OBOA

Olimpíada Brasileira Online de Astronomia

1ª Fase - 6 de outubro de 2023

Nome: ______________________________

Série: ______________________________

Nível RA
Ensino Médio
1ª, 2ª e 3ª séries

Instruções de Prova

I. Esta prova destina-se aos alunos das **1ª, 2ª e 3ª séries do ensino médio e 4ª série do ensino técnico**, podendo também ser feita de maneira não competitiva por alunos que já terminaram o ensino médio. Ela contém **vinte** questões. Cada questão tem valor de 1 ponto e a prova um total de 20 pontos.

II. A prova é individual e sem consultas. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada na próxima página.

III. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas/com acesso a internet.

IV. A duração máxima desta prova é de **três** horas.

Apoio:

NOIC

AstroBioFísica
Prof. Flávia e Virgílio

Tabela de Constantes

Massa ($M_\oplus$)	$5,98 \cdot 10^{24}\ kg$	**Terra**
Raio ($R_\oplus$)	$6,38 \cdot 10^{6}\ m$	
Aceleração da gravidade superficial ($g_\oplus$)	$9,8\ m/s^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23°27'$	
Ano Tropical	$365,2422$ dias solares médios	
Ano Sideral	$365,2564$ dias solares médios	
Albedo	$0,39$	
Dia sideral	$23h\ 56min\ 04s$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22}\ kg$	**Lua**
Raio	$1,74 \cdot 10^{6}\ m$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14°$	
Albedo	$0,14$	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74\ mag$	
Massa ($M_\odot$)	$1,99 \cdot 10^{30}\ kg$	**Sol**
Raio ($R_\odot$)	$6,96 \cdot 10^{8}\ m$	
Luminosidade ($L_\odot$)	$3,83 \cdot 10^{26}\ W$	
Magnitude Absoluta ($\mathcal{M}_\odot$)	$4,80\ mag$	
Magnitude Aparente ($m_\odot$)	$-26,7\ mag$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	$220\ km\, s^{-1}$	
Distância ao Centro Galático	$8,5\ kpc$	
Diâmetro da pupila humana	$6\ mm$	**Distâncias e tamanhos**
Magnitude limite do olho humano nu	$+6\ mag$	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11}\ m$	
1 pc	206.265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$	**Constantes Físicas**
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-2}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$	
Constante de Wien (b)	$2,898 \cdot 10^{-3}\ m \cdot K$	
Constante de Hubble (H_0)	$70,0\ km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^{8}\ m/s$	

Curiosidades:

Rubens de Azevedo (1921-2008) foi um proeminente astrônomo brasileiro, notório pela fundação da Sociedade Brasileira dos Amigos da Astronomia (SBAA) e do Observatório Popular Flamarion. Suas realizações incluem a criação do primeiro mapa lunar brasileiro e uma significativa contribuição para a popularização da astronomia no Brasil, influenciando a formação de inúmeras instituições astronômicas. Seu legado perdura com o Planetário Rubens de Azevedo em Fortaleza-CE e a homenagem do asteroide 84342, renomeado em seu centenário como "Asteróide Rubensdeazevedo".

Questão 1. Considere um sistema binário formada pelas estrela Plo I e Plo II, que orbitam o centro de massa em órbitas circulares. Da Terra, medimos que a maior separação angular entre as estrelas é $\theta = 5\,\text{mas}$ e que o período orbital do sistema é $P = 10$ anos. Sabendo que o binário possui paralaxe $p = 0,5\,\text{mas}$, encontre a soma das massas de Plo I e Plo II em massas solares.

a) 5
b) 10
c) 15
d) 20

Gabarito: Item (b)

A distância do binário até a Terra é dada por

$$d = \frac{1}{p('')} = \frac{1}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^3\,\text{pc}$$

A separação máxima é igual à soma dos raios das órbitas individuais e é dada por

$$a = d\theta$$

Convertendo d para UA e θ para rad:

$$d = 2 \cdot 10^3 \cdot 206265\,\text{UA}$$

$$\theta = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{206265}\,\text{rad}$$

Multiplicando os dois valores,

$$a = 10\,\text{UA}$$

Pela 3ª lei de Kepler,

$$\frac{P(\text{anos})^2}{a(\text{UA})^3} = \frac{1}{M_{tot}(\text{M}_\odot)}$$

$$M_{tot} = \frac{a^3}{P^2} = \frac{10^3}{10^2} = 10\,\text{M}_\odot$$

Questão 2. O Rei Caranguejo está fazendo uma visita na Fazenda Ribeirão,em Barra do Piraí ($\varphi = 22,47°$ S, $\lambda = 43,83°$ O), possível local para a IOAA 2024. Em uma de suas noites por lá, ele fez uma observação das bonitas estrelas do hemisfério sul. Quais das seguintes estrelas seriam impossíveis de serem observadas?

(a) Kochab ($\delta = 74°09'20''\ N$) e Betelgeuse ($\delta = 7°24'26''\ N$)

(b) Athebyne ($\delta = 61°30'51''\ N$) e Kochab ($\delta = 74°09'20''\ N$)

(c) Pherkad ($\delta = 71°50'02''\ N$) e Kochab ($\delta = 74°09'20''\ N$)

(d) Betelgeuse ($\delta = 7°24'26''\ N$) e Bellatrix ($\delta = 6°20'59''\ N$)

(e) Pherkad ($\delta = 71°50'02''\ N$) e Thuban ($\delta = 64°20'46''\ N$)

Gabarito: Item (c)

Nesse caso, basta lembrar que estrelas nunca visíveis seguem a relação:

$$\delta \geq 90° - \varphi$$

Assim, substituindo os valores, apenas o item (c) se torna o correto.

Questão 3. A partir da Lei de Gauss, conseguimos chegar em resultados interessantes para o campo gravitacional produzido com corpos massivos com certo grau de simetria. Para um corpo esférico homogêneo, temos que seu campo gravitacional interno é da forma

$$g = kG\rho^{\alpha}r^{\beta}$$

Onde ρ representa a densidade, r a distância até o centro, G a constante da gravitação universal e k um fator adimensional.
A partir de análise dimensional, quanto vale $\alpha + \beta$?

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 5

(e) 6

Gabarito: Item (a)

Ao invés de escrever uma equação para cada grandeza fundamental, podemos lembrar que a gravidade é da forma

$$g = \frac{GM}{L^2}$$

Onde M é uma grandeza de massa e L de distância. Comparando

$$G\rho^{\alpha}r^{\beta} = \frac{GM}{L^2}$$

$$\rho^{\alpha}r^{\beta} = \frac{M}{L^2} = \frac{M}{L^3}L$$

Assim, podemos ver que $\frac{M}{L^3}$ tem a mesma unidade que a densidade ρ e L a mesma que r. Assim, podemos concluir que $\alpha = \beta = 1$ e, portanto, $\alpha + \beta = 2$.

Questão 4. Uma galáxia distante foi encontrada por CJ em uma de suas observações com seu enorme telescópio. Fazendo a análise de seu espectro, ele percebe que a linha de emissão Lyman-alfa da galáxia, cujo comprimento de onda em repouso é $\lambda_0 = 1216\,\mathring{A}$, encontra-se deslocada para $\lambda = 1244\,\mathring{A}$. Assinale a alternativa que mais se aproxima da distância da galáxia encontrada por CJ até a Terra em Mpc.

(a) 50
(b) 100
(c) 150
(d) 200

Gabarito: Item (b)

Pela fórmula do redshift,

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = 0,023$$

$$\Rightarrow v = cz = 0,023 \cdot 3 \cdot 10^5 = 6,9 \cdot 10^3\,\text{km/s}$$

Pela lei de Hubble,

$$v = H_0 d \Rightarrow d = \frac{v}{H_0}$$

$$d = \frac{6,9 \cdot 10^3}{70,0} \approx 100\,\text{Mpc}$$

Questão 5. Paulinho, durante uma expedição por seu observatório, encontrou o asteroide H3NR1C0. Querendo analisar melhor o asteroide, Paulinho calculou o período e excentricidade da órbita de H3NR1C0, obtendo $P = 2$ anos e $e = 0,3$. Sabendo disso, calcule a menor distância do asteroide até o Sol.

(a) $r_{min} = 1,1$ UA.
(b) $r_{min} = 0,8$ UA.
(c) $r_{min} = 1,4$ UA.
(d) $r_{min} = 0,5$ UA.
(e) $r_{min} = 1,6$ UA.

Gabarito: Item (a)

Pela 3ª Lei de Kepler, podemos calcular o semi-eixo maior da órbita do asteroide. Para corpos no sistema solar:

$$P^2 = a^3$$

logo:

$$a = P^{\frac{2}{3}}$$

uma vez com o valor de a, para calcular a menor distância entre o asteroide e o Sol, basta calcular a posição do periélio.

$$r = a(1 - e)$$

Substituindo os valores númericos:

$$r \approx 1,1\ \text{UA}$$

Questão 6. No último dia 23 de setembro occorreu o chamado Equinócio de Setembro, data que marca o início da primavera para o hemisfério Sul e do outono para o hemisfério Norte. Nessa data, o Sol possui declinação $\delta_\odot = 0°$, ou seja, ele está sobre a linha do equador.

Um observador notou que durante a passagem meridiana do Sol, ele apresentava uma altura $h_\odot = 67°$. Além disso, ele também notou que uma estrela de declinação $\delta = -88°$, apresentava uma altura $h = 21°$ na sua culminação inferior. A partir dessas informações, assinale a alternativa que contém a latitude do observador:

(a) $\phi = 23°$N

(b) $\phi = 21°$S

(c) $\phi = 67°$N

(d) $\phi = 88°$S

(e) $\phi = 23°$S

Gabarito: Item (e)

Como a latitude geográfica ϕ é definida como sendo o ângulo medido entre o zênite e o equador celeste, podemos ver que:

$$\phi = 90° - h_\odot$$

Dessa forma:

$$\phi = 90° - 67°$$

$$\Rightarrow \phi = 23°$$

Agora, para determinar o hemisfério do observador, vamos nos atentar a outra estrela. Como ela possui declinação $\delta < 0$ (negativa), sabemos que ela se encontra no hemisfério celeste sul. Além disso, como a estrela possui altura $h > 0$ (positiva) sabemos que ela se encontra acima do horizonte durante sua culminação inferior, logo, ela é circumpolar, ou seja, o polo vísivel corresponde ao hemisfério onde a estrela está localizada. Portanto, o Polo Celeste Sul está vísivel, logo, o observador está no hemisfério Sul.

Questão 7. Um grupo de astronômos estava estudando exoplanetas em busca de vida extraterrestre. Ao se depararem com um exoplaneta em potencial, eles precisavam verificar a possibilidade da existência de água líquida, porém, para que isso fosse possível, eles deveriam determinar a temperatura efetiva da estrela primeiro.

Analisando o espectro da estrela eles notaram um pico de emissões no comprimento de onda $\lambda = 422$ nm. Desprezando efeitos de redshift, qual a temperatura efetiva da estrela?

(a) $T = 9832$ K

(b) $T = 2356$ K

(c) $T = 6872$ K

(d) $T = 4698$ K

(e) $T = 5469$ K

Gabarito: Item (c)

Aplicando a Lei do deslocamento de Wien:

$$\lambda \cdot T = b = 2,9 \times 10^{-3}$$

$$T = \frac{2,9 \times 10^{-3}}{\lambda}$$

$$T = \frac{2,9 \times 10^{-3}}{422 \times 10^{-9}}$$

$$\Rightarrow T = 6872 \text{ K}$$

Questão 8. Em um relógio de Sol vertical instalado em uma parede em um local de latitude $\phi = 38°$ N, qual será o comprimento da sombra projetado pelo gnômon de 15 cm ao meio-dia no dia do solstício de inverno?

(a) 10 cm

(b) 15,7 cm

(c) 16,8 cm

(d) 24,2 cm

(e) 54,9 cm

Gabarito: Item (b)

No solstício de inverno a declinação do sol é $\delta_\odot = -23,5°$. Como a inclinação do equador é $90 - \phi$, a altura do sol ao meio-dia é $h = 90 - \phi - |\delta_\odot|$ e a distância zenital $z = \phi + |\delta_\odot| = 61,5°$. Esquematizando a sombra no relógio, lembrando que no relógio de sol vertical o gnômon aponta para o polo não visivel, temos:

Utilizando a lei dos senos temos:

$$\frac{c}{\sin{(180 - z - 90 + \phi)}} = \frac{15}{\sin{(z)}}$$

$$\frac{c}{\sin{(90 - z + \phi)}} = \frac{c}{\cos{(z - \phi)}} = \frac{15}{\sin{(z)}}$$

$$c = 15,7 \ cm$$

Questão 9. Matheus CJ comprou um telescópio $f/10$ visando realizar observações noturnas de sua estrela favorita HU-G0. Sabendo que o foco do teléscopio de CJ vale $f = 1000$ mm, calcule a sua magnitude limite.

(a) $m_{lim} = 12,1$

(b) $m_{lim} = 13,6$

(c) $m_{lim} = 10,8$

(d) $m_{lim} = 14,3$

(e) $m_{lim} = 11,5$

Gabarito: Item (a)

Nesse caso, uma vez que o telescópio é $f/10$, o seu diâmetro será 10X menor que a distância focal. Ou seja, $D = 100$ mm. Para calcular a magnitude limite, podemos comparar o ganho desse telescópio com o ganho do olho humano:

$$m_{lim} - m_O = 2,5 \log \left(\frac{D}{d_O} \right)^2$$

assim:

$$m_{lim} = m_O + 5 \log \left(\frac{D}{d_O} \right)$$

Substituindo os valores, obtemos então que:

$$m_{lim} \approx 12,1$$

Questão 10. O cometa M4R14N4 passa de tempos em tempos perto da órbita terrestre, podendo ser visto a olho nu em diversos momentos. Sabendo que o diâmetro do cometa é $D = 4000$ km, calcule a distância aproximada entre o cometa e a Terra, no momento que o cometa consegue ser distuinguido pelo olho humano, em UA. Considere o comprimento de onda no vísivel igual a 550 nm e o diâmetro do olho humano igual a 6 mm.

(a) 0,2
(b) 0,5
(c) 0,7
(d) 0,8
(e) 0,9

Gabarito: Item (a)

No momento em que o cometa consegue ser distinguido pelo olho humano, teremos, pela condição de Rayleigh:

$$\theta = \frac{D}{d} = \frac{1,22\lambda}{d_O}$$

assim:

$$d = \frac{D d_O}{1,22\lambda}$$

substituindo os valores númericos:

$$d \approx 0,2 \text{ UA}$$

Questão 11. Certa estrela A tem massa $M_A = 5M_\odot$ enquanto uma outra estrela B tem massa $M_B = 1,7M_\odot$. Sabe-se também que seus comprimentos de onda do pico de emissão são, respectivamente 490 nm e 509 nm. Com isso, calcule a razão dos raios dessas estrelas. A seguinte tabela pode ser útil:

(a) 1,19
(b) 0,67
(c) 1,10
(d) 0,46

Tabela 1: Relação Massa-Luminosidade

$M \propto L^{2.5}$	$M \leqslant 0,5M_\odot$
$M \propto L^4$	$0,5M_\odot \leqslant M \leqslant 3M_\odot$
$M \propto L^3$	$M \geqslant 3M_\odot$

(e) 1,02

Gabarito: Item (e)

Utilizando a relação massa-luminosidade apropriada, podemos encontrar as luminosidades de cada estrela:

$$\frac{M_A}{M_\odot} = \left(\frac{L_A}{L_\odot}\right)^3$$

$$L_A = \left(\frac{M_A}{M_\odot}\right)^{1/3} L_\odot = 1,71L_\odot$$

$$\frac{M_B}{M_\odot} = \left(\frac{L_B}{L_\odot}\right)^4$$

$$L_B = \left(\frac{M_B}{M_\odot}\right)^{1/4} L_\odot = 1,41L_\odot$$

Com os comprimentos de onda de máxima emissão, utilizando a lei de Wien, calculamos as temperaturas das estrelas:

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}}$$

Substituindo: $T_A = 5918\ K$ e $T_B = 5697\ K$

Agora, utilizando as informações calculadas, descobrimos os raios das estrelas:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma T^4}}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \sqrt{\frac{\frac{L_A}{4\pi\sigma T_A^4}}{\frac{L_B}{4\pi\sigma T_B^4}}} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2$$

$$\frac{R_A}{R_B} = 1,02$$

Questão 12. Durante o eclipse solar anular de 14 de outubro, o brilho aparente do Sol será reduzido devido a ocultação provocada pela Lua. Essa redução ocasiona uma diminuição na produção de energia elétrica por painéis solares fotovoltáicos. Sabendo que na cidade de João Pessoa - PB, durante o máximo do eclipse, o Sol terá uma magnitude aparente $m = 0,94$, determine qual a razão entre a energia produzida durante um dia normal e durante o eclipse.

(a) $8,8 \times 10^{-12}$

(b) $1,1 \times 10^{11}$

(c) $7,2 \times 10^5$

(d) $1,1 \times 10^{-12}$

(e) $8,2 \times 10^{-11}$

Gabarito: Item (b)

Utilizando a equação de Pogson, vamos determinar o fluxo do Sol durante o eclipse em função do fluxo do Sol dem um dia comum:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right)$$

$$0,94 - (-26,7) = -2,5 \log\left(\frac{F_e}{F_\odot}\right)$$

$$27,64 = -2,5 \log\left(\frac{F_e}{F_\odot}\right)$$

$$\frac{F_e}{F_\odot} = 10^{27,64/-2,5}$$

$$\frac{F_e}{F_\odot} = 8,8 \times 10^{-12}$$

Como o fluxo é definido como sendo energia por unidade de área, podemos afirmar que a produção de energia é proporcional ao fluxo solar. Sendo E_0 a energia produzida em um dia comum e E_e a produzida durante o eclipse, temos que:

$$\frac{E_0}{E_e} \propto \frac{F_\odot}{F_e} = \frac{1}{8,8 \times 10^{-12}}$$

$$\Rightarrow \frac{E_0}{E_e} = 1,1 \times 10^{11}$$

Questão 13. A partir do estudo do espectro de uma estrela descobriu-se que esta tem temperatura $T = 12800\ K$, além disso, foi possivel medir o diâmetro angular $\theta = 0,9\ mas$ da estrela. Descubra qual é a magnitude aparente dessa estrela.

(a) -0,02 mag

(b) -2,10 mag

(c) 1,49 mag

(d) 0,85 mag

(e) 2,73 mag

Gabarito: Item (c)

O diametro ângular, em radianos, é

$$\theta^r = \theta \cdot \frac{10^{-3}}{206265} = \frac{2R}{d}$$

Comparando a magnitude aparente da estrela com a do Sol:

$$m - m_{\odot} = -2,5\log\left(\frac{F}{F_{\odot}}\right)$$

O fluxo da estrela é:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Pela lei de Stefan-Boltzmann $L = 4\pi R^2\sigma T^4$, portanto

$$F = \frac{4\pi R^2\sigma T^4}{4\pi d^2} = \frac{4\pi\left(\frac{\theta^r d}{2}\right)^2\sigma T^4}{4\pi d^2} = \frac{\theta^{r\,2}\sigma T^4}{4}$$

Voltando para a equação de pogson:

$$m = m_{\odot} - 2,5\log\left(\frac{F}{F_{\odot}}\right)$$

$$m = m_{\odot} - 2,5\log\left(\frac{\frac{\theta^{r\,2}\sigma T^4}{4}}{\frac{L_{\odot}}{4\pi a_{\oplus}^2}}\right) = m_{\odot} - 2,5\log\left(\frac{\theta^{r\,2}\sigma T^4\pi a_{\oplus}^2}{L_{\odot}}\right)$$

$$m = 1,49\ \text{mag}$$

Questão 14. Baldemor está observando Saturno no céu com um telescópio galileano $f/10$ de diâmetro $D = 10$ cm. Saturno está lindo, com um diâmetro angular de $\theta = 8,24\cdot 10^{-5}$ rad. Qual o tamanho de sua imagem, em mm no plano focal do telescópio?

(a) 3,2

(b) 0,082

(c) 0,12

(d) 8,2

(e) 0,82

Gabarito: Item (b)

Primeiramente, podemos calcular a distância focal do telescópio, obtendo $f = 10\times D = 100$ cm. Uma vez de posse da distância focal, podemos calcular o tamanho da imagem de Saturno seguinte maneira:

$$l = f\tan\theta$$

em que θ é o diâmetro ângular do planeta. Substituindo os valores, obtemos então que:

$$l = 0,082\ \text{mm}$$

Questão 15. Masquoto, astrônomo renomado internacionalmente, estava realizando uma análise em espectros de nebulosas de emissão, com dados dos mesmos objetos obtidos por observatórios localizados tanto na superfície terrestre quanto no espaço. Assim, qual a diferença observada nos espectros desses objetos ao comparar as imagens obtidas em órbita com as de um observatório terrestre?

(a) Ele observará menos linhas de absorção

(b) Ele observará mais linhas de absorção

(c) Ele observará o mesmo espectro

(d) Ele observará menos linhas de emissão

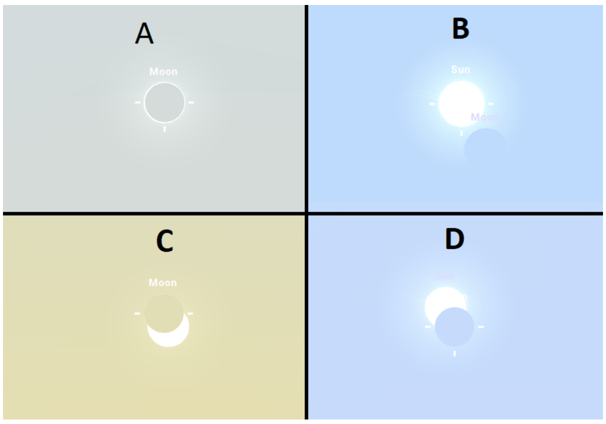
(e) Ele observará mais linhas de emissão

Gabarito: Item (a)

Como no observatório localizado na terra a luz captada precisa passar pela atmosfera, que se comporta como um gás frio, o espectro possuirá mais linhas de absorção do que a imagem do telescópio espacial.

Portanto, o espectro do espaço possui menos linhas de absorção que o terrestre.

Questão 16. Ian Ciiou Takoisi, um engenheiro apaixonado em astronomia, viajou para o futuro, fotografou o eclipse solar do dia 14 de outubro e retornou com as fotografias abaixo. Assinale a fotografia que demarca a "Totalidade"do eclipse. COnsidere a totalidade como o momento de maior obstrução, como esse é um eclípse anular.



(a) A

(b) B

(c) C

(d) D

(e) Todas as alternativas representam uma totalidade

Gabarito: Item (a)

A fotografia A representa o momento que a Lua encobria a maior parte do Sol, ou seja, a totalidade desse eclipse.

Questão 17. O aumento de um telescópio pode ser calculado ao dividir a distância focal da objetiva pela distância focal da ocular. Assim, Roboaldo gostaria de calcular o maior aumento que pode conseguir com seu equipamento atual. Sabendo que a distância focal do telescópio de Roboaldo é de 1600 mm e que ele possui oculares com distâncias focais de 4 mm, 5 mm e 20 mm, calcule o maior aumento que ele consegue utilizar e com qual ocular ele conseguirá alcançá-lo.

(a) 400x, com a ocular de 20mm
(b) 320x, com a ocular de 5mm
(c) 80x, com a ocular de 20mm
(d) 200x, com a ocular de 4mm
(e) 400x, com a ocular de 4mm

Gabarito: Item (e)

Como o aumento é inversamente proporcional a distância focal da ocular, basta determinarmos o aumento que ele obterá ao utilizar sua menor ocular:

$$\frac{D_f}{D_{fo}} = \frac{1600}{4} = 400$$

Portanto, o maior aumento que Roboaldo pode obter é 400x, ao utilizar seu telescópio em conjunto com sua ocular de 4mm.

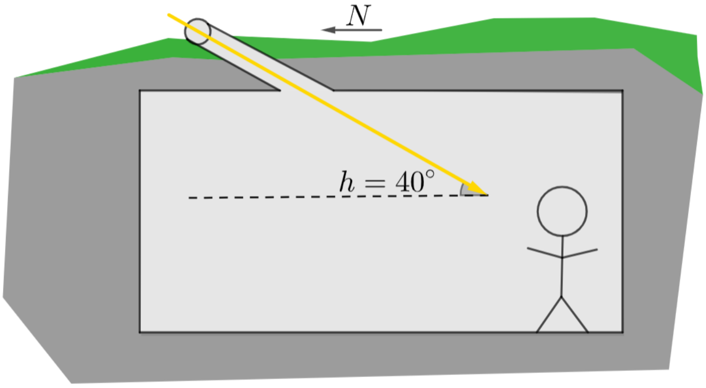
Questão 18. No dia 14 de Outubro de 2023 ocorrerá um eclipse solar anular, e poderá ser observado em sua totalidade no Panamá. Nessa data, o Sol estará a $1,492 \cdot 10^8$ km de distância da Terra, enquanto a Lua estará a $3,910 \cdot 10^5$ km da Terra. Sabendo que o diâmetro do Sol é de $1,391 \cdot 10^6$ km e o da lua é de $3,475 \cdot 10^3$km, calcule a área do anel formado durante o eclipse, graus quadrados.

(a) $2,492 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{deg}^2$
(b) $6,230 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{deg}^2$
(c) $2,045 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{deg}^2$
(d) $8,181 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{deg}^2$
(e) $2,241 \cdot 10^{-1}\,\mathrm{deg}^2$

Gabarito: Item (c)

Sabendo o raio angular do Sol é dado por: $\theta_S = 1,391 \cdot 10^6/2 \cdot 1,492 \cdot 10^8 = 4,662 \cdot 10^{-3} rad$ e o raio angular da lua é $\theta_L = 3,475 \cdot 10^3/2 \cdot 3,910 \cdot 10^5 = 4,444 \cdot 10^{-3} rad$. Transformando para graus (multiplicando por $180/\pi$), $\theta_S = 0,2671^o$ e $\theta_L = 0,2546^o$. Assim, a área angular do Sol é $A_S = \pi\theta_S^2 = 0,2241\, deg^2$ e a da lua é $A_L = \pi\theta_L^2 = 0,2037\, deg^2$ e a área do anel é $A_a = A_S - A_L = 2,045 \cdot 10^{-2}\, deg^2$

Questão 19. Em uma caverna, existe um templo a Balype, em que há um pequeno orifício que liga a caverna a superfície em um angulo de 40° com o horizonte, na direção norte. Na caverna, na mesma direção do orifício, há uma imponente estátua de Balype, como ilustra a figura. Sabendo que a caverna se encontra na latitude 30° S, qual é a declinação do Sol para que, no meio dia solar local, a estatua seja iluminada? quantos quantos dias no ano esse fenômeno ocorre? escolha a alternativa correta



(a) $\delta = 20° S$, 2 dias

(b) $\delta = 20° N$, 2 dias

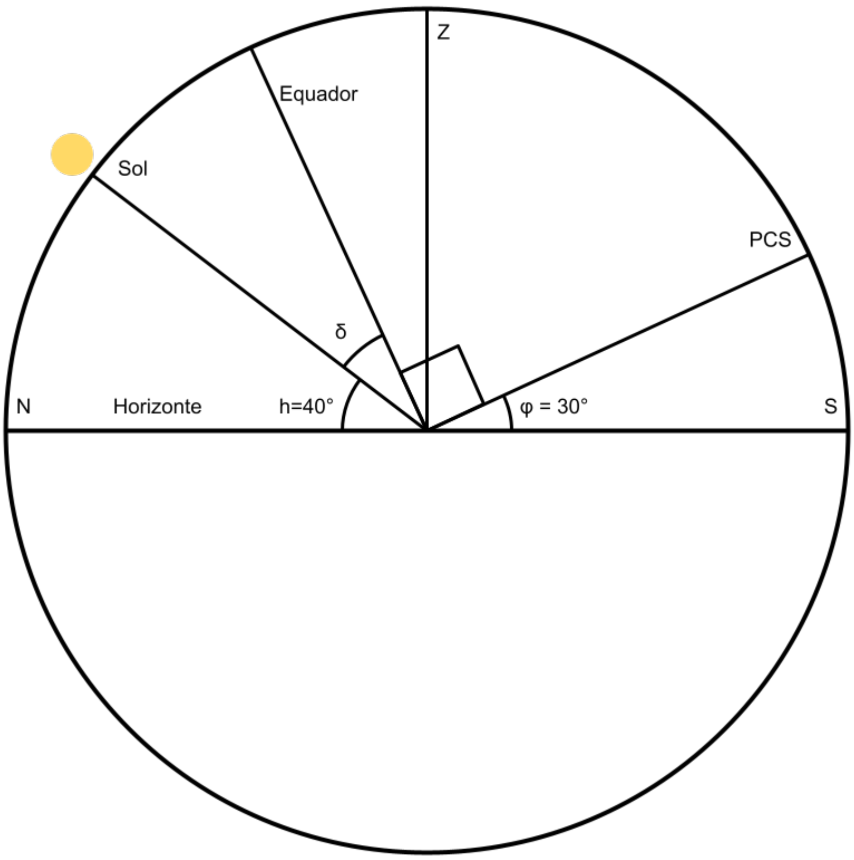
(c) $\delta = 0°$, 2 dias

(d) $\delta = 20° N$, 1 dia

(e) $\delta = 20° S$, 1 dia

Gabarito: Item (b)

Utilizando o esquema a seguir, percebe-se a seguinte relação $40^o + \delta + 90^o + 30^o = 180^o \Rightarrow \delta = 20^o$



Como o Sol está no hemisfério Norte, (mais ao norte que o equador), então $\delta = 20^o N$. Como o Sol varia sua declinação entre $23,5^o S$ e $23,5^o N$ ao longo de um ano, um pouco antes do solstício de inverno no hemisfério sul, o Sol atinge $\delta = 20^o N$, depois no solístico atinge $\delta = 23,5^o N$ e depois disso a declinação começa a diminuir, chegando novamente em $\delta = 20^o$N. Portanto, o Sol atinge $\delta = 20^o N$ duas vezes ao ano

Questão 20. O cometa M4R1N4, de massa m, se aproxima rapidamente do Sol em uma órbita hiperbólica de energia E e excentricidade 4. Deseja-se, para fins de pesquisas, colocar esse corpo em órbita elíptica de excentricidade igual a $\frac{1}{4}$. Então, em seu ponto de máxima aproximação, é dado um impulso para que este vire o periélio da nova órbita. Qual o decréscimo de velocidade a ser dado em M4R1N4?

(a) $\sqrt{\dfrac{E}{m}}$

(b) $\sqrt{\dfrac{E}{2m}}$

(c) $\sqrt{\dfrac{2E}{3m}}$

(d) $\sqrt{\dfrac{3E}{4m}}$

(e) $\sqrt{\dfrac{5E}{6m}}$

Gabarito: Item (e)

Aplicando Vis-viva para o periélio da hipérbole

$$v^2 = GM\left(\frac{2}{a(e-1)} + \frac{1}{a}\right)$$

$$v^2 = \frac{GM}{a(e-1)}(2 + e - 1)$$

$$v^2 = \frac{GM(e+1)}{a(e-1)}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM(e+1)}{a(e-1)}}$$

Analogamente para a elipse

$$v' = \sqrt{\frac{GM(1+e')}{a'(1-e')}}$$

Substituindo valores,

$$v = \sqrt{\frac{5GM}{3a}}$$

$$v' = \sqrt{\frac{5GM}{3a'}}$$

Porém, como o ponto de impulso é no periélio de ambas as órbitas, as duas distâncias periélicas são iguais. Assim,

$$a(e-1) = a'(1-e')$$

$$a' = 4a$$

Portanto, a variação

$$|v - v'| = \sqrt{\frac{5GM}{3}}\left(\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{a'}}\right)$$

$$|v' - v| = \sqrt{\frac{5GM}{3a}}\left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

$$|\Delta v| = \sqrt{\frac{5GM}{12a}}$$

A energia da órbita hiperbólica é dada por $E = \dfrac{GMm}{2a}$.

$$\implies \frac{GM}{a} = \frac{2E}{m}$$

Assim,

$$|\Delta v| = \sqrt{\frac{5E}{6m}}$$