

# OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE FÍSICA

Prova Especial SELETIVAS 1 e 2 / 2020

21 de Janeiro de 2021



## INSTRUÇÕES

1. A prova é composta por dez questões. Confira seu caderno. Ele deve conter um **total de 5 páginas**, identificadas de 1 a 5. Em caso contrário, peça sua substituição.
2. **Todas as respostas devem ser justificadas**, ou seja, os **desenvolvimentos** das resoluções, composto pela principais etapas que levam às respostas, devem ser apresentados.
3. As respostas e resoluções (desenvolvimentos) devem ser enviadas através da interface de provas no endereço <https://app.graxaim.org/soif/2020>.
4. Você deve seguir as instruções de envio dadas em [https://app.graxaim.org/soif/2020/instrucoes\\_seletivas\\_1\\_2.html](https://app.graxaim.org/soif/2020/instrucoes_seletivas_1_2.html).
5. É permitido apenas o uso de caneta, de cor **azul ou preta**, régua e calculadora **não programável**.
6. Durante a prova, é permitido o uso de celular ou computador **apenas** para acessar o site <https://app.graxaim.org/soif/2020>, ou para trocas de mensagens com os coordenadores da SOIF através do endereço [obf2020online@gmail.com](mailto:obf2020online@gmail.com). **Todos os demais usos (aplicativos gráficos e numéricos, consultas, busca na internet, etc) são proibidos**.
7. As respostas devem ser enviadas das 14h00 às 18h30, horário de Brasília.
8. Se houver suspeita de congestionamento da rede, ou notícias de problemas localizados em partes do país, pode ser que o site seja ajustado para aceitar submissões após as 18h30, horário de Brasília. No entanto, a validade das submissões ficará suspensa até que uma comissão da SOIF, especialmente designada para este fim, analise as razões específicas de cada atraso.
9. São vedados comentários e discussões sobre os enunciados das questões, suas respostas e possíveis resoluções até as 22h00, horário de Brasília, nas redes sociais, blogs, fóruns e ferramentas afins de comunicação da internet.
10. Se necessário e salvo indicação em contrário, use símbolos, e seus respectivos valores em problemas numéricos, para as grandezas: constante de Coulomb  $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{C}^2/\text{m}^2$ ; permeabilidade magnética no vácuo  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ ; densidade da água líquida  $\rho_a = 1,00 \text{ g/cm}^3$ ; calor específico da água líquida  $c_a = 1,00 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C})$ ; calor latente de fusão do gelo  $L_g = 80,0 \text{ cal/g}$ ; índice de refração do ar  $n = 1,00$ ; aceleração da gravidade  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ .
11. Se necessário e salvo indicação em contrário, use os seguintes fatores de conversão:  $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$ ;  $1 \text{ atm} = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa}$ .

1. Uma moça que faz uma trança nos cabelos como mostrado na figura abaixo sempre que sai para correr. Considere que sua trança tem 25 cm de comprimento e que sua passada tem frequência  $\omega$ , que a aceleração gravitacional é  $g$ , que a densidade linear de massa de um fio de cabelo é, em média,  $4 \times 10^{-5}$  g/cm. Enquanto ela corre sua cabeça, e portanto a base da trança junto a sua cabeça, sofre uma aceleração na vertical dada por  $a(t) = a_o \cos(\omega t)$ , e a trança pode sofrer pequenas oscilações no plano vertical. Qual a frequência de suas passadas que maximiza a oscilação da trança? Obs: para facilitar as contas, use uma aproximação em que a trança se comporta como um bastão rígido.



2. Os sistemas físicos naturais (Hamiltonianos) apresentam a notável propriedade de serem, ao menos até certo ponto, independentes de escala, isto é, quando se faz a transformação  $q_i \rightarrow q'_i = \alpha q_i$ , com  $\alpha$  sendo um fator de escala igual para todas as coordenadas. Isto acontece com vários objetos naturais que temos ao nosso redor, mas acontecem em escala astronômica e microscópica também. Vamos considerar sistemas que obedeçam a interações centrais com energia potencial dada por  $V(r) \propto r^\nu$ . Se as escalas espaciais são expressas em termos da escala  $\alpha$ , isto é,  $r \rightarrow r' = \alpha r$ , e a de tempo dada por  $t \rightarrow t' = \beta t$ .
- (a) Determine a relação entre  $\alpha$  e  $\beta$  para que o sistema seja independente da escala.
- (b) Como é essa relação para o caso gravitacional, e a qual lei física esse resultado está relacionado?
- (c) Considerando a força peso, que é constante próximo à superfície da Terra, a qual relação essa regra obtida no item (a) leva? Qual sistema se comporta de acordo com essa relação?
3. O vetor potencial é dado por

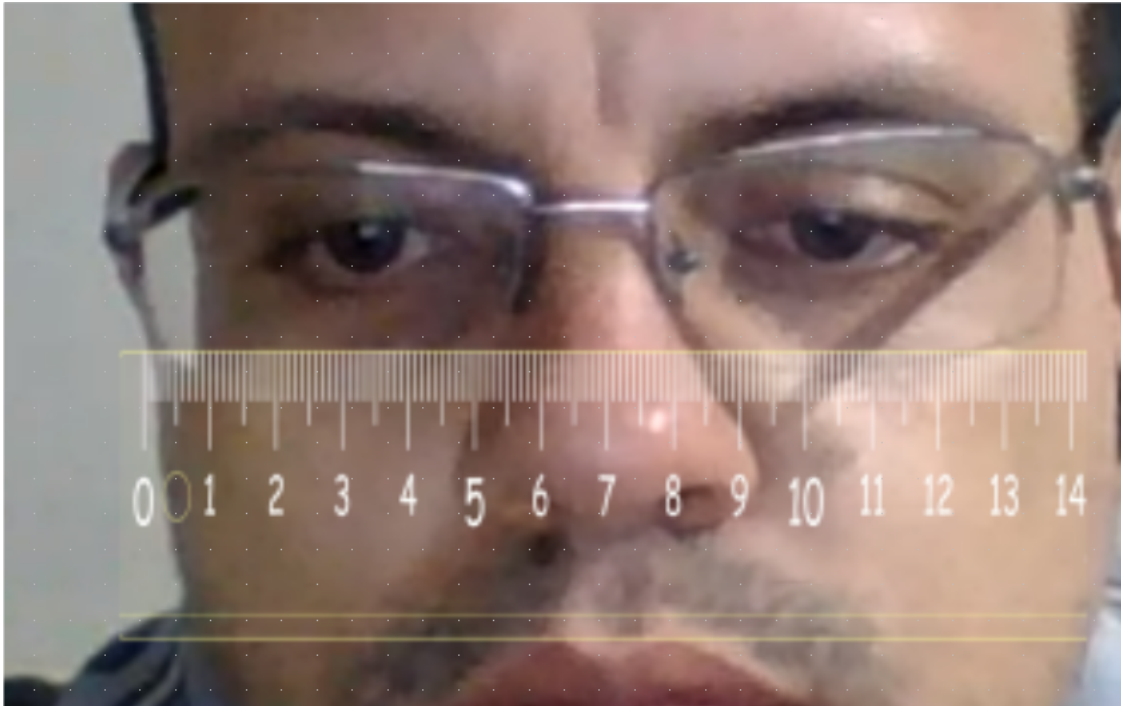
$$\mathbf{A} = A_z \mathbf{z}$$

onde

$$A_z = -\frac{\mu_0 J_0}{4}(x^2 + y^2), \text{ com } \sqrt{(x^2 + y^2)} \leq a.$$

Ache a distribuição de corrente que produz este potencial e o campo magnético resultante.

4. Notamos na foto abaixo que o olho direito se vê menor do que realmente é. A distância da câmera foi de 23 cm, a do cristalino do olho até a lente de 1,46 cm. Uma escala em mm está sobreposta na foto do rosto, para poder medir direções transversais. Considere que a lente tem índice de refração  $n = 1,5$ . Use aproximações de ângulos pequenos e óptica paraxial e despreze alguma inclinação do rosto perante a câmera.



- (a) Qual é o grau da lente direita? (grau é o valor inverso da focal, medindo em metros).
- (b) Qual é o grau da lente esquerda?
- (c) Quanto vale o ângulo entre as superfícies da lente na posição em que se vê a borda direita da pessoa através dela?
5. No dia 14 de outubro de 2012, o paraquedista Felix Baumgartner realizou seu salto a partir de uma cápsula elevada à estratosfera por balões de hélio e quebrou o recorde de maior salto de paraquedas mais alto da história. Ele foi o primeiro homem a mover-se com velocidade supersônica sem equipamentos de propulsão.
- Admita uma força de resistência do ar proporcional ao módulo da velocidade do paraquedista, isto é  $F_a(v) = kv$ , em que  $k$  é uma constante física de dimensões adequadas. Seja  $m$  a massa do paraquedista e  $g$  a aceleração local da gravidade. Despreze a velocidade inicial do paraquedista, assim como a variação de  $k$  e  $g$  com respeito à altitude em que o paraquedista se encontra ao longo de sua descida pela atmosfera terrestre. Considerando as aproximações descritas anteriormente, faça o que se pede nos itens a seguir.
- (a) Indique que condição deve ser entre as variáveis físicas fornecidas para que o paraquedista possa atingir uma velocidade superior a do som  $v_s$ .
- (b) Estime qual o intervalo de tempo de queda necessário para paraquedista atinja a velocidade do som  $v_s$ .

6. Uma onda plana paralelamente polarizada em 106 Hz incide do espaço livre (índice de refração  $n = 1$ ) sobre um plasma uniforme tênue ( $n'$ ). Quando o ângulo de incidência é de  $30^\circ$  não há reflexão.

- Esquematizar a situação incluindo os campos  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  vetoriais e o vetor de onda  $\mathbf{k}$ .
- Encontre a frequência do plasma
- Ache a densidade de elétrons do plasma sabendo que a frequência de plasma é dada pela expressão aproximada de  $\omega_P \sim 57\sqrt{N}$  rad/s e  $N$  é a densidade de elétrons por  $\text{cm}^3$ .

Dicas: No caso de onda polarizada paralelamente ao plano de incidência, para não ter reflexão nenhuma, temos a condição de ângulo de Brewster em que  $i_B = \tan^{-1}(n'/n)$ . Também sabemos que  $(n')^2 \cong 1 - \omega_P^2/\omega^2$ .

7. Considere uma onda plana de luz, de comprimento de onda  $\lambda$ , propagando-se na direção  $\hat{z}$ , que incide sobre uma rede de difração localizada no plano  $z = 0$ . A rede é composta por uma matriz de lacunas de dimensões desprezíveis localizadas nas posições

$$\vec{R} = n_x a_x \hat{x} + n_y a_y \hat{y}, \quad n_x \text{ e } n_y \in \mathbb{Z}.$$

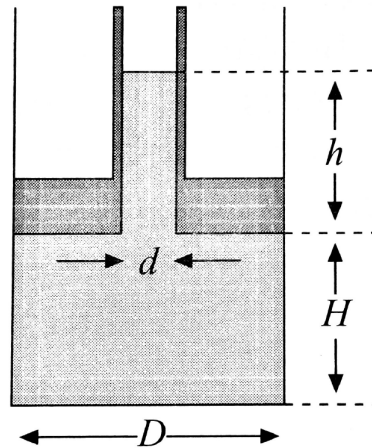
Um anteparo é disposto paralelamente à rede de difração à distância  $z = D \gg \lambda$ ,  $a_x$ ,  $a_y$  da mesma. Descreva o padrão de difração observado no anteparo, identificando as posições dos pontos claros no mesmo.

8. O *Large Hadron Collider* (LHC) é o maior acelerador de partículas do mundo. Ele começou a operar em 2008 e conta com um túnel circular subterrâneo de raio  $R$ . Feixes de prótons podem ser acelerados por campos elétricos no interior dos túneis e mantidos em trajetória circular através da aplicação de campos magnéticos. O interior dos tubos é mantido em ultra-alto vácuo e os eletroímãs utilizados, que geram campos magnéticos cujas intensidades de intensidade até  $B$ , são resfriados até temperaturas próximas do zero absoluto.

No LHC, dois feixes de prótons são acelerados até velocidades próximas a da luz,  $c$ , e colocados em rota de colisão frontal. Essas colisões de altas energias geram fenômenos muito interessantes para a física de partículas. A massa de repouso do próton é  $m_p$  e sua carga elétrica,  $+e$ . Calcule expressões para a energia máxima atingidas pelos prótons no LHC considerando:

- apenas efeitos clássicos (física newtoniana).
- efeitos relativísticos.

9. Um pistão é constituído por um disco ao qual se ajusta um tubo oco cilíndrico de diâmetro  $d$ , e está adaptado a um recipiente cilíndrico de diâmetro  $D$ . A massa do pistão com tubo é  $M$  e ele está inicialmente no fundo recipiente. Despeja-se então pelo tubo uma massa  $m$  de líquido de densidade  $\rho$ . Em consequência, o pistão se eleva de uma altura  $H$ . A altura da coluna de líquido dentro do tubo de diâmetro  $d$  é  $h$ . Calcule  $H$ .



10. A figura abaixo, onde  $AB$  e  $CD$  são adiabáticas, representa o ciclo de Otto, esquematização idealizada do que ocorre num motor a gasolina de 4 tempos:  $AB$  representa a compressão rápida (adiabática) da mistura de ar com vapor de gasolina, de um volume inicial  $V_0$  para  $V_0/r$ , onde  $r$  é a taxa de compressão.  $BC$  representa o aquecimento a volume constante devido à ignição.  $CD$  é a expansão adiabática dos gases aquecidos, movendo o pistão.  $DA$  representa a queda de pressão associada à exaustão dos gases da combustão. A mistura é tratada como um gás ideal de coeficiente adiabático  $\gamma$ . Calcule o rendimento do ciclo em termos da taxa de compressão  $r$  e do coeficiente adiabático  $\gamma$ .

