Olimpíada Brasileira Online de Física

2ª Fase - 29 e 30 de julho de 2023

Nome: ______________________________

Série: ______________________________

Nível CL
Ensino Médio
1ª e 2ª séries

Instruções de Prova

I. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos dos **1ª e 2ª anos do nível médio.** Ela contém **10** questões.

II. A duração máxima desta prova é de **quatro horas**. Além do tempo de prova, serão concedidos **5 minutos** correspondentes ao preenchimento online do gabarito.

III. Não é permitido o uso de calculadoras.

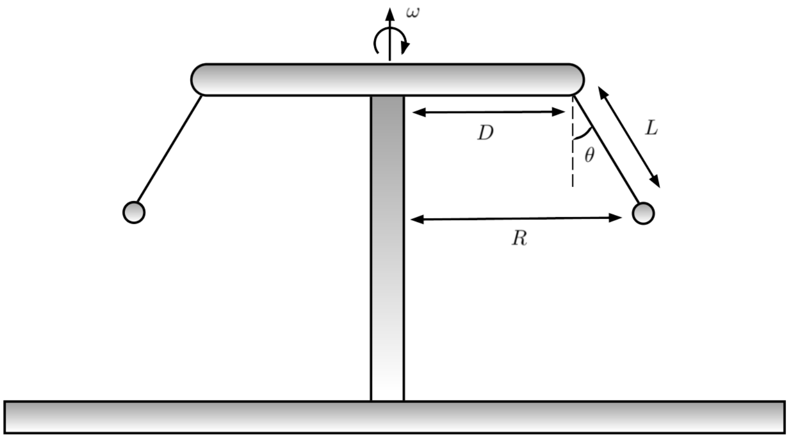
IV. A prova deve ser feita individualmente e não é permitido falar sobre a solução das questões durante o período de aplicação da prova **dias 29 e 30 de junho**.

V. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: $\pi = 3,0$; $\sqrt{2} = 1,4$; $\sqrt{3} = 1,7$; $\sqrt{5} = 2,2$; $\sin 30° = 0,50$; $\cos 30° = 0,85$; $\sin 45° = \cos 45° = 0,70$; aceleração gravitacional na superfície da Terra $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$; calor específico da água líquida $c_a = 1\,\mathrm{cal/(g\,°C)}$; calor latente de fusão do gelo $L = 80\,\mathrm{cal/g}$; $1\,\mathrm{cal} = 4,2\,\mathrm{J}$; densidade da água líquida $\rho = 1,0\,\mathrm{g/cm^3}$.

Apoio:

Curiosidades:
Cesare Mansueto Giulio Lattes (Curitiba, 11 de julho de 1924 — Campinas, 8 de março de 2005), homenageado nesse nível, foi um físico brasileiro, codescobridor do méson-π (méson pi ou píon), descoberta que levou à concessão do Prêmio Nobel de Física de 1950 a Cecil Frank Powell, líder da pesquisa. Lattes é um dos mais ilustres físicos do Brasil e seu trabalho foi fundamental para o desenvolvimento da física atômica no país. Foi também um grande líder no meio científico brasileiro e um dos principais responsáveis pela criação do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Questão 1. A atividade preferida de Endy é frequentar parques de diversão nas horas vagas. Um dos brinquedos presentes no Parque NOIC é conhecido como Skyscreamer. Nesse brinquedo, várias cadeiras suspensas por cordas estão conectadas a uma torre central, que é capaz de girar rapidamente. Durante o funcionamento do brinquedo, os assentos giram ao longo de um círculo num plano horizontal sem variar a posição vertical.



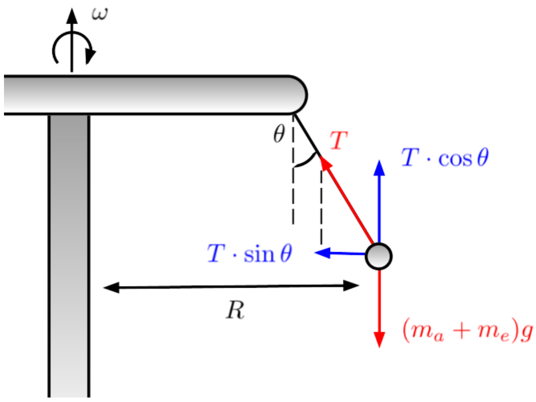
Em uma das visitas de Endy ao Skyscreamer, ele percebeu que o brinquedo realizava uma volta completa a cada $T = 12,0$ s. As medidas das grandezas indicadas na figura são $L = 20$ m, $D = 26$ m e $\theta = 45°$. Responda:

a) Calcule a tração no cabo que suporta o assento de Endy durante o funcionamento do brinquedo **em Newtons (N)**. A massa de Endy vale $m_e = 50$ kg e a massa do assento vale $m_a = 20\,\text{kg}$.

b) Esse mesmo brinquedo pode ser operado para funcionar com uma velocidade menor para que crianças pequenas possam se divertir também. Nesse modo de operação, o ângulo formado vale $\theta = 30°$. Calcule a velocidade linear dos assentos nessa situação **em metros por segundo (m/s)**. **Note que o período de movimento não é mais** $T = 12\,\text{s}$.

Solução

a) Para resolver esse item, é necessário utilizar os conhecimentos de dinâmica no movimento circular. O diagrama de forças está representado abaixo. Os vetores em vermelho representam as forças e os vetores em azul são apenas a decomposição da força de tração no fio T.



Como os assentos não aceleram na vertical, podemos calcular a condição de equilíbrio:

$$T\cos\theta = (m_a + m_e)g$$
$$T = \frac{(m_a + m_e)g}{\cos\theta}$$

Aplicando os valores numéricos, temos:

$$T = 1000\,N$$

b) Para resolver esse item, vamos usar a mesma ideia do item anterior. Fazendo o equilíbrio na vertical para o sistema de massa $M = m_{pessoa} + m_a$:

$$T\cos\theta = Mg$$
$$T = \frac{Mg}{\cos\theta}$$

Agora, note que o assento realiza um movimento circular, conforme foi dito no enunciado. Portanto, podemos afirmar que a componente $T \cdot \sin\theta$ realiza o papel de **força centrípeta**:

$$T\sin\theta = \frac{Mv^2}{R}$$
$$\left(\frac{Mg}{\cos\theta}\right)\sin\theta = \frac{Mv^2}{R}$$
$$v^2 = Rg\tan\theta$$

Muito cuidado agora pois o valor do ângulo mudou, então o valor de R também muda. Usando o resultado descoberto anteriormente $R = D + L\sin\theta$:

$$v^2 = Rg\tan\theta$$
$$v^2 = (D + L\sin\theta)g\tan\theta$$
$$v = \sqrt{(D + L\sin\theta)g\tan\theta}$$

Substituindo os valores numéricos:

$$v = \sqrt{204}$$
$$v \approx 14,3$$

Questão 2. Sr Uchoa, um professor de física experiente, adora tomar um café com leite todos os dias pela manhã antes de ir ao trabalho na universidade UMF. Devido a sua curiosidade, Sr Uchoa faz alguns experimentos pela manhã: certo dia, ele mediu a temperatura e massa do leite, 4°C e 50g, e do café, 90°C e 70g, e percebeu que a temperatura de equilíbrio foi 60°C. Se o café possui o mesmo calor específico da água e desprezando trocas de calor com o ambiente, determine o calor específico do leite que Sr Uchoa encontrou em cal/g°C.

Solução:

Primeiramente, o sistema encontra-se isolado, ou seja, as trocas de calor se dão apenas o leite e o café.

$$\sum Q_{sistema} = 0$$

$$m_C \cdot c_C \cdot (T_f - T_C) + m_L \cdot c_L \cdot (T_f - T_L) = 0$$

$$70 \cdot 1 \cdot (60 - 90) + 50 \cdot c_L \cdot (60 - 4) = 0$$

$$-2100 + 2800 \cdot c_L = 0$$

$$2800 \cdot c_L = 2100$$

$$\boxed{c_L = 0,75\,\mathrm{cal/g^\circ C}}$$

Questão 3. José Beltrão possui um termômetro de mercúrio e decide descobrir o aumento da coluna de mercúrio quando a temperatura varia de 32°F para 77°F. Sabendo que a coluna do termômetro de Beltrão possui 4 cm encontre a variação de altura da coluna em cm.

Dados:

I. Coeficiente de dilatação linear do mercúrio: $\alpha = 2 \cdot 10^{-4}\,{}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$

II. Relação da variação da temperatura de Fahrenheit para Celsius: $\dfrac{\Delta T_C}{5} = \dfrac{\Delta T_F}{9}$

Solução:

Para encontrarmos a variação de altura utilizamos a equação:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$$

Uma vez que o α é dado em ${}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$, o ΔT deve ser utilizado em °C, logo é necessário fazer a conversão da variação de temperatura, $\Delta T_F = (77 - 32)^{\circ}$ F= 45° F, de Fahrenheit para Celsius.

$$\frac{\Delta T_C}{5} = \frac{\Delta T_F}{9}$$

$$\frac{\Delta T_C}{5} = \frac{45}{9}$$

$$\Delta T_C = 25^{\circ}\ \mathrm{C}$$

Portanto,

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$$

$$\Delta L = (4 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 25)\ \mathrm{cm}$$

$$\boxed{\Delta L = 0,02\,\mathrm{cm}}$$

Questão 4. Satélites artificiais sempre são lançados ao espaço com uma grande reserva de combustível. Boa parte desse combustível é utilizado pra fazer pequenas correções em sua órbita para que assim esse satélite não colida com outros e se mantenha na sua devida posição no espaço. É esse combustível que determina seu tempo de vida útil. Quando seu tempo de vida útil está para acabar, o satélite utiliza o restante de seu combustível para sair de órbida em direção ao espaço, virando lixo espacial e dando espaço à um novo satélite. Imagine um satélite fictício de órbita circular e de período $T_0 = 8,1 \cdot 10^3$ s $= 3^4 \cdot 10^2$ s chamado Hems que seu tempo de vida útil acabou. Coincidentemente, após utilizar o restante de seu combustível, Hems possui sua órbita transferida para uma outra órbita circular ao redor da Terra de raio 4 vezes maior que a anterior. **Dados:** Constante gravitacional universal $G = \frac{20}{3} \cdot 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}; Massa da Terra $M_{Terra} = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

a) Calcule o raio da órbita inicial de Hems.

b) Calcule o período da órbita final de Hems

a) Na órbita geoestacionária, a resultante centrípeta vai ser dada por:

$$F_{cp} = m\omega^2 R_0 = \frac{GM_{Terra}m}{R_0^2} \tag{1}$$

Utilizando $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$$R_0 = \left(\frac{GM_{Terra}T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} \tag{2}$$

$$R_0 = \left(\frac{20 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (3^4 \cdot 10^2)^2}{3 \cdot 4 \cdot 3^2}\right)^{1/3} \text{ m} = \left(3^6 \cdot 10^{18}\right)^{1/3} \text{ m} \tag{3}$$

$$\boxed{R_0 = 9 \cdot 10^6 \text{ m}} \tag{4}$$

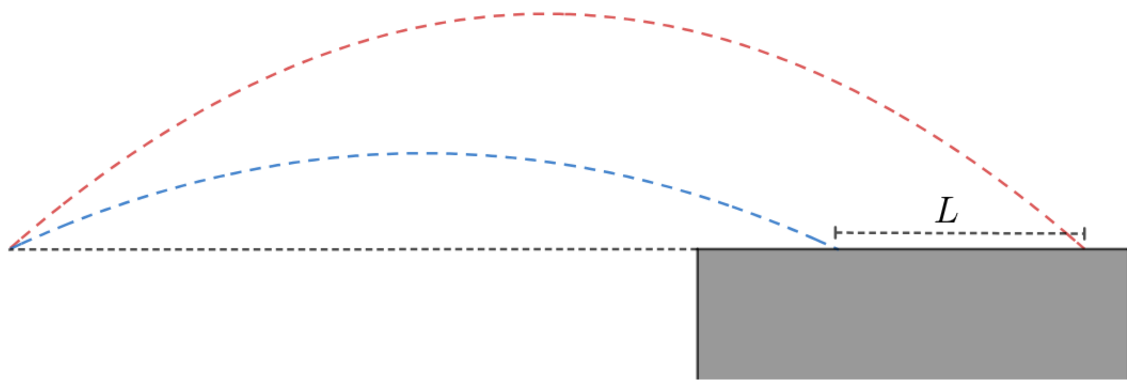
b) Pela 3° Lei de Kepler:

$$\frac{T_0^2}{R_0^3} = \frac{T^2}{R^3} \tag{5}$$

$$T^2 = \frac{T_0^2(4R_0)^3}{R_0^3} = 8^2 T_0^2 \tag{6}$$

$$\boxed{T = 6,48 \cdot 10^4 \text{ s} \approx 6,5 \cdot 10^4 \text{ s}} \tag{7}$$

Questão 5. Em uma apresentação de um show de talentos, Matheus Felipe estava mostrando suas magníficas habilidades com malabarismo. Porém, infelizmente, ele ficou nervoso e deixou duas bolinhas escaparem com velocidades muito parecidas, ângulos diferententes. Por sorte, essas duas bolinhas pararam em uma mesa que possui a mesma altura que suas mãos quando as bolinhas escaparam. A figura abaixo mostra a trajetória das bolinhas. Como MF é um bom físico experimental, apenas ao observar o lançamento das bolinhas, ele concluiu que o ângulo de lançamento das bolinhas foi de 15° e 30°, respectivamente. Infelizmente Matheus Felipe não tem régua, mas sabe medir velocidades como ninguém e mediu que a velocidade inicia das bolinhas era $v_0 = 4$ m/s. Calcule a distância L entre as duas bolinhas. Considere que as bolinhas partiram do mesmo local inicial e que elas não se colidem no ar. **Dica:** Talvez seja interessante utilizar que $2\sin(\theta)\cos(\theta) = \sin(2\theta)$



Em um lançamento, para o movimento em Y:

$$Y = v_0 \sin(\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{8}$$

Para o final do lançamento, teremos que $Y = 0$. Sendo assim:

$$t_{lançamento} = \frac{2v_0 \sin(\theta)}{g} \tag{9}$$

Para o movimento em X :

$$X = v_0 \cos\theta t \tag{10}$$

Substituindo o tempo de lançamento da equação 9 na equação 10 podemos concluir que o alcance do lançamento é dado por:

$$X_{final} = A = \frac{2v_0^2 \sin(\theta)\cos(\theta)}{g} = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} \tag{11}$$

Logo, a diferença entre os dois alcances no lançamento vai ser dado por:

$$A_2 - A_1 = L = \frac{v_0^2}{g}(\sin(2\theta_2) - \sin(2\theta_1)) \tag{12}$$

Substituindo os valores:

$$L = \frac{4^2(0,85 - 0,5)}{10}\ \text{m} \tag{13}$$

$$\boxed{L = 0,56\ \text{m}} \tag{14}$$

Questão 6. Ueslei, um físico teórico perspicaz, deseja construir uma máquina térmica reversível que opera entre as temperaturas 400 K e 1000 K. Porém, os materiais utilizados para construir essa máquina são muito caros, assim, Ueslei decide mandar mensagem para seu amigo Walipe, um estudante muito bom em física experimental. Walipe diz para Ueslei que se é possível construir uma máquina não reversível bem mais barata que opera entre uma fonte fria de 200 K e uma fonte quente de temperatura T com o mesmo rendimento da máquina original. Se a maquina de Walipe opera com 80% do rendimento de Carnot, encontre a temperatura da fonte quente.

Solução:

O rendimento da máquina original de Ueslei é o rendimento de Carnot, uma vez que a máquina é reversível:

$$\eta = 1 - \frac{T_{fria}}{T_{quente}}$$

$$\eta = 1 - \frac{400}{1000} = 0,6$$

Desse modo igualando ao rendimento da máquina de Walipe

$$0,8\left(1 - \frac{T'_{fria}}{T'_{quente}}\right) = 0,6$$

$$0,8\left(1 - \frac{200}{T}\right) = 0,6$$

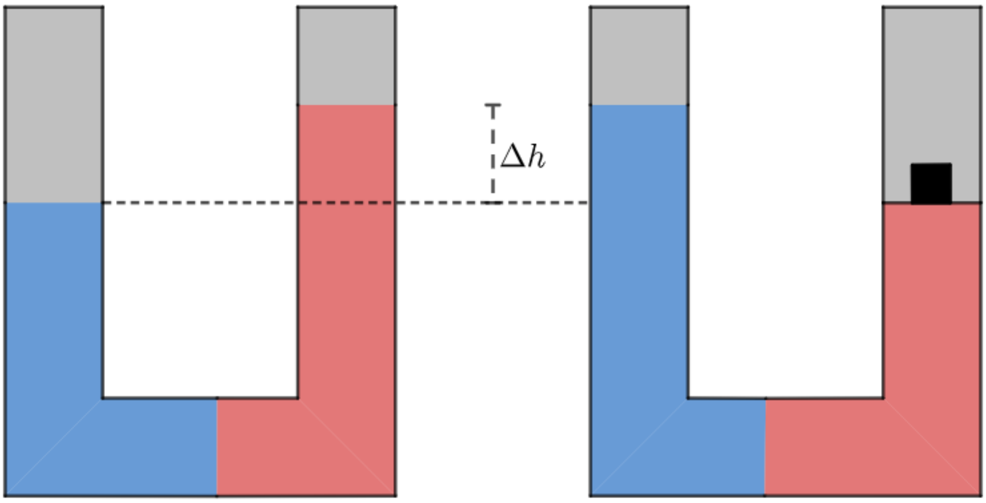
$$1 - \frac{200}{T} = 0,75$$

$$\frac{200}{T} = 0,25$$

$$T = \frac{200}{0,25}$$

$$\boxed{T = 800\,\mathrm{K}}$$

Questão 7. Após ver uma interessantíssima aula de hidrostática, Sr. Ito decidiu construir um sistema que seja capaz de determinar a densidade de líquidos que não se misturam. Seu sistema consiste em uma tubulação uniforme em U de diâmetro $D = 10$ cm. Para realizar esse experimento, Sr. Ito despejou uma certa quantidade de água dentro do tubo, junto com um líquido desconhecido e esperou até que o sistema se encontrasse no equilíbrio, assim como mostra na figura abaixo. Após isso, foi colocada um pistão móvel de massa desprezível acima de cada líquido. No pistão do líquido desconhecido, foi colocado um bloco de massa $M = 675$ g, fazendo a coluna de água subir 5 cm. Ajude Sr. Ito a determinar a densidade do líquido, em kg/m^3. Considere ambos os fluidos imcompressíveis e os tubos abertos.



Solução:

Para resolver essa questão, vamos chamar a densidade da água de ρ_a e a densidade do líquido desconhecido de ρ_l.

Inicialmente, pelo equilíbrio hidrostático, temos que:

$$\rho_a g h_{0_a} = \rho_l g h_{0_l} \tag{15}$$

Após colocar as massas acima do pistão, o equilíbrio vai ser dado por:

$$\rho_a g h_a = \rho_l g h_l + \frac{Mg}{A} \tag{16}$$

Em que A é a área da seção transversal do tubo.

Subitraindo a equação 16 pela equação 15:

$$\rho_a g \Delta h = \frac{Mg}{A} - \rho_l g \Delta h \tag{17}$$

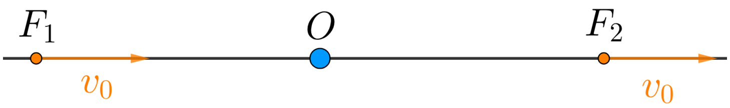
Assim:

$$\rho_l = \frac{M}{A\Delta h} - \rho_a \tag{18}$$

Substituindo os valores:

$$\boxed{\rho_l = 800\ \text{kg/m}^3} \tag{19}$$

Questão 8. Sobre uma mesma reta estão dispostos um observador O, em repouso, e duas fontes F_1 e F_2, que emitem um som contínuo de frequência f_0. F_1 está se aproximando de O com velocidade constante de módulo v_0, enquanto F_2 está se afastando com velocidade constante de mesmo módulo, como ilustra a figura. Sobre a situação proposta, responda os itens que seguem. Use que $v_0 = \frac{1}{3}v_{som}$, em que v_{som} é a velocidade do som.



a) Sejam f_1 e f_2 as frequências do som percebido por O proveniente das fontes F_1 e F_2, respectivamente. Calcule $\dfrac{f_2 - f_1}{f_0}$.

b) Seja $f_{1,2}$ a frequência do som percebido por F_2 proveniente de F_1. Calcule $\dfrac{f_{1,2} - f_0}{f_0}$.

a) Devido ao efeito doppler, as frequências das fontes recebidas pelo observador serão diferentes. De tal modo, podemos computá-las da seguinte maneira:

$$f = f_0 \frac{1 + \dfrac{v_{obs}}{v_{som}}}{1 - \dfrac{v_{fonte}}{v_{som}}}$$

Em nossa convenção, v_{obs} e v_{fonte} são positivas quando se aproximam do observador e negativas quando se afastam. Logo:

$$f_1 = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} f_0 = \frac{3}{2} f_0$$

e

$$f_2 = \frac{1}{1 - (-\frac{1}{3})} f_0 = \frac{3}{4} f_0$$

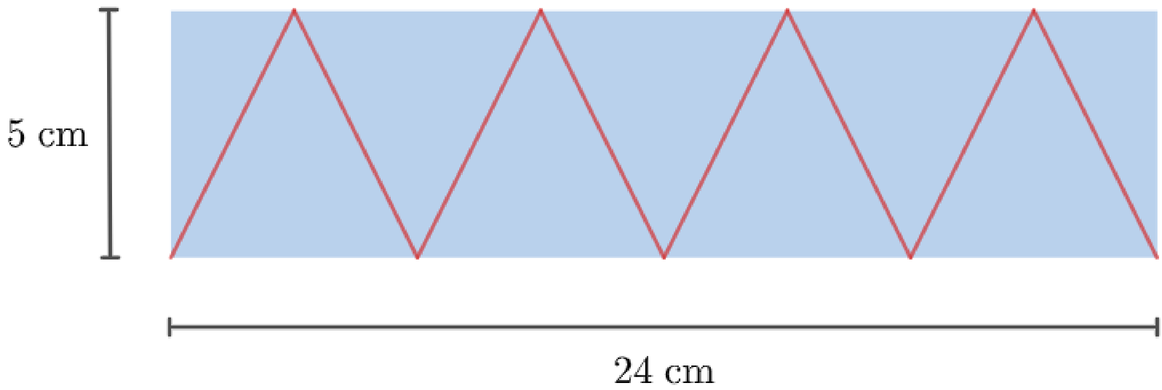
assim:

$$\boxed{\frac{f_2 - f_1}{f_0} = -\frac{3}{4}}$$

b) Já nesse caso, no referencial de F_2, F_1 está em repouso. Como não há movimento relativo, seja de aproximação ou afastamento entre eles, não haverá efeito doppler e, assim, a frequência $f_{1,2}$ que a fonte 2 perceberá da fonte 1 será inalterada e igual à f_0. Ou seja:

$$\boxed{\frac{f_{1,2} - f_0}{f_0} = 0}$$

Questão 9. O jóvem físico Hemétrio decidiu realizar um experimento de óptica geométrica que consiste em utilizar um laser dentro de uma superfície de um material transparente de índice de refração n > 1. Ao girar o laser, Hemétrio percebe que, em um certo ângulo, o laser reflete completamente no material sem que ele "escape"para fora. Com base na figura, calcule o índice de refração n do material. Utilize o índice de refração do ar n_{ar}= 1



Solução:

A partir da figura, pode-se perceber que o seno do ângulo incidente vai ser dado por:

$$\sin\theta = \frac{24/8}{\sqrt{5^2+3^2}} = \frac{3}{\sqrt{34}} \tag{20}$$

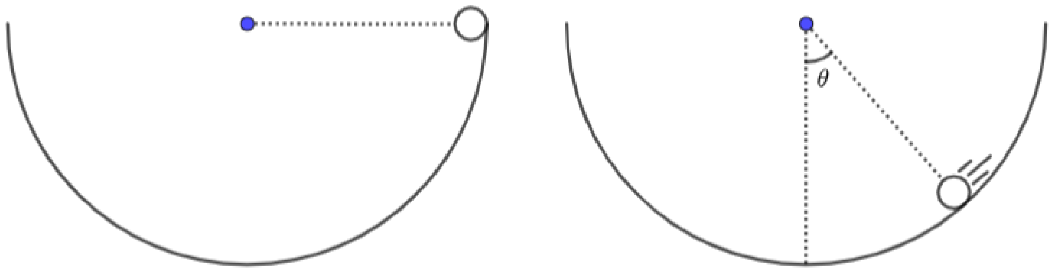
Para que a luz reflita totalmente no meio, ocorre a reflexão interna total, fênomeno no qual pode-se dizer que, como o raio refratado não pode ser visto, ele possui um ângulo de 90° com a normal. Sendo assim, pela Lei de Snell:

$$n\sin\theta = n_{ar}\sin 90^\circ \tag{21}$$

Substituindo os valores:

$$\boxed{n = \frac{\sqrt{34}}{3}} \tag{22}$$

Questão 10. Caduzinho, um estudante de física sagaz, experimenta um brinquedo novo no Parque NOIC da Questão 1. A atração consiste numa estrutura cujo formato é de uma semisfera. O garotinho parte do repouso com velocidade nula do topo do brinquedo e começa a escorregar na parte interior. Não existe atrito entre o garotinho e a superfície e o brinquedo se encontra fixo.



Sabe-se que o ângulo entre o vetor posição e a vertical para o qual a força resultante sobre o garotinho é horizontal pode ser escrito da seguinte forma:

$$tg\theta = \sqrt{x}$$

Determine x.

Solução: Para que a força resultante seja completamente horizontal, a componente vertical da normal precisa anular o peso. Dessa forma, temos:

$$Ncos\theta = mg$$

Por outro lado, temos que

$$N - mgcos\theta = mv^2/R$$

Por conservação de energia, podemos encontrar uma expressão para a velocidade da seguinte forma:

$$mgRcos\theta = mv^2/2$$

Substituindo, teremos:

$$(mg/cos\theta - mgcos\theta)R = 2mgRcos\theta$$

$$tg^2\theta = 2$$

Logo, encontramos que $x = 2$