Análise da influência da Força de Resistência do Ar para um corpo em queda livre (QUESTÃO 1 – 10 pontos)

A força de resistência do ar de um corpo em queda livre é proporcional ao quadrado de sua velocidade. Para a análise da sua influência na queda de um corpo vamos considerar a coordenada que define a altura de queda como z (z aumenta à medida que o corpo cai). A equação diferencial que representa o movimento de queda do corpo é escrita da seguinte forma:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = g - \alpha\left(\frac{dz}{dt}\right)^2$$

Onde g é a aceleração gravitacional e α uma constante. Esta é uma equação diferencial não linear.

a) **(3 pontos)** Considere **somente neste item** que a força de resistência do ar é diretamente proporcional a velocidade e obtenha a velocidade limite de queda para o corpo.

A partir deste ponto volte a considerar que a velocidade de queda é proporcional ao quadrado da velocidade do corpo em queda.

b) **(2 pontos)** Redefina as variáveis posição e tempo (z, t) de forma que as novas variáveis (ε, τ) sejam adimensionais, isto é, $(\varepsilon \propto z)$ e $(\tau \propto t)$. Reescreva a nova equação de movimento para a altura de queda $\varepsilon(\tau)$.

c) **(2 pontos)** Obtenha e resolva a equação diferencial para a velocidade adimensional $u(\tau) = \frac{d\varepsilon}{d\tau}$. Suponha que em $t = 0$ o corpo estava em repouso.

d) **(3 pontos)** Obtenha: i) A equação de movimento $y(t)$ para $t \to 0$ (inicio da queda) e; ii) a velocidade terminal do corpo $\left(\frac{dy}{dt}\right)$.

Dados:

$$\int \frac{1}{x} = \ln x \ + C$$

$$\tanh x = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \cong x - \frac{1}{3}x^3 + O(x^5)$$

Aniquilação próton-antipróton (QUESTÃO 3 – 10 pontos)

Um antipróton é a antipartícula do próton no modelo padrão. O antipróton possui o mesmo valor que a massa do próton, mas com carga de sinal contrário. No laboratório LHC do CERN na Suíça são realizadas colisões entre próton/antipróton com altíssima energia.

Vamos considerar a seguinte colisão: um antipróton de massa m movendo-se com velocidade v colide com um próton em repouso no sistema de referencia do laboratório. Esta colisão leva a aniquilação (destruição total) do próton e do antipróton com a emissão de dois fótons. Para resolver este problema utilize c como a velocidade da luz.

a) **(2 pontos)** Explique porque a aniquilação produz dois fótons ao invés de um.

b) **(2 pontos)** Qual a velocidade u de cada partícula no referencial do centro de massa?

c) **(2 pontos)** Em termos de v e m, qual a energia w_{cm} de cada fóton criado após a aniquilação no referencial do centro de massa deste sistema?

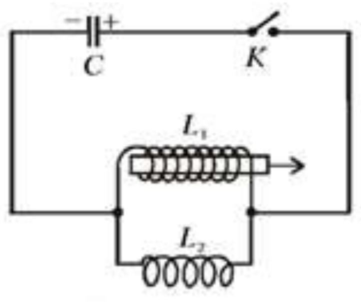
d) **(2 pontos)** Assuma que os dois fótons são emitidos com um ângulo θ em relação à direção do movimento do centro de massa. Encontre as energias dos fótons no referencial do laboratório em termos de v, m e θ.

e) **(2 pontos)** Para $\theta = 0$ (fóton é emitido na direção do movimento do antipróton) encontre a energia no referencial do laboratório do fóton de menor energia nos limites em que $v \to 0$ e $v \to c$.

Transientes em Circuitos Elétricos (QUESTÃO 2 – 10 pontos)

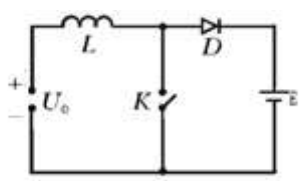
O regime transiente em circuitos elétricos ocorre geralmente quando uma chave é acionada (aberta ou fechada). Fenômenos dependentes do tempo ocorrem até que se obtenha o que é conhecido como regime estacionário. Neste problema serão analisadas as características de dois circuitos elétricos após o acionamento de uma chave indicada em ambos pela letra K. Não há perdas ôhmicas em ambos os circuitos.

Circuito 1 (5 pontos) – Circuito Ressonante



O capacitor de capacitância C é carregado até uma determinada tensão. Em série com o capacitor duas bobinas (indutores) de indutâncias L_1e L_2 estão conectadas em paralelo. O indutor de indutância L_1tem um núcleo de ferrite no seu interior. Num dado momento a chave K é fechada e oscilações são estabelecidas no circuito. Neste regime a amplitude de corrente máxima no indutor L_2 é I_{2m}. Quando a corrente no indutor L_1 alcança seu valor máximo o núcleo de ferrite é retirado rapidamente (tempo muito curto comparado com o período das oscilações do circuito). A retirada do núcleo de ferrite faz com que a sua indutância diminua de um fator η. Determine o valor máximo da tensão no Capacitor após a retirada do núcleo de ferrite do indutor L_1.

Circuito 2 (5 pontos) - Carregador de Bateria



Para carregar a bateria de um carro cuja FEM (força eletromotriz) é $\varepsilon = 12V$ utiliza-se uma fonte de $U_0 = 5V$ montada no circuito como indicado acima composto por uma bobina de indutância $L = 0{,}1H$, um diodo ideal D (a corrente só pode fluir no diodo na direção da seta – **<u>a corrente não flui no sentido oposto</u>**) e uma chave de contato K que abre ($t_1 = 0{,}1s$) e fecha ($t_2 = 0{,}1s$) periodicamente. Desta forma qual o tempo necessário para transferir uma carga de $q = 0{,}1(Amp.hora)$ para a bateria do carro.

Equivalente Massa-Energia em um Núcleo de Chumbo

(QUESTÃO 4 – 10 Pontos)

Sabe-se hoje que os núcleos atômicos mantêm-se estáveis devido à força de caráter forte que atua mantendo os prótons confinados num espaço muito pequeno. A força de caráter forte tem magnitude muito maior que as interações eletrostáticas (interação de Coulomb). O objetivo da parte I deste problema é propor um modelo e estimar o valor do equivalente massa-energia para o elemento Chumbo ($^{206}Pb(Z = 82)$) atribuído a interação eletrostática entre seus prótons. Assuma que o núcleo de chumbo é uma esfera uniformemente carregada de raio $R = 7fm = 7 \times 10^{-15}m$. A carga esta uniformemente distribuída no volume da esfera.

Use: $1uma = \frac{931MeV}{c^2} = 1{,}66 \times 10^{-27}kg$ (uma = unidade de massa atômica) (use as constantes e nomenclaturas que estão no verso da folha de rosto)

Parte I - Interação Eletrostática no Núcleo

a) **(2 pontos)** Calcule as expressões para o campo elétrico em toda a região do espaço produzida pelo núcleo atômico do chumbo.

b) **(2 pontos)** Calcule as expressões para o potencial elétrico em toda a região do espaço. Faça um esboço deste como função da coordenada polar radial r.

c) **(2 pontos)** Calcule a energia eletrostática armazenada no núcleo. Determine o equivalente em massa da interação eletrostática (de seu valor em MeV). Compare este valor com o valor da massa total do núcleo de chumbo.

Parte II - Potencial de Yukawa – modelo Mecânico

Como dito inicialmente as interações que mantém os prótons unidos no núcleo atômico são de natureza forte e de curto alcance. Na década de 30 o físico japonês Hideki Yukawa propôs um modelo e derivou o seguinte potencial central.

$$V(r) = -\frac{k}{r}e^{-r/a}$$

onde k e a são constantes. Vamos verificar as condições para que este potencial confine uma partícula.

d) **(2 pontos)** Um corpo de massa m e em movimento esta confinado na região deste potencial. Escreva a expressão da energia mecânica total para este corpo em coordenadas polares.

e) **(2 pontos)** Obtenha as condições necessárias para que este corpo fique confinado na região de alcance deste potencial. Para ilustrar a resposta deste item você pode utilizar o diagrama do potencial efetivo da partícula.