

# SIMULADO NOIC

## OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA

### 3ª Fase - 4 de fevereiro de 2023

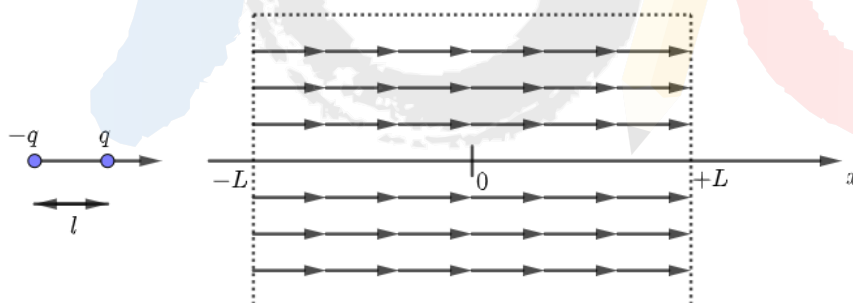
Nível 3  
Ensino Médio  
3ª e 4ª séries

Escrito por Akira Ito, Gabriel Hemétrio, Lucas Tavares, Vitória Bezerra, Rafael Ribeiro, Matheus Felipe R. Borges, e Ualype de Andrade

### LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES:

1. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos dos **3ª e 4ª séries do nível médio**. Ela contém **oito** questões. Cada questão tem valor de 10 pontos e a prova um total de 80 pontos.
2. Todos os resultados numéricos devem ser expressos em unidades no Sistema Internacional e seguindo as instruções específicas da questão.
3. A duração máxima desta prova é de **quatro** horas.
4. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use:  $\pi = 3,0$ ;  $\sqrt{2} = 1,4$ ;  $\sqrt{3} = 1,7$ ;  $\sqrt{5} = 2,2$ ;  $\sin 30^\circ = 0,50$ ;  $\cos 30^\circ = 0,85$ ;  $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 0,70$ ; aceleração gravitacional na superfície da terra  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; densidade da água líquida  $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$ .

**Questão 1.** Um dipolo consiste em duas cargas  $+q$  e  $-q$  separadas por uma distância fixa  $l$ . O dipolo tem massa  $m$  e é alinhado com o eixo  $x$  e lançado com velocidade  $v_0$  em direção a uma região de comprimento  $2L \gg l$ , que possui um campo elétrico.



Nessa região o campo elétrico aponta na direção positiva do eixo  $x$  e sua magnitude varia segundo a função

$$E(x) = E_0 \left( 1 - \frac{x^2}{L^2} \right)$$

Determine:

- a) A força no dipolo em função de  $q$ ,  $l$ ,  $L$ ,  $E_0$  e  $x$  (a coordenada do dipolo).
- b) O tempo necessário para o dipolo atravessar completamente a região, considerando que  $q = 2 \text{ mC}$ ,  $l = 0,5 \text{ cm}$ ,  $L = 10 \text{ m}$ ,  $E_0 = 1,0 \times 10^5 \text{ N/C}$ ,  $m = 20 \text{ g}$  e  $v_0 = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$ .

**Dica:** Pode ser interessante usar a seguinte aproximação:

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx, \quad |x| \ll 1$$

**Solução:**

a) Primeiramente, como o comprimento do dipolo é bem menor que o tamanho da região, desconsideraremos o tempo para o dipolo entrar e sair; ou seja, em um instante arbitrário, ou ele se encontra totalmente fora ou totalmente dentro da região. Do lado de fora, não há força, enquanto dentro devemos somar as forças nas cargas positiva e negativa:

$$F(x) = qE(x + l/2) - qE(x - l/2)$$

$$F(x) = qE_0 \left( 1 - \left( \frac{x + l}{L} \right)^2 \right) - qE_0 \left( 1 - \left( \frac{x - l}{L} \right)^2 \right)$$

$$F(x) = -\frac{2qlE_0}{L^2}x$$

b) Escrevendo a segunda lei de newton para o dipolo:

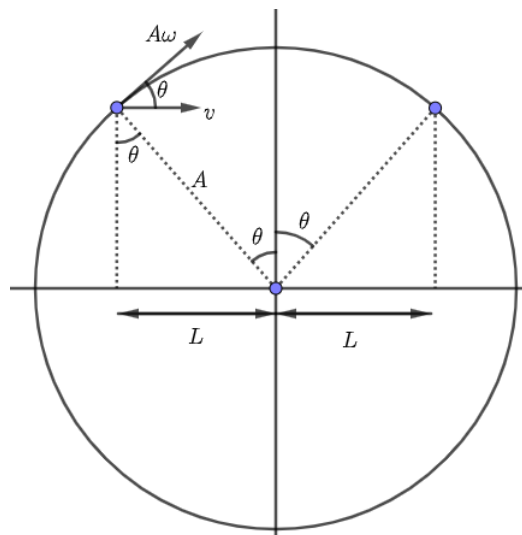
$$ma = -\frac{2qlE_0}{L^2}x$$

$$a + \frac{2qlE_0}{mL^2}x = 0$$

Essa é uma equação de um movimento harmônico simples de frequência angular  $\omega$ :

$$\omega = \sqrt{\frac{2qlE_0}{mL^2}}$$

Vamos, então, analisar o MHS como a projeção de um movimento circular uniforme:



Então, o tempo para atravessar a região é o tempo para percorrer o ângulo  $2\theta$  com velocidade angular  $\omega$

$$t = \frac{2\theta}{\omega}$$

Para encontrar o valor de  $\theta$  usaremos as seguintes relações:

$$A \sin \theta = L$$

$$A\omega \cos \theta = v$$

Logo, dividindo as equações achamos

$$\tan \theta = \frac{L\omega}{v}$$

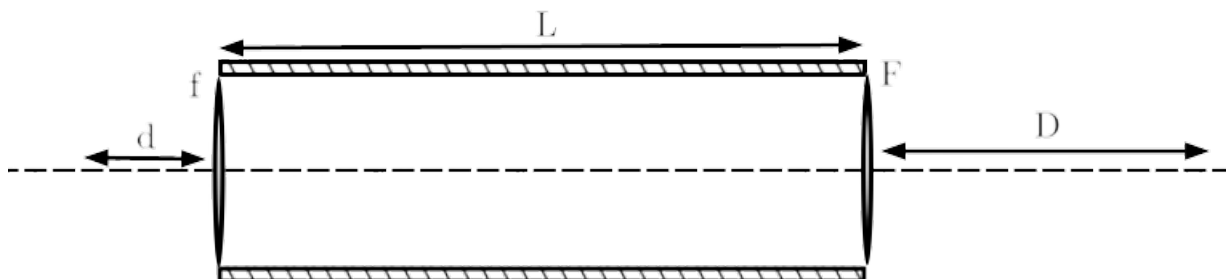
Substituindo os valores achamos  $\omega = 1 \text{ s}^{-1}$ , e portanto  $\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , então concluímos que  $\theta = 30^\circ = \pi/6$ . Por fim:

$$t = \frac{\pi}{3} = 1 \text{ s}$$

**Questão 2.** Satoshi estava fazendo uma limpeza em seu quarto quando encontrou um curioso dispositivo óptico composto por duas lentes e um tubo de comprimento  $L = 20,0 \text{ cm}$  no seu armário (mostrado na figura abaixo). Depois de estudar o aparelho por um tempo, ele fez as seguintes observações:

1. Se eu coloco uma fonte puntiforme de luz a uma distância  $d = 5,00 \text{ cm}$  à esquerda do dispositivo e sobre o eixo óptico das lentes, os raios de luz saem pelo outro lado (à direita) paralelos entre si.
2. Se raios de luz horizontais e paralelos entre si incidem no dispositivo pela esquerda, eles convergem para um ponto sobre o eixo óptico das lentes a uma distância  $D = 10,0 \text{ cm}$  à direita do dispositivo.

Infelizmente, Satoshi tinha que acabar de limpar seu quarto e não teve tempo para calcular os valores das distâncias focais das lentes. Ajude nosso amigo Satoshi a realizar essa tarefa! Calcule, em cm, as distâncias focais  $f$  e  $F$ , das lentes à esquerda e à direita da figura, respectivamente.



**Solução:**

Para o primeiro experimento de Satoshi, podemos utilizar a equação dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{L - F} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

Em que  $\frac{1}{d}$  representa o ponto objeto,  $\frac{1}{L - F}$  o ponto imagem gerado e  $\frac{1}{f}$  é o foco da lente da esquerda. Note que a imagem da lente da esquerda deve cair sobre o foco da lente da direita para que os raios saiam paralelos.

Para o segundo experimento:

$$\frac{1}{L - f} + \frac{1}{D} = \frac{1}{F} \quad (2)$$

Em que  $\frac{1}{L - f}$  é o ponto objeto,  $\frac{1}{D}$  a imagem e  $\frac{1}{F}$  o foco da lente da direita. Note que a imagem da lente esquerda cai justamente sobre o seu foco  $f$ , pois o objeto é impróprio, por isso a distância  $L - f$  foi utilizada como objeto para a lente da direita.

Agora basta resolver o sistema de equações. Vamos encontrar primeiro  $F$ . Da equação 1, temos:

$$f = \frac{d(L - F)}{L - F + d} \quad (3)$$

Substituindo 3 em 2 e fazendo as devidas simplificações, obtemos:

$$F^2(L + D - d) + F(-2DL - L^2) + (DL^2) = 0$$

Resolvendo a equação, obtemos duas soluções reais para  $F$ . São elas:

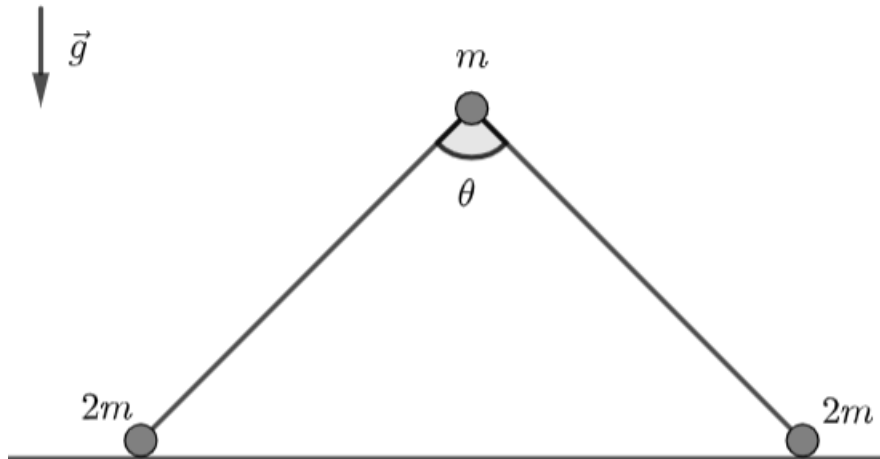
$$F = 16,0 \pm 9,8 \text{ cm}$$

Aplicando esse resultado na equação 3, obtemos dois pares  $(f, F)$  que satisfazem as condições do problema:

$$(f; F)_1 = (36,3; 25,8) \text{ cm}$$

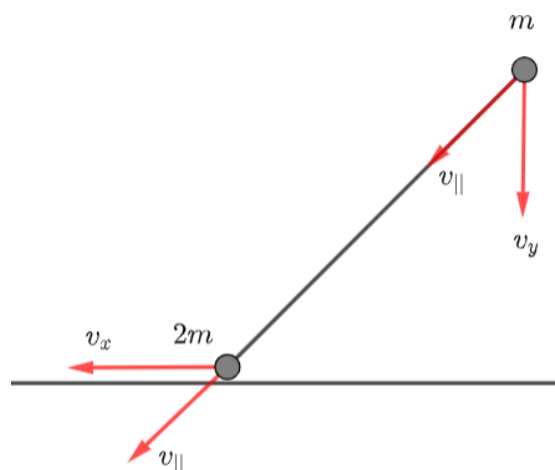
$$(f; F)_2 = (3,7; 6,2) \text{ cm}$$

**Questão 3.** Três cilindros de pequeno raio e massas  $2m$ ,  $m$  e  $2m$  são conectados por duas barras rígidas e inextensíveis de comprimento  $L$ , de modo que há uma dobradiça perto do cilindro do meio, permitindo que o ângulo entre as duas barras altere-se livremente. Desprezando quaisquer tipos de atrito e sabendo que o sistema é abandonado do repouso quando as barras estão praticamente verticais (isto é,  $\theta = 0$ ), determine a intensidade da velocidade do cilindro do meio em função do ângulo  $\theta$  entre as barras.



**Solução:**

Pela simetria do problema, o cilindro do meio se move verticalmente com velocidade  $v_y$  e os cilindros da ponta se movem com velocidades horizontais de mesmo módulo  $v_x$ . Perceba que devemos explorar o vínculo geométrico da questão para relacionar  $v_x$  e  $v_y$ . Para isso, note que as barras são rígidas e inextensíveis, tal que a velocidade relativa na direção das barras deve ser nula; i.e., a componente da velocidade dos cilindros na direção da barra ( $v_{\parallel}$ ) devem ser idênticas. Observe a figura a seguir:



$$v_x \sin\left(90^\circ - \frac{\theta}{2}\right) = v_y \cos\left(90^\circ - \frac{\theta}{2}\right)$$

$$v_x = v_y \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Por fim, conservando energia:

$$mgL = mgL \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{4mv_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2}$$

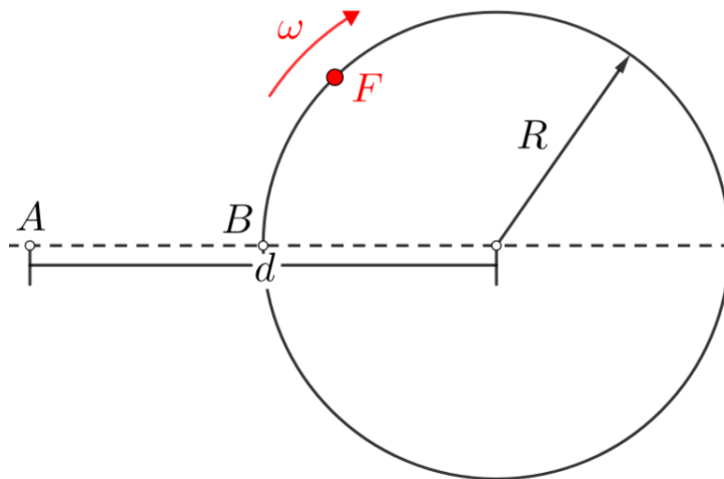
Substituindo  $v_x$  em função de  $v_y$  e fatorando:

$$2gL \left(1 - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = v_y^2 \left(1 + 4 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

Então:

$$v_y = \sqrt{\frac{2gL \left(1 - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}{\left(1 + 4 \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}}$$

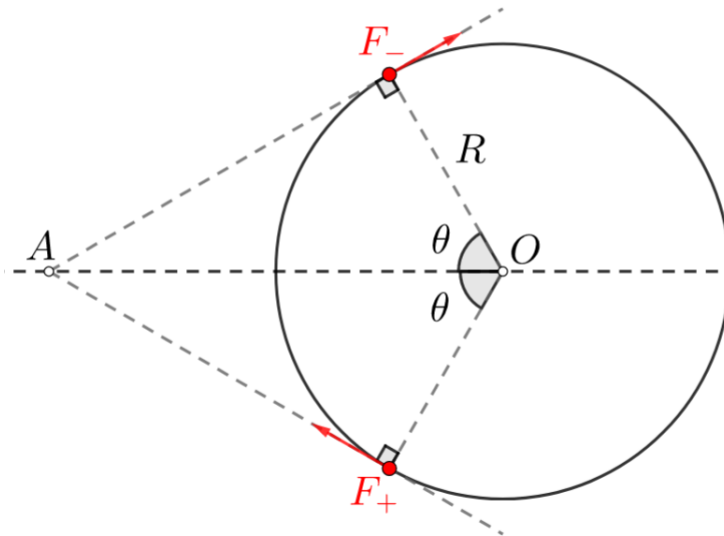
**Questão 4.** Um avião de brinquedo  $F$  se move em uma trajetória circular de raio  $R$  em um plano horizontal a uma pequena distância do solo, com velocidade angular constante  $\omega = 0,300 \text{ rad/s}$  e emitindo um som ininterrupto. Natônio localiza-se em repouso no ponto  $A$ , a uma distância  $d = 2R$  do centro da circunferência descrita pelo avião. Como o exímio físico que é, Natônio investiga a mudança no som percebido por ele conforme o avião se move. Ele aciona um cronômetro no instante  $t = 0$ , momento em que o avião passa pelo ponto  $B$ . Com o uso de um sensor, ele então capta a frequência do som do avião. Calcule o primeiro instante de tempo  $t$  em que a frequência percebida por Natônio é **a)** mínima; **b)** máxima.



**Solução:**

Primeiramente, devemos perceber que a posição do avião no momento em que a frequência detectada é mínima e máxima, corresponde, respectivamente, aos momentos de afastamento e aproximação direta em relação ao observador (no anexo ao fim da solução, você pode encontrar a constatação desse fato). Sendo assim, devemos olhar para os pontos em que a reta passando pelo observador tangencia a trajetória do avião, conforme ilustra a figura

abaixo:



As posições  $F_-$  e  $F_+$  correspondem às posições em que a frequência recebida é mínima e máxima, respectivamente. Veja que o ângulo  $\theta$  será dado por:

$$\cos \theta = \frac{R}{AO} = \frac{R}{d} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Chame os instantes requeridos de  $t_-$  e  $t_+$ . Desprezando o tempo que o som emitido leva para chegar até Natônio, temos então:

a)

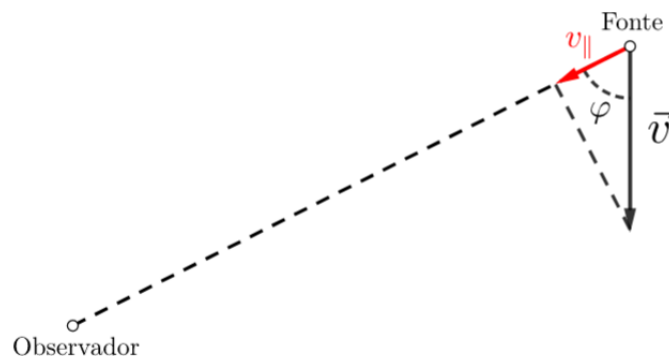
$$t_- = \frac{\theta}{\omega} \rightarrow t_- = \frac{\pi}{3\omega} = 3,33 \text{ s}$$

b)

$$t_+ = \frac{2\pi - \theta}{\omega} \rightarrow t_+ = \frac{5\pi}{3\omega} = 16,7 \text{ s}$$

**Anexo:**

Primeiramente, lembre-se que o efeito Doppler depende apenas das componentes de velocidade do observador e/ou fonte ao longo da linha que os liga. Considere um caso geral em que o observador está em repouso e a fonte se move com velocidade  $v$  a um ângulo  $\varphi$  com a linha observador-fonte:



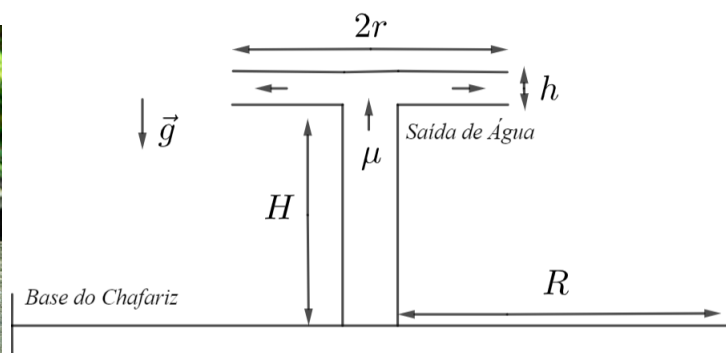
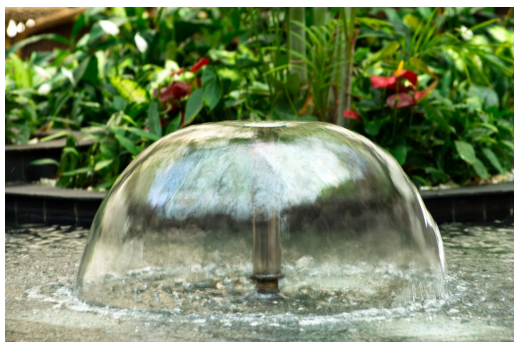
Utilizando a equação do Efeito Doppler, a frequência percebida  $f'$  será:

$$f' = \frac{v_{som}}{v_{som} - v_{\parallel}} f_0 = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{v_{som}} \cos \varphi}$$

Sendo  $v_{\parallel} = v \cos \varphi$  a componente de  $v$  na direção da linha observador-fonte. Mantendo  $v$  fixo e variando-se  $\varphi$ , note que a frequência é mínima quando o denominador é máximo, i.e.  $\cos \varphi = -1$ , e portanto  $\varphi = 180^\circ$ , quando a fonte está em afastamento direto do observador.

Por outro lado, a frequência é máxima quando o denominador é mínimo, i.e.  $\cos \varphi = 1$ , e portanto  $\varphi = 0$ , quando a fonte está em aproximação direta.

**Questão 5.** Você já deve ter se deparado com chafarizes em lugares públicos, principalmente em shoppings. Por muito tempo utilizado como um instrumento físico para prover água para pequenas vilas e cidades, o fenômeno por trás do funcionamento de um chafariz é bem interessante e foi muito útil no passado. No contexto atual, o chafariz é utilizado principalmente para decorações e fins artísticos. Nessa questão, iremos trabalhar com um modelo simplificado para o funcionamento de um chafariz do tipo mostrado abaixo, no qual a água expelida toma a forma de um domo, como mostra a figura abaixo à esquerda. Na direita, temos uma esquematização do mecanismo. No esquema representado,  $H$  representa a altura do chafariz. A água é liberada



radialmente de um disco de altura  $h$  e raio  $r$  e é alimentada à uma vazão constante  $\mu$ . Visando construir um chafariz com as mesmas especificações do enunciado, qual deverá ser o limite inferior para o raio da base  $R$  do objeto visando evitar transbordos? Considere  $H = 40$  cm,  $h = 2$  cm,  $r = 5$  cm e  $\mu = 400$  mL/s.

**Solução:** Perceba que a água sairá do chafariz com uma velocidade horizontal  $v$  e, a partir de então, apresentará um movimento parabólico. Para encontrar a velocidade com que a água é ejetada, podemos utilizar a equação da continuidade:

$$\mu = Av$$

Então:

$$\mu = 2\pi r h v$$

$$v = \frac{\mu}{2\pi r h}$$



Com isso, calculando o alcance da água ejetada no caso em que  $H \gg h$ :

$$H = \frac{g\Delta t^2}{2}$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Logo:

$$A = v\Delta t$$

$$A = v\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Substituindo o valor de  $v$ :

$$A = \frac{\mu}{2\pi rh}\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

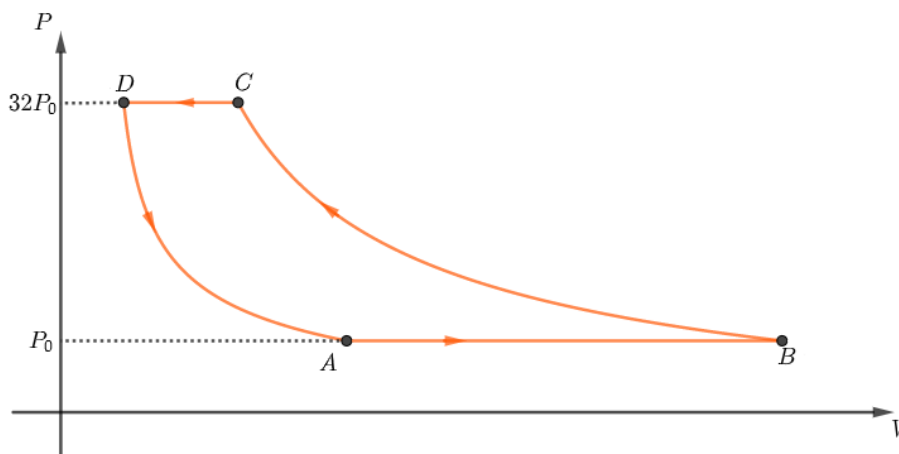
Então:

$$R = r + \frac{\mu}{2\pi rh}\sqrt{\frac{2H}{g}} \approx 7 \text{ cm}$$

**Questão 6.** Um estudante perspicaz, Walipe, mora em Chicago, nos Estados Unidos. No último inverno, a cidade de Chicago atingiu a temperatura de  $-20^\circ\text{C}$ . Walipe, como sempre esperto, lembrou de suas aulas de física e decidiu criar uma máquina térmica para manter a temperatura de seu quarto a  $30^\circ\text{C}$  (temperatura de sua terra natal). Para isso, ele usou 1 mol de gás hélio que sobrou de sua festa de aniversário.

a) Inicialmente, Walipe, sabendo que a potência necessária para manter o quarto quente é 3 kW, projetou sua máquina para usar a menor quantidade de trabalho possível. Determine, nessas condições, em kW, o valor da potência a ser fornecida à máquina para mantê-la funcionando.

b) Posteriormente, Walipe percebeu que a máquina utilizada não conseguia usar o trabalho mínimo como ele havia planejado. O estudante verificou que, na verdade, ela performava segundo o ciclo termodinâmico mostrado a seguir em um diagrama de pressão por volume. Encontre, em kW, a nova potência necessária para manter a máquina em funcionamento.

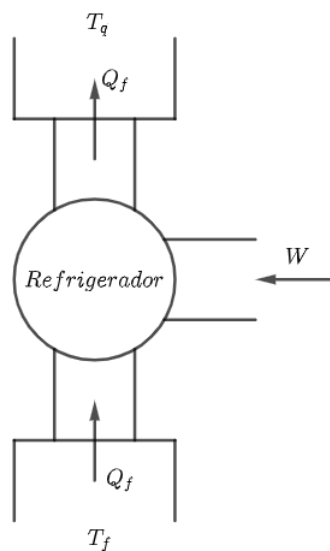


Os processos mostrados no diagrama são:

- $A \rightarrow B$ : Expansão isobárica do gás.
- $B \rightarrow C$ : Compressão adiabática do gás.
- $C \rightarrow D$ : Compressão isobárica do gás.
- $D \rightarrow A$ : Expansão adiabática do gás.

**Solução:**

a) Primeiramente, consideremos a máquina do Walipe operando entre as temperaturas extremas  $T_q = 303\text{ K}$  e  $T_f = 253\text{ K}$ , e como um refrigerador, uma vez que tira calor da fonte fria (o lado de fora do quarto) e dá calor para a fonte quente (o quarto do Walipe).



A condição para o mínimo trabalho é obedecer ao ciclo de Carnot, ou seja, a razão dos calores é a razão das temperaturas

$$\frac{Q_q}{Q_f} = \frac{T_q}{T_f}$$

Então podemos encontrar o trabalho através da relação a cima

$$W + Q_f = Q_q$$

$$\frac{Q_q}{Q_q - W} = \frac{T_q}{T_f}$$

Logo,

$$W = Q_q \frac{(T_q - T_f)}{T_q}$$

Ou seja, uma vez que a potência necessária para aquecer o quarto é 3KW o trabalho por segundo é

$$P = 3 \cdot \frac{50}{303} \text{ kW}$$

$$P \approx 0,5 \text{ kW}$$

b) Agora, consideraremos o real ciclo da máquina de Walipe. Suponha que o estado  $D$  seja definido pelas coordenadas  $(V_1, rP_0)$  e o estado  $C$  dado pelas coordenadas  $(V_2, rP_0)$  ( $r = 32$  é a razão entre a maior e menor pressão, que é dado no gráfico). Calcularemos agora o estado  $A$  a partir do estado  $D$  e da equação da expansão adiabática  $D \rightarrow A$ :

$$P_A V_A^\gamma = P_D V_D^\gamma$$

$$P_0 V_A^\gamma = r P_0 V_1^\gamma$$

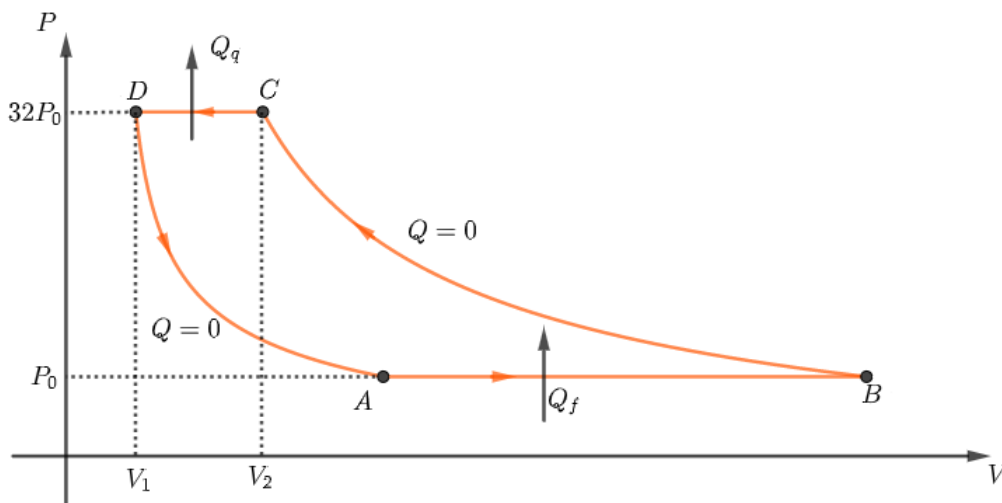
$$V_A = r^{1/\gamma} V_1$$

Onde  $\gamma$  é o coeficiente de Poisson, que para o hélio (gás usado por Walipe) vale  $\gamma = 5/3$ .

Dessa forma, o estado  $A$  é dado por  $(r^{1/\gamma} V_1, P_0)$ . Analogamente o estado  $D$  é descrito como  $(r^{1/\gamma} V_2, P_0)$ . A temperatura do gás a cada estado pode ser determinada por

$$T = \frac{PV}{R}$$

Chame de  $Q_q$  o calor recebido pelo gás em  $A \rightarrow B$ , e  $Q_f$  o calor ejetado em  $C \rightarrow D$ . Note que o calor é nulo nas outras etapas, por serem adiabáticas.



Da primeira lei da termodinâmica:

$$Q_q = c_P(T_C - T_D) = \frac{c_P r P_0 (V_2 - V_1)}{R}$$

Em que  $c_P$  é a capacidade térmica à pressão constante. O calor recebido na transição  $A \rightarrow B$  vale:

$$Q_f = c_P(T_B - T_A) = \frac{c_P P_0 (V_2 - V_1)}{R} r^{1/\gamma}$$

Assim a nova razão dos calores vale

$$\frac{Q_q}{Q_f} = r^{(\frac{\gamma-1}{\gamma})}$$

$$\frac{Q_q}{Q_f} = 32^{2/5}$$

$$\frac{Q_q}{Q_f} = 4$$

Ou seja, nesse caso o trabalho em função do calor dado à fonte quente é

$$Q_f + W = Q_q$$

$$\frac{Q_q}{Q_q - W} = 4$$

$$W = \frac{3Q_q}{4}$$

Nesse caso o trabalho por segundo (potência) será

$$P = \frac{3 \cdot 3}{4} \text{ kW}$$

$$P = 2,25 \text{ kW}$$

**Questão 7.** O renomado astronauta U-Chi partiu para uma missão espacial em um planeta distante para descobrir se ele possui condições próprias para a vida, enquanto seu irmão gêmeo, Baldinho, fica em casa trabalhando. Para que a viagem não demorasse muito tempo, ele teve que realizá-la com velocidade constante igual a  $0,95c$ , em que  $c$  é a velocidade da luz no vácuo. Após passar um curto período de tempo estudando as condições do planeta, U-Chi retorna para casa com a mesma velocidade. Considerando o tempo total de ida e volta da missão, percebe-se que ela durou exatos 80 anos (medido por Baldinho na Terra). Determine o tempo de viagem, em anos, medido pelo relógio de U-Chi, bem como a diferença de idade entre U-Chi e Baldinho quando U-Chi retorna à Terra.

**Solução:**

Como U-Chi se move a uma velocidade relativística, o tempo para ele passa mais lentamente do que para Baldinho, que permanece em repouso na Terra. Da relatividade especial, sabemos que o tempo medido por Baldinho está dilatado em relação ao de U-Chi pelo fator de Lorentz, que vale  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ , sendo  $v$  a velocidade de U-Chi e  $c$  a velocidade da luz no vácuo. Portanto, teremos que:

$$\gamma t_{U-Chi} = t_{Baldinho}$$

$$t_{U-Chi} = \frac{t_{Baldinho}}{\gamma}$$

Substituindo os valores:

$$t_{U-Chi} = 25 \text{ anos}$$

Calculando a diferença de idade:

$$\Delta T = t_{Baldinho} - t_{U-Chi} = 80 - 25$$

Substituindo novamente os valores:

$$\Delta T = 55 \text{ anos}$$

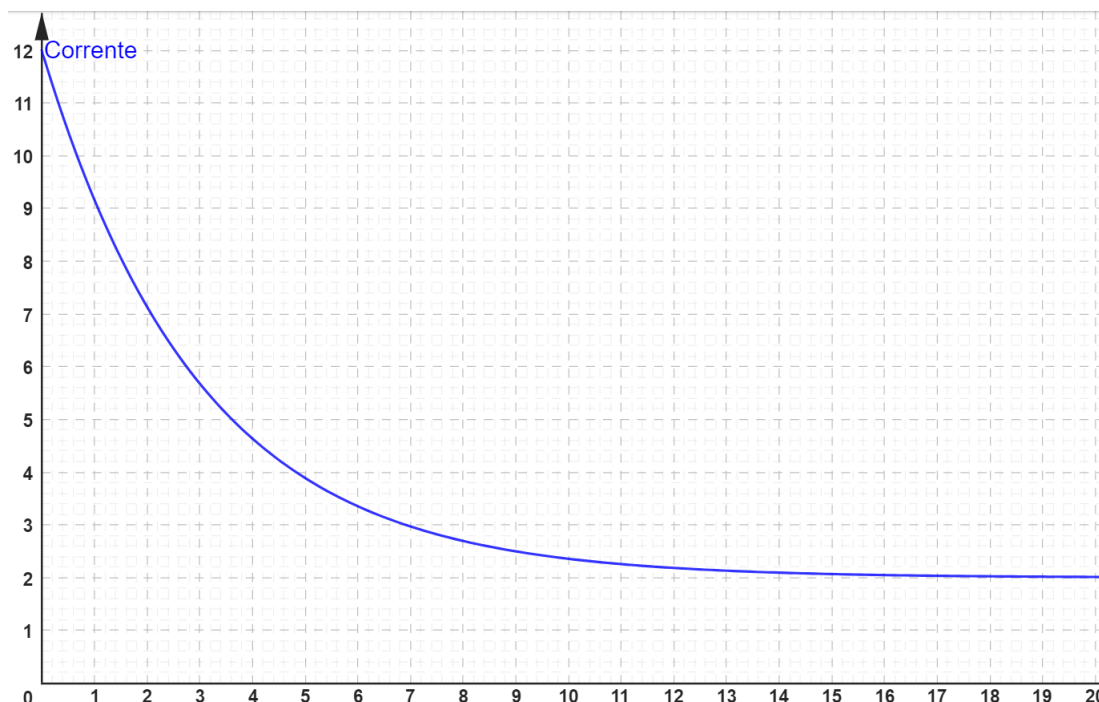
**Questão 8.** O grande professor, físico pesquisador e engenheiro elétrico nas horas vagas, Anderley Vaguiar estava trabalhando em seu laboratório com circuitos elétricos. Nesse dia, ele havia recebido uma caixa azul misteriosa com duas saídas (terminais). Junto com a caixa, havia uma carta dizendo que, dentro da caixa, estavam apenas um resistor de resistência  $R$  e um capacitor de capacitância  $C$ , mas nada se sabe sobre o modo como esses elementos foram conectados (em série ou paralelo).

Anderley decide então conectar uma bateria ideal (i.e. sem resistência interna) de  $\epsilon = 10 \text{ V}$  nas saídas da caixa azul. Com o seu amperímetro ideal, o professor mede diversas vezes a corrente elétrica passando pela bateria com o passar do tempo. Ao fim, ele obtém o gráfico abaixo, de corrente (em A) por tempo (em s).

Considere que o capacitor possui uma pequena resistência interna  $r = 1 \Omega$ .

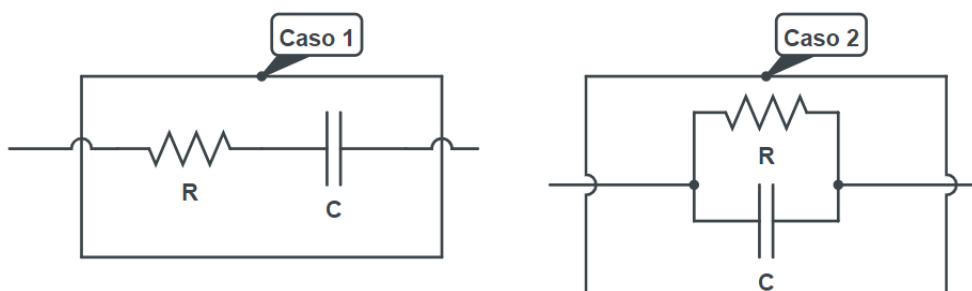
Com base nas informações e no gráfico apresentado, responda:

- O resistor e o capacitor dentro da caixa estão em série ou em paralelo? Justifique detalhadamente a sua resposta.
- Estime o valor de  $R$ .
- Estime o valor de  $C$ . Se precisar, use que  $\ln(2) = 0,69$ .

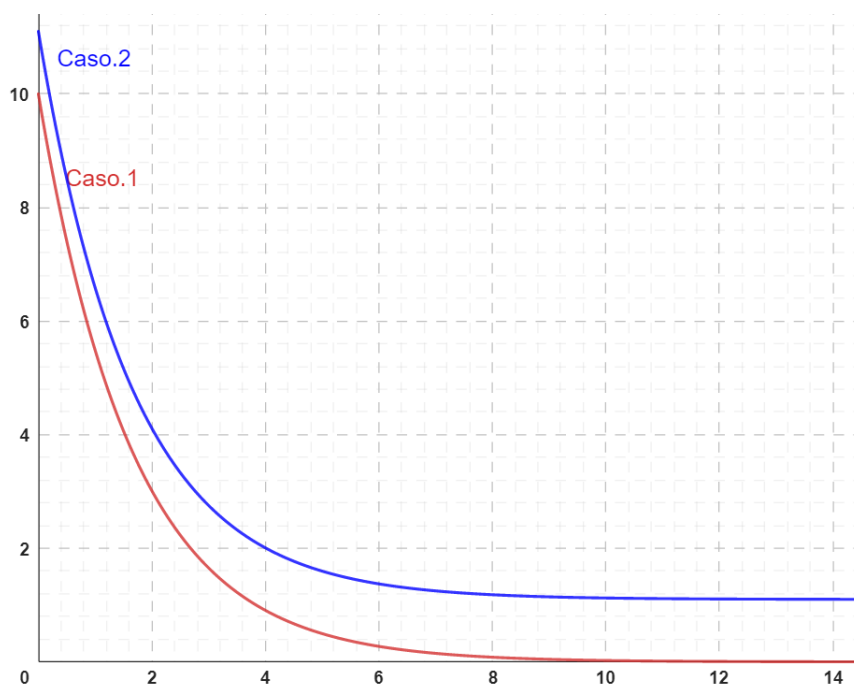


**Solução:**

a) As duas possibilidades para o circuito dentro da caixa estão representadas na figura abaixo. Lembre-se que o capacitor possui uma pequena resistência interna (não ilustrada na figura).



Se fôssemos fazer uma análise qualitativa da corrente em função do tempo para cada um desses casos, encontraríamos os seguintes comportamentos (valores numéricos meramente ilustrativos):



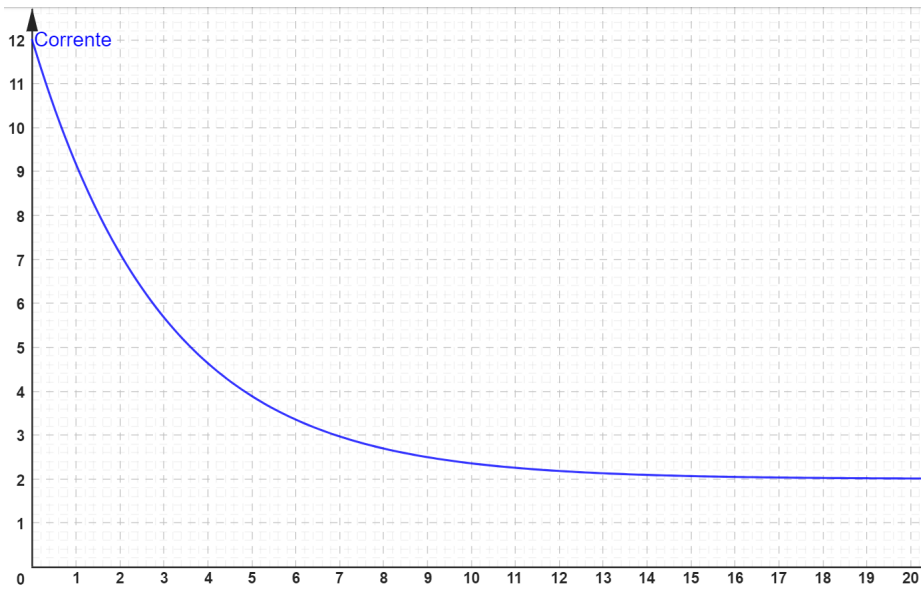
Essa diferença ocorre pois, após muito tempo, o capacitor começa a ficar completamente carregado e a voltagem dele acaba ficando muito próxima da força eletromotriz da bateria. Assim, não é mais possível carregá-lo e a corrente vai diminuindo.

Se os componentes estiverem conectados em série (Caso 1) é evidente que não há nenhum outro caminho para a corrente fluir no circuito, então ela acaba tendendo a zero.

Se os componentes estiverem conectados em paralelo (Caso 2) a corrente no capacitor zera depois de um tempo, porém, a corrente ainda pode fluir através do resistor. Assim, depois de um longo tempo, é como se o circuito resistor-capacitor se transformasse em apenas um resistor.

O gráfico da questão indica que estamos trabalhando com o Caso 2. Logo, **os componentes estão em paralelo.**

b) Com a ideia do item anterior, é fácil ver que, depois de muito tempo, apenas o resistor é relevante no cálculo da corrente e temos apenas uma associação de resistor-bateria.



Lei de Ohm:

$$\epsilon = Ri$$

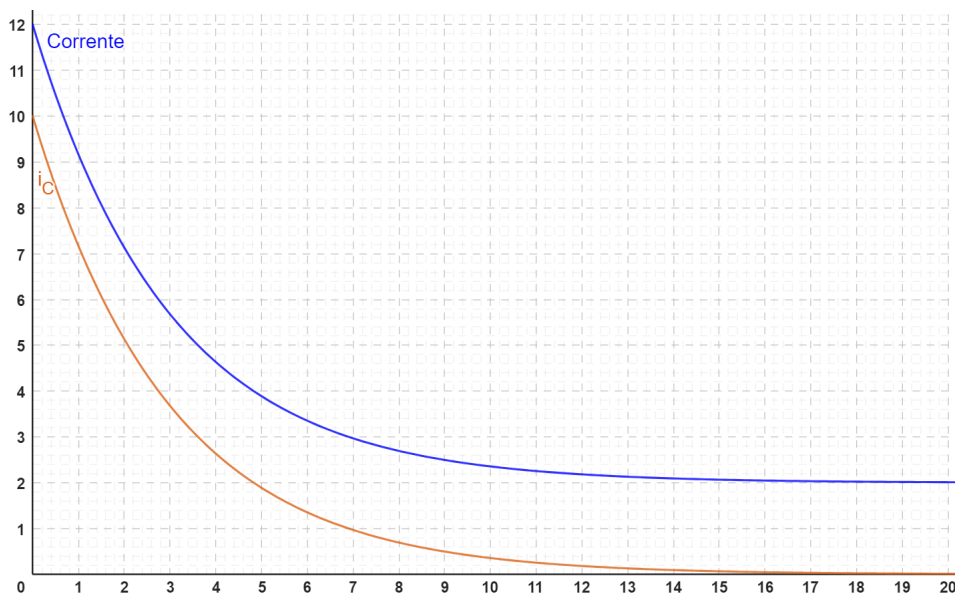
Usando  $\epsilon = 10 \text{ V}$  e  $i = 2 \text{ A}$ , temos:

$$R = 5 \Omega$$

c) Agora, para estimar a capacitância, podemos utilizar a o fato de que a corrente no capacitor cai exponencialmente seguindo a expressão:

$$i_C(t) = i_0 e^{-t/rC}$$

Lembrando que  $r = 1 \Omega$  é a resistência que está em série com o capacitor, no caso, a resistência interna. Não confunda com a outra resistência  $R$ . Sabemos que o resistor sempre contribui com uma corrente  $i_R = 2 \text{ mA}$ . Já que  $i_{tot} = i_R + i_C$ , basta retirar  $i_R$  para encontrar  $i_C$ , como ilustra o gráfico a seguir:





Comparando os pontos  $i_C(0) = 10 \text{ A}$  e  $i_C(2) = 5 \text{ A}$ , temos:

$$\frac{i_C(0)}{i_C(2)} = \frac{i_0 e^{-0/rC}}{i_0 e^{-2/rC}}$$
$$\frac{i_C(0)}{i_C(2)} = e^{2/rC}$$

Usando os valores numéricos  $r = 1 \Omega$ ,  $i_C(0) = 10 \text{ A}$  e  $i_C(2) = 5 \text{ A}$ , temos:

$$\ln 2 = \frac{2}{C}$$

Usando  $\ln 2 = 0,69$ , obtemos:

$$C = 2,9 \text{ F}$$

**OBS. 1:** Vale comentar que o valor real da capacitância utilizada era  $C_{real} = 3,0 \text{ F}$ , então pode-se concluir que fizemos uma boa estimativa.

**OBS. 2:** A análise feita usando  $\ln 2$  também poderia ter sido feita com outros pontos da curva. Foi apenas uma escolha do autor da questão, pensando também na conveniência dos cálculos na hora da prova, já que, em tese, o aluno não poderia usar calculadora científica.