0.002	4.003	0.000
-3.835	0.001	7.006	0.002
-4.466	0.002	12.009	0.009
-5.369	0.000	24.759	0.030
-4.380	0.000	11.010	0.005
-2.759	0.001	3.004	0.001
-4.583	0.005	12.192	0.007
-2.274	0.004	2.001	0.001

- a) Em um gráfico milimetrado, plote os valores de  $M$  por  $P$ . Comente sobre a curva obtida.
- b) Em uma tabela, escreva os valores, e seus respectivos erros, de  $M$  por  $\log P$ .
- c) Plote os dados que você obteve no item anterior em um gráfico milimetrado. Trace a reta que melhor se ajusta aos pontos plotados.
- d) Com base no item anterior, encontre os valores, e seus respectivos erros, dos coeficientes  $a$  e  $b$  da equação obtida na Parte A, que relaciona o período e a magnitude absoluta de um pulsar.
- e) Astrônomos observaram um pulsar com magnitude aparente  $m = 21,0$  na galáxia C4R4NGU3J0 e obtiveram que seu período de oscilações era de  $P = (8,52 \pm 0,04)$  dias. Sabendo disso, calcule a distância  $d$  até C4R4NGU3J0 e seu respectivo erro.

