Olimpíada Brasileira Online de Física

2ª Fase - 29 e 30 de julho de 2023

Nome: ______________________________

Série: ______________________________

Nível MN
Ensino Fundamental
8° e 9° anos

Instruções de Prova

I. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos dos **8° e 9° anos do nível fundamental.** Ela contém **10** questões.

II. A duração máxima desta prova é de **quatro horas**. Além do tempo de prova, serão concedidos **5 minutos** correspondentes ao preenchimento online do gabarito.

III. Não é permitido o uso de calculadoras.

IV. A prova deve ser feita individualmente e não é permitido falar sobre a solução das questões durante o período de aplicação da prova **dias 29 e 30 de junho**.

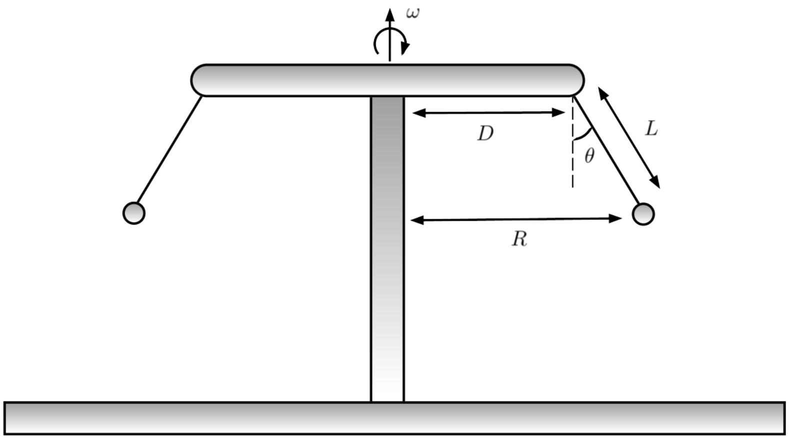
V. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: $\pi = 3,0$; $\sqrt{2} = 1,4$; $\sqrt{3} = 1,7$; $\sqrt{5} = 2,2$; $\sin 30° = 0,50$; $\cos 30° = 0,85$; $\sin 45° = \cos 45° = 0,70$; aceleração gravitacional na superfície da Terra $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$; calor específico da água líquida $c_a = 1\,\mathrm{cal/(g\,°C)}$; calor latente de fusão do gelo $L = 80\,\mathrm{cal/g}$; $1\,\mathrm{cal} = 4,2\,\mathrm{J}$; densidade da água líquida $\rho = 1,0\,\mathrm{g/cm^3}$.

Apoio:

Curiosidades:

Herch Moysés Nussenzveig (São Paulo, 16 de janeiro de 1933 – Rio de Janeiro, 5 de novembro de 2022), homenageado nesse nível, foi um físico, pesquisador e professor universitário brasileiro de origem judaica. Grande oficial da Grã-Cruz da Ordem Nacional do Mérito Científico e membro da Academia Brasileira de Ciências, Moysés era professor emérito da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Foi presidente da Sociedade Brasileira de Física de 1981 a 1983. Recebeu em 1986 o Prêmio Max Born, outorgado pela Optical Society a cientistas que tenham dado contribuições significativas no campo da óptica. Moysés contribuiu bastante para o ensino de física no Brasil com sua coleção de livros "Física Básica", os quais são usados amplamente em diversas universidades brasileiras.

Questão 1. A atividade preferida de Endy é frequentar parques de diversão nas horas vagas. Um dos brinquedos presentes no Parque NOIC é conhecido como Skyscreamer. Nesse brinquedo, várias cadeiras suspensas por cordas estão conectadas a uma torre central, que é capaz de girar rapidamente. Durante o funcionamento do brinquedo, os assentos giram ao longo de um círculo num plano horizontal sem variar a posição vertical.



Em uma das visitas de Endy ao Skyscreamer, ele percebeu que o brinquedo realizava uma volta completa a cada $T = 12,0\,s$. Considerando que as medidas das grandezas indicadas na figura são $L = 20\,m$, $D = 26\,m$ e $\theta = 45°$, calcule:

a) A distância R do assento de Endy até o eixo de rotação **em metros** (m).

b) A velocidade linear do assento **em metros por segundo** (m/s).

Solução a) Da figura, podemos usar conhecimentos de geometria para encontrar a seguinte relação:

$$R = D + L \sin\theta$$

Aplicando os valores, encontramos:

$$R = 40\,m$$

b) Usando conhecimentos de cinemática do movimento circular, podemos afirmar que Endy realiza uma volta completa a cada $T = 12\,s$, então:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$
$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Aplicando os valores numéricos, temos:

$$v = 20\, m/s$$

Questão 2. Todos os icebergs possuem uma fração que está submersa na água e que não pode ser visível a menos que você mergulhe. Sabendo-se que a densidade do gelo é 0,9225 g/cm^3 e a da água do mar a 1 atm e 0° C é 1,025 g/cm^3, que fração de um iceberg fica submersa? **Dica:** Para melhorar as contas, você pode sempre fatorar frações.

Calculando o equilíbrio estático entre o empuxo e o peso:

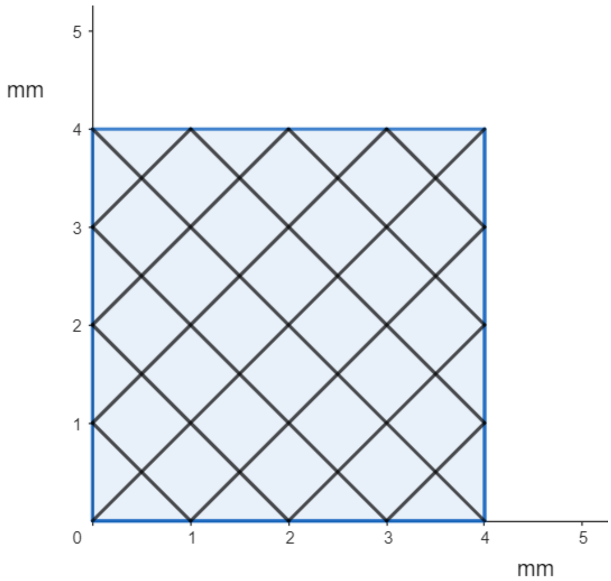
$$\rho_{gelo} V_{total} g = \rho_{agua} V_{submerso} g \tag{1}$$

Sendo assim, a fração será dada por

$$\frac{V_{submerso}}{V_{total}} = \frac{0,9225}{1,025} = \frac{0,0225 \cdot 41}{0,025 \cdot 41} = \frac{22,5}{25} \tag{2}$$

$$\boxed{\frac{V_{submerso}}{V_{total}} = 90\%} \tag{3}$$

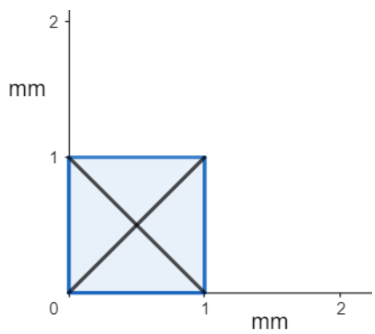
Questão 3. Cristina vive em uma cidade que possui muitos mosquitos. A fim de dormir tranquilamente e sem deixar o quarto fechado e abafado, é comum os moradores dessa instalarem telas protetoras nas janelas de suas casas. Essas telas são, essencialmente, um fio de pequena espessura no formato de grade. Cristina decide comprar uma tela com o padrão ilustrado abaixo.



Recorte de 4mm x 4mm da tela

Sabendo que **apenas as linhas em preto representam o fio que foi utilizado**. Calcule:

a) O comprimento total de fio necessário para fazer o quadradinho de área $a = 1,0\,mm^2$ ilustrado abaixo **em milímetros** (mm).



Recorte de 1mm x 1mm da tela

b) O comprimento total de fio necessário para fazer uma janela quadrada de área $A = 2,0\,m^2$ **em metros** (m).

Solução:

a) Para resolver este item, basta calcular o comprimento de um dos fios pretos utilizando o teorema de Pitágoras:

$$L^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$
$$L^2 = 2$$
$$L = \sqrt{2}\, mm$$

Como temos dois fios de comprimento $L = \sqrt{2}\, mm$ dentro do quadradinho de área $1\, mm^2$, basta multiplicar por 2. Assim:

$$L_{tot} = 2\sqrt{2} \approx 2,8\, mm$$

b) Para resolver esse item, uma estratégia não eficiente seria calcular individualmente o comprimento de cada um dos fios e somá-los. Ao invés disso, já vimos no item anterior que, dentro do quadradinho de área $1\, mm^2$ há $L_{tot} \approx 2,8\, mm$ de fio. Logo, basta calcular o número de quadadinhos existentes dentro da janela de área $A = 2,0\, m^2$:

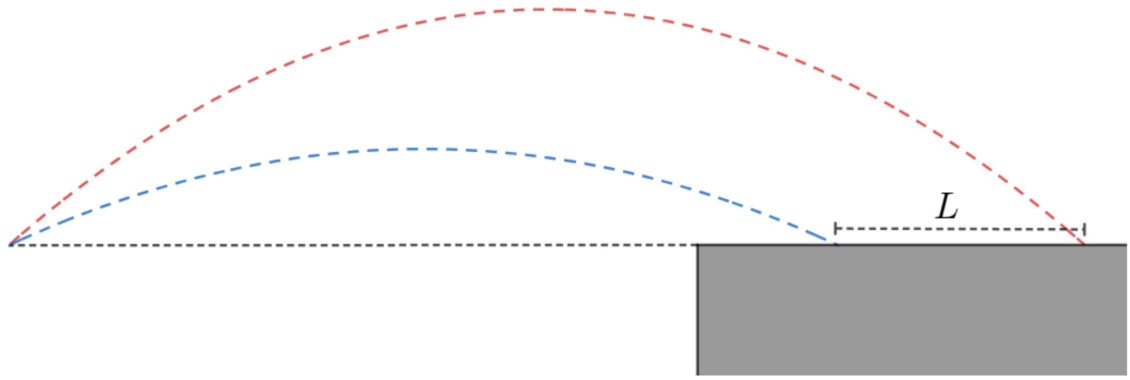
$$N = \frac{A}{a}$$
$$N = \frac{2.000.000\, mm^2}{1,0\, mm^2}$$
$$N = 2 \cdot 10^6$$

Ou seja, há $N = 2 \cdot 10^6$ quadradinhos de área $1\, mm^2$. Multiplicando pelo valor descoberto no item anterior, obtemos:

$$L_{tot} = 5,6 \cdot 10^6\, mm$$
$$L_{tot} = 5600\, m$$

Ou seja, há mais de $5\, km$ de fio em apenas uma janela de $2\, m^2$! Bastante curioso, não é?

Questão 4. Em uma apresentação de um show de talentos, Matheus Felipe estava mostrando suas magníficas habilidades com malabarismo. Porém, infelizmente, ele ficou nervoso e deixou duas bolinhas escaparem com velocidades muito parecidas, ângulos diferententes. Por sorte, essas duas bolinhas pararam em uma mesa que possui a mesma altura que suas mãos quando as bolinhas escaparam. A figura abaixo mostra a trajetória das bolinhas. Como MF é um bom físico experimental, apenas ao observar o lançamento das bolinhas, ele concluiu que o ângulo de lançamento das bolinhas foi de 15° e 30°, respectivamente. Infelizmente Matheus Felipe não tem régua, mas sabe medir velocidades como ninguém e mediu que a velocidade inicia das bolinhas era $v_0 = 4$ m/s. Calcule a distância L entre as duas bolinhas. Considere que as bolinhas partiram do mesmo local inicial e que elas não se colidem no ar. **Dica:** Talvez seja interessante utilizar que $2\sin(\theta)\cos(\theta) = \sin(2\theta)$



Em um lançamento, para o movimento em Y:

$$Y = v_0 \sin(\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{4}$$

Para o final do lançamento, teremos que $Y = 0$. Sendo assim:

$$t_{lançamento} = \frac{2v_0 \sin(\theta)}{g} \tag{5}$$

Para o movimento em X :

$$X = v_0 \cos\theta t \tag{6}$$

Substituindo o tempo de lançamento da equação 5 na equação 6 podemos concluir que o alcance do lançamento é dado por:

$$X_{final} = A = \frac{2v_0^2 \sin(\theta)\cos(\theta)}{g} = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} \tag{7}$$

Logo, a diferença entre os dois alcances no lançamento vai ser dado por:

$$A_2 - A_1 = L = \frac{v_0^2}{g}(\sin(2\theta_2) - \sin(2\theta_1)) \tag{8}$$

Substituindo os valores:

$$L = \frac{4^2(0,85 - 0,5)}{10} \text{ m} \tag{9}$$

$$\boxed{L = 0,56 \text{ m}} \tag{10}$$

Questão 5. Satélites artificiais sempre são lançados ao espaço com uma grande reserva de combustível. Boa parte desse combustível é utilizado pra fazer pequenas correções em sua órbita para que assim esse satélite não colida com outros e se mantenha na sua devida posição no espaço. É esse combustível que determina seu tempo de vida útil. Quando seu tempo de vida útil está para acabar, o satélite utiliza o restante de seu combustível para sair de órbida em direção ao espaço, virando lixo espacial e dando espaço à um novo satélite. Imagine um satélite fictício de órbita circular e de período $T_0 = 8,1 \cdot 10^3$ s $= 3^4 \cdot 10^2$ s chamado Hems que seu tempo de vida útil acabou. Coincidentemente, após utilizar o restante de seu combustível, Hems possui sua órbita transferida para uma outra órbita circular ao redor da Terra de raio 4 vezes maior que a anterior. **Dados:** Constante gravitacional universal $G = \frac{20}{3} \cdot 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}; Massa da Terra $M_{Terra} = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

a) Calcule o raio da órbita inicial de Hems.

b) Calcule o período da órbita final de Hems

a) Na órbita geoestacionária, a resultante centrípeta vai ser dada por:

$$F_{cp} = m\omega^2 R_0 = \frac{GM_{Terra}m}{R_0^2} \tag{11}$$

Utilizando $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$$R_0 = \left(\frac{GM_{Terra}T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} \tag{12}$$

$$R_0 = \left(\frac{20 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (3^4 \cdot 10^2)^2}{3 \cdot 4 \cdot 3^2}\right)^{1/3} \text{ m} = \left(3^6 \cdot 10^{18}\right)^{1/3} \text{ m} \tag{13}$$

$$\boxed{R_0 = 9 \cdot 10^6 \text{ m}} \tag{14}$$

b) Pela 3° Lei de Kepler:

$$\frac{T_0^2}{R_0^3} = \frac{T^2}{R^3} \tag{15}$$

$$T^2 = \frac{T_0^2(4R_0)^3}{R_0^3} = 8^2 T_0^2 \tag{16}$$

$$\boxed{T = 6,48 \cdot 10^4 \text{ s} \approx 6,5 \cdot 10^4 \text{ s}} \tag{17}$$

Questão 6. Sr Uchoa, um professor de física experiente, adora tomar um café com leite todos os dias pela manhã antes de ir ao trabalho na universidade UMF. Devido a sua curiosidade, Sr Uchoa faz alguns experimentos pela manhã: certo dia, ele mediu a temperatura e massa do leite, 4°C e 50g, e do café, 90°C e 70g, e percebeu que a temperatura de equilíbrio foi 60°C. Se o café possui o mesmo calor específico da água e desprezando trocas de calor com o ambiente, determine o calor específico do leite que Sr Uchoa encontrou em cal/g°C.

Solução:

Primeiramente, o sistema encontra-se isolado, ou seja, as trocas de calor se dão apenas o leite e o café.

$$\sum Q_{sistema} = 0$$

$$m_C \cdot c_C \cdot (T_f - T_C) + m_L \cdot c_L \cdot (T_f - T_L) = 0$$

$$70 \cdot 1 \cdot (60 - 90) + 50 \cdot c_L \cdot (60 - 4) = 0$$

$$-2100 + 2800 \cdot c_L = 0$$

$$2800 \cdot c_L = 2100$$

$$\boxed{c_L = 0,75\,\text{cal/g}^{\circ}\text{C}}$$

Questão 7. José Beltrão possui um termômetro de mercúrio e decide descobrir o aumento da coluna de mercúrio quando a temperatura varia de 32°F para 77°F. Sabendo que a coluna do termômetro de Beltrão possui 4 cm encontre a variação de altura da coluna em cm.

Dados:

I. Coeficiente de dilatação linear do mercúrio: $\alpha = 2 \cdot 10^{-4}\,{}^{\circ}\text{C}^{-1}$

II. Relação da variação da temperatura de Fahrenheit para Celsius: $\dfrac{\Delta T_C}{5} = \dfrac{\Delta T_F}{9}$

Solução:

Para encontrarmos a variação de altura utilizamos a equação:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$$

Uma vez que o α é dado em $^{\circ}\text{C}^{-1}$, o ΔT deve ser utilizado em °C, logo é necessário fazer a conversão da variação de temperatura, $\Delta T_F = (77 - 32)^{\circ}$ F= 45° F, de Fahrenheit para Celsius.

$$\frac{\Delta T_C}{5} = \frac{\Delta T_F}{9}$$

$$\frac{\Delta T_C}{5} = \frac{45}{9}$$

$$\Delta T_C = 25^{\circ}\ \text{C}$$

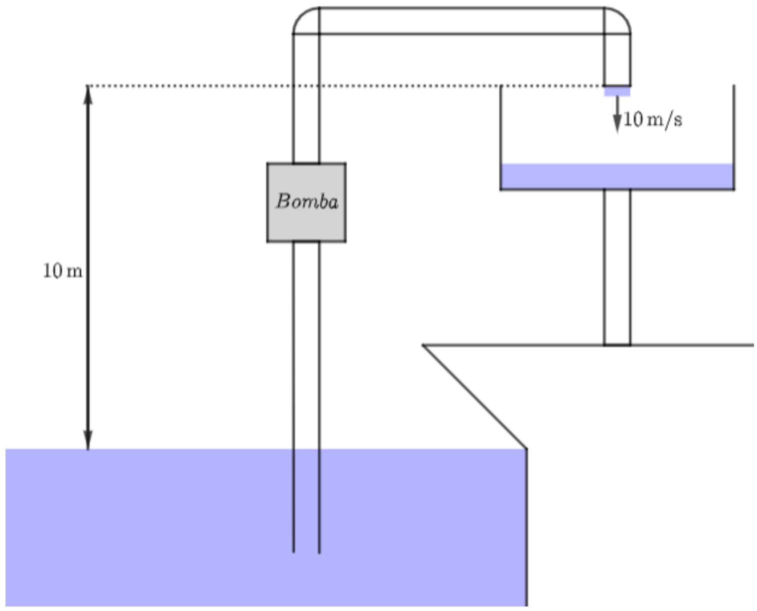
Portanto,

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$$

$$\Delta L = (4 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 25)\ \text{cm}$$

$$\boxed{\Delta L = 0,02\,\text{cm}}$$

Questão 8. Uma bomba de água aspira de uma cisterna $500L/min$, descarregando a uma altura de $10m$ e uma velocidade de $20m/s$. Adotando a gravidade igual a $10m/s^2$, calcule a potência média da bomba, no sistema internacional de medidas, sabendo que a água no reservatório superior com uma elevação de 1° em sua temperatura:



Solução: A potência média da bomba é determinada pela razão entre o trabalho e o tempo no qual o processo foi realizado. A energia que a bomba deve fornecer, é calculada da seuginte forma:

$$\tau_{bomba} = m.c.\Delta\theta + mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

Todos os termos de massa podem ser escritos como $m = \rho\Delta V$, sendo ρ a densidade e ΔV o volume. Reescrevendo a equação acima, temos:

$$\tau_{bomba} = \rho\Delta V(c.\Delta\theta + gh + \frac{1}{2}v^2)$$

Diviindo pelo tempo, teremos a potência média:

$$P_{med} = \rho\phi(c.\Delta\theta + gh + \frac{1}{2}v^2)$$

Perceba que A vazão ϕ é dada pela razão entre o volume e o tempo. Substituindo os valores, temos:

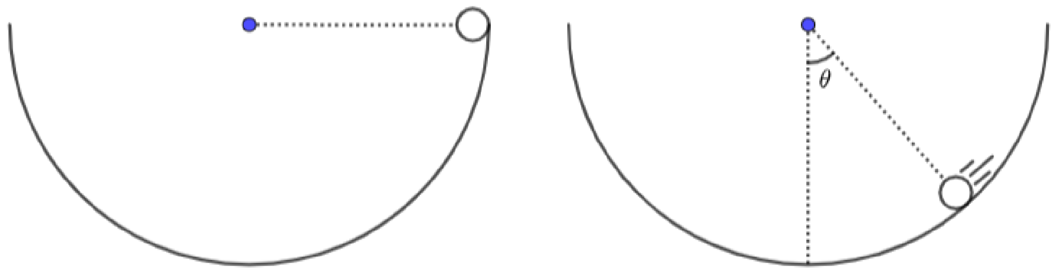
$$P_{med} = 1g/cm^3 500L/min(1cal/g°C.10 + 10m/s^2 10m + \frac{1}{2}20^2)$$

$$P_{med} = 1000.\frac{0,5}{60}(4200.1 + 100 + 200)$$

$$P_{med} = 37.500W$$

Durante a elaboração da prova, um pequeno erro passou despercebido e a imagem indicava 10 m/s enquanto o enunciado dizia 20 m/s. A fim de não prejudicar nenhum aluno, as duas respostas serão aceitas.

Questão 9. Caduzinho, um estudante de física sagaz, experimenta um brinquedo novo no Parque NOIC da Questão 1. A atração consiste numa estrutura cujo formato é de uma semisfera. O garotinho parte do repouso com velocidade nula do topo do brinquedo e começa a escorregar na parte interior. Não existe atrito entre o garotinho e a superfície e o brinquedo se encontra fixo.



Sabe-se que o ângulo entre o vetor posição e a vertical para o qual a força resultante sobre o garotinho é horizontal pode ser escrito da seguinte forma:

$$tg\theta = \sqrt{x}$$

Determine x.

Solução: Para que a força resultante seja completamente horizontal, a componente vertical da normal precisa anular o peso. Dessa forma, temos:

$$Ncos\theta = mg$$

Por outro lado, temos que

$$N - mgcos\theta = mv^2/R$$

Por conservação de energia, podemos encontrar uma expressão para a velocidade da seguinte forma:

$$mgRcos\theta = mv^2/2$$

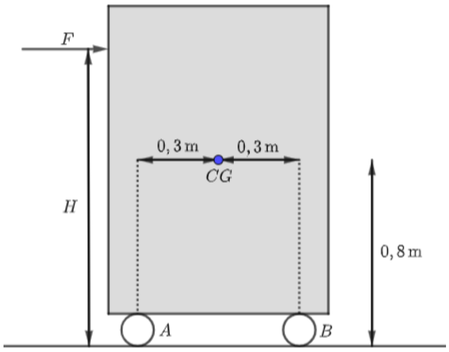
Substituindo, teremos:

$$(mg/cos\theta - mgcos\theta)R = 2mgRcos\theta$$

$$tg^2\theta = 2$$

Logo, encontramos que $x = 2$

Questão 10. Mofael Rareno, um aluno olímpico, deseja afastar sua estante de livros cuja massa vale $20kg$. Esta estante é colocada sobre pequenas rodas A e B equidistantes das extremidades. As rodas permitem um movimento livre de atritos sobre o piso horizontal. O centro de gravidade (CG) da estante situa-se na posição mostrada na figura. Se uma força F de módulo $120N$ for aplicada horizontalmente em um ponto acima do centro de gravidade, determine a distância H, em metros, para que a estante se encontre na iminência de tombar.



Solução: Como a estante se encontra acelerada, iremos calcular o torque em relação ao centro de massa do mesmo. Este torque precisa ser nulo para que não ocorra o tombamento.

$$F(H - 0,8) = N_B.0,3$$

Pelo equilíbrio vertical, podemos dizer que

$$Mg = N_B$$

Observe que fizemos N_A tendendo a zero para representar a iminência do tombamento.

Logo, podemos fazer:

$$120(H - 0,8) = 20.10.0,3$$

$$(H - 0,8) = 0,5$$

$$H = 1,3\,m$$