

Dispersão da Luz na Atmosfera (QUESTÃO 1 – 10 pontos)

Astrônomos estão bem familiarizados com o fenômeno de dispersão da luz devido à atmosfera terrestre, no qual, por exemplo, estrelas observadas numa dada posição angular com relação ao “Zenith” (ponto diretamente acima do observador) aparecem distorcidas devido à variação do índice de refração $n(\lambda)$ como função do comprimento de onda. As condições físicas da atmosfera variam com a altitude, ou seja, o efeito da dispersão deve ser dependente com relação à altitude em que os telescópios são construídos. O objetivo deste problema é o de estimar a magnitude destes efeitos a partir de modelos físicos simples. A consistência lógica dos seus argumentos físicos é mais importante do que a precisão dos resultados numéricos.

a) **(2 pontos)** Vamos considerar uma estrela observada num telescópio em uma posição θ_1 na esfera celeste com relação ao Zenith, usando-se um filtro para um determinado comprimento de onda λ_1 e θ_2 para outro comprimento λ_2 . Obtenha uma expressão para a dispersão angular $\Delta\theta(\lambda_1, \lambda_2)$ da luz proveniente da estrela (este efeito deve ser pequeno). Neste caso considere a atmosfera acima do telescópio como um meio homogêneo. Acima da atmosfera utilize $n = 1$.

b) **(2 pontos)** Vamos considerar a atmosfera como sendo um gás diluído de moléculas que pode ser modelado como sendo um conjunto de N osciladores harmônicos por unidade de volume ressonantes (todos com frequência ω_0). Neste caso o campo de radiação incidente faz com que os elétrons das moléculas (osciladores) sejam forçados a oscilar com a mesma frequência ω do campo de radiação eletromagnética. O campo de radiação força as moléculas a oscilarem induzindo no meio uma polarização. Determine a expressão para o índice de refração para este modelo, usando e como a carga do elétron, m a sua massa e ϵ_0 a permissividade elétrica no vácuo.

c) **(2 pontos)** Considerando as moléculas com transições eletrônicas (ressonâncias) em torno de 5eV e a atmosfera nas condições normais de pressão e temperatura (CNPT), faça uma estimativa para a variação do valor do índice de refração n nos extremos da região visível do espectro: $\lambda_{min} = 400nm$ e $\lambda_{max} = 900nm$.

Nas CNPT : $N_0 = 2,7 \times 10^{25}$ moléculas/ m^3 , $V = 22.7$ litros

d) **(2 pontos)** Os telescópios terrestres atuais são instalados acima em altitudes acima de 3.000 metros com relação ao nível do mar. Faça uma estimativa para a variação do índice de refração em função da altitude, considerando que em equilíbrio a pressão atmosférica varia proporcionalmente com a densidade da atmosfera como função da altitude. Use $h = 0$ como nível do mar e N_0 para a densidade.

e) **(2 pontos)** Com os valores obtidos nos itens anteriores determine o valor numérico da dispersão para estrelas observadas a um ângulo de 60° com relação ao Zenith para nos limites do espectro visível (como no item c).

Aglomerados de Galáxias (QUESTÃO 2 – 10 pontos)

Físicos anunciaram em 17 de março de 2014 a descoberta da primeira evidência direta da inflação cósmica, uma expansão extraordinariamente rápida do universo ocorrida após o Big Bang, há 13,8 bilhões de anos. A teoria do Big Bang foi desenvolvida a partir das observações feitas por Edwin Hubble que descobriu na década de 1940 que as chamadas nebulosas eram na verdade galáxias fora da Via Láctea, e que estas se afastam umas das outras a uma velocidade proporcional à distância da Terra. Estas medidas de velocidade são realizadas através do Efeito Doppler não relativístico. Aglomerados de Galáxias são concentrações de estrelas, gás e matéria dita escura que não pode ser detectada opticamente. Vamos considerar neste problema o aglomerado de COMA que é um dos mais próximos da Via Láctea. Este aglomerado pode ser considerado como um sistema em equilíbrio hidrostático e o gás como um sistema isotérmico. As galáxias que compõem o aglomerado COMA têm uma extensão radial de $R \cong 2 \text{ Mpc}$. Medidas do deslocamento Doppler das galáxias mostraram que estas possuem uma distribuição gaussiana para o vermelho (redshift – estão se afastando) observado de $z = 0,023 \pm 0,003$, onde $z = \Delta\lambda/\lambda$.

dados para o problema:

$1 \text{ Mpc} = 3,1 \times 10^{19} \text{ km}$ - um megaparsec (unidade de medida astronômica)

$G = 4,3 \times 10^{-9} \text{ Mpc } M_S^{-1} \left(\frac{\text{km}}{\text{s}}\right)^2$, M_S é a massa do Sol.

$H_0 = 70 \frac{\text{km}}{\text{Mpc} \cdot \text{s}}$, constante de Hubble

- (2 pontos)** Usando os resultados fornecidos determine quão rápido as galáxias do aglomerado de COMA estão se afastando de nós. Determine também a dispersão (σ) em torno do valor médio com que as velocidades das galáxias estão se afastando (apresente os resultados em km/s)
- (3 pontos)** Assuma que apenas forças gravitacionais atuam no aglomerado. Dê uma estimativa para a massa do aglomerado em termos de M_S .
- (3 pontos)** Usando a lei de Hubble que expressa a velocidade v de uma galáxia como relação a sua distância a Terra D como $v = H_0 D$, determine o tamanho aparente do aglomerado e o compare com os resultados fornecidos.
- (2 pontos)** Uma segunda forma de se determinar a massa é através da temperatura média T dos gases do aglomerado medida a partir de um método de detecção de raios-X (não vem ao caso aqui). Assuma que a dispersão em velocidade observada é devido à energia cinética térmica de átomos de Hidrogênio com massa m_H que são os componentes principais do gás do aglomerado. Assuma que o gás é ideal com os átomos não interagentes e considerados como esferas de raio R_{gas} . Para o gás em equilíbrio o gradiente de pressão num volume pequeno é igual a força gravitacional que atua neste. Faça uma estimativa da massa do cluster em termos de R_{gas} e da dispersão σ das velocidades (e das constantes fundamentais fornecidas).

Efeito Casimir (QUESTÃO 3 – 10 pontos)

Duas placas metálicas colocadas próximas uma da outra no vácuo atraído-se mutuamente devido às flutuações de energia do campo eletromagnético no seu interior. Estas flutuações são conhecidas como flutuações de ponto zero. Este efeito estranho sob a perspectiva da vida cotidiana, vindo do nada (vácuo), é conhecido como efeito Casimir. Neste problema vamos abordar o efeito Casimir de uma forma muito fenomenológica, e realizar cálculos que nos podem dar ideia das ordens de grandeza desta força atrativa.

a) **(4 pontos)** Considere duas placas num ambiente de vácuo, com áreas A e separadas por uma distância L . Consideremos que no interior das placas há uma densidade de energia (energia de ponto zero) por unidade de área definida como $\varepsilon = \frac{E}{A}$, e que depende de constantes fundamentais como h, e, c . Use sua intuição e análise dimensional para descobrir a dependência da densidade de energia em função dos parâmetros fornecidos e de constantes fundamentais.

b) **(3 pontos)** Da derivada de ε como relação a L , determine a força por unidade de área $p_0(A, L)$ entre as placas. Use $L = 1\mu m$ e estime o valor de $p_0(A, L)$ em Pascal (a menos da constante de proporcionalidade).

c) **(3 pontos)** Consideremos agora o interior das placas preenchido por um gás de fótons. Considerando a pressão exercida nas placas devido ao gás de fótons confinados no interior, podemos fazer uma estimativa desta pressão com relação à pressão devido às flutuações de ponto zero como função do volume $A \times L$ e da temperatura do gás T . Para calcular a pressão exercida pelo gás de fótons você pode utilizar a mesma expressão obtida no item a) e substituir o comprimento L pelo comprimento de onda térmico do fóton, equivalente ao seu comprimento de onda de De Broglie. Use k_B como a constante de Boltzmann e a temperatura $T = 1K$.