# 1ª Prova de Seleção – 26/setembro/2015
# Olimpíadas Internacionais de Física 2016

SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

**Caderno de Questões – Teoria**

**Instruções**

1. Este caderno de questões contém **QUATRO** folhas, incluindo esta com as instruções. Confira antes de começar a resolver a prova.

2. A prova é composta por **QUATRO** questões. Cada questão tem o valor indicado no seu início. A prova tem valor total de **100 pontos**.

3. Use as **Folhas de Resposta** fornecidas para as resoluções, e coloquem **número das páginas** com identificação da questão. Use somente a parte da frente das folhas de resposta na resolução, o verso poderá ser utilizado para rascunhos.

4. As **Páginas de Rascunho** devem ser identificadas como tal e não serão levadas em consideração.

5. É permitido apenas o uso de calculadora não programável, Casio fx-82MS, ou similar.

6. Este caderno dever ser **devolvido** ao final da prova juntamente com as folhas de respostas e de rascunhos dentro do envelope disponível sobre sua mesa.

7. O estudante deverá permanecer na sala, **no mínimo**, 90 minutos.

8. A prova tem duração de **QUATRO HORAS**

| | |
|---|---|
| Nome: | Série: |
| Nº e tipo de documento de identificação apresentado: | |
| Nome da Escola: | |
| Cidade: | Estado: |
| e-mail: | |
| Assinatura | |

**Questão 1 (25 pontos).** Um próton com carga $+e$ em alta velocidade se move com velocidade constante $v_0$ numa linha reta passando por um elétron de massa $m$ e carga $-e$, inicialmente em repouso. O elétron está a uma distância $a$ do caminho do próton. Assuma que o próton passa tão rapidamente que o elétron não tem tempo de se mover apreciavelmente da sua posição inicial até que o próton esteja bem longe.

- **a)** Determine a componente da força na direção perpendicular e na direção paralela a linha ao longo do qual o próton se move considerando somente os efeitos eletrostáticos (10 pontos).
- **b)** Calcule o impulso fornecido pela força na direção perpendicular (5 pontos).
- **c)** Usando estes resultados, calcule o momento final e energia cinética final do elétron na direção perpendicular (10 pontos).

Dado: $\int \frac{dx}{(Ax^2+Bx+C)^{3/2}} = \frac{2(2Ax+B)}{(4AC-B^2)\sqrt{Ax^2+Bx+C}}$

**Questão 2 (25 pontos)**. De acordo com a Mecânica Estatística de Boltzmann, a entropia, S, é definida por S = k ln W. Onde W é o número de estados ou configurações possíveis do sistema. Com isso pode-se obter todas as equações termodinâmicas relevantes para o sistema. Algumas décadas depois Shannon propôs uma generalização dessa entropia definindo,

$$S = -k\sum_i p_i . lnp_i$$

Sendo $p_i$ a probabilidade de o sistema estar no estado I.

**a)** Mostre que para $p_i$ = p (constante) qualquer que seja I, a entropia de Shannon se reduz à entropia de Boltzmann. (2 pontos)

No caso de um gás ideal monoatômico, as partículas (moléculas) se movem livremente num recipiente de volume V. De acordo com a termodinâmica, a energia do sistema está relacionada à entropia e ao volume por:

dU = T.dS – P.dV

onde P é a pressão, T é a temperatura e d indica uma variação infinitesimal da grandeza correspondente.

**b)** Considerando que o volume do recipiente não varia, mostre que a probabilidade de o sistema estar numa energia entre U e U+dU é

P(U) dU= A exp( -U/kT) dΓ

onde dΓ representa um volume elementar do espaço de fase, isto é, o volume da região do espaço de coordenada e momento compatível com a energia total entre U e U + dU, e A é uma constante de normalização. Considere que o gás é feito de uma única molécula que se move livremente dentro do recipiente, sofrendo somente colisões elásticas com as paredes do mesmo. O elemento de volume do espaço de fase é dado por $d\Gamma=d^3x\ d^3p$, onde x é uma das coordenadas de posição e p uma das coordenadas do momento. (3 pontos).

**c)** Usando o resultado anterior, mostre que (5 pontos)

$$P(U)dU = A\,V\ \exp\{-\frac{(p_x^2+p_y^2+p_z^2)}{2\,k\,m\,T}\}$$

**d)** Considere $p^2 = p_x^2+p_y^2+p_z^2$, mostre que (5 pontos)

$$P(p)dp = 4\,\pi\,A\,V\ \exp\{-\frac{(p_x^2+p_y^2+p_z^2)}{2\,k\,m\,T}\}$$

**e)** Sabendo que

$$\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-ax^2)dx = (\frac{\pi}{a})^{1/2}$$

Mostre que, sendo v a velocidade da molécula (5 pontos)

$P(v)dv = (2m\pi kT)^{-3/2}\exp\{-m\,(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/2kT\}\,dv$

**f)** Para $v_y$ e $v_z$ fixos, faça um esboço do gráfico de $P(v_x)$ em função de $v_y$. (5 pontos).

**Questão 3 (25 pontos).** Considere um sistema massa-mola com constante elástica k sujeito a uma força dissipativa, $F_d = -\rho\, v$, onde v é a velocidade da massa m e ρ uma constante. Suponha que o sistema esteja sujeito a uma força externa $F = F_0 \cos(\omega\, t)$

**a)** Mostre esquematicamente as forças que atuam sobre o sistema. (2 pontos)

**b)** Usando a segunda Lei de Newton mostre que o sistema é descrito por uma equação do tipo (3 pontos)

$m\, d^2x/dt^2 + \rho\, dx/dt + k\,x = F_0 \cos(\omega\, t)$ (1)

A solução dessa equação é obtida mais facilmente supondo que x(t) seja a parte real de uma função complexa z(t), isto é, x(t)=Re[z(t)]. Mostre que dessa forma a equação (1) pode ser escrita como

$d^2z/dt^2 + \gamma\, dz/dt + w_0^2\, z = F_0 \exp(i\,\omega\, t)$ (2)

sendo $\gamma=\rho/m$ e $w_0^2 = k/m$.

**c)** Mostre que se o sistema massa-mola estivesse livre das forças externa e dissipativa a equação do movimento seria (3 pontos)

$m\, d^2x/dt^2 + k\,x = 0$ (3)

**d)** Mostre que a função $x(t)=A\cos(\omega_o\, t)$ é uma solução da equação (3). (3 pontos)

**e)** Mostre que $z(t)=z_0 \exp(i\,\omega\, t)$ é solução da equação (2) se: (3 pontos)

$z_o=(F_0/m) / [\ \omega^2_o - \omega^2 + i\ \gamma\,\omega]$

**f)** Qualquer número complexo pode ser escrito na forma $z_o$=A exp(i φ) com A e φ reais. Mostre a partir de $z_0$ obtido acima que: (3 pontos)

$A^2(\omega) = (F_0/m)^2/[(\omega^2_o - \omega^2) + \gamma^2 \omega^2]$

$\varphi(\omega) = -\mathrm{arctg}[\gamma\,\omega/(\omega^2_o - \omega^2)]$

**g)** Esboce o gráfico $A^2(\omega)$ vs ω. (3 pontos)

**h)** Suponha que se tenha $\omega_o$=36 rad/s e γ=9 $s^{-1}$. Qual deve ser o espaçamento das ondulações de um redutor de velocidade numa via em que a velocidade deve ser inferior a 50 km/h? (5 pontos)

**Questão 4 (25 pontos).** Uma fonte de luz emite luz de uma fonte de frequência f é transmitida através de um sistema como mostrado na figura abaixo. No condutor superior tem um líquido de índice de refração n movendo se com uma velocidade u, e o condutor inferior contem o mesmo líquido mas em repouso. A velocidade da luz é dependente do meio onde se propaga, isto é, do índice de refração do meio n. Como estamos lidando com mudança da velocidade da luz no meio, e a velocidade do líquido, as relações relativísticas devem ser utilizadas. A composição de velocidade no caso relativístico se torna:

$$v = \frac{v' + u}{1 + \frac{uv'}{c^2}} \sim \frac{c}{n} + u\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

Onde v é a velocidade resultante, v’ é a velocidade da luz no meio líquido, e u a velocidade do líquido. Como a velocidade da luz no tubo superior é diferente no tubo inferior, existirá uma diferença de fase entre os caminhos percorridos.

a) Escrever a equação que relaciona a velocidade da luz dependente do meio onde se propaga, isto é, do índice de refração do meio n. (5 pontos)
b) Qual o valor mínimo de u que causaria uma interferência destrutiva no ponto P’. (20 pontos)