



Olimpíada Brasileira Online de Astronomia

2ª Fase - 24 de novembro de 2023

Nome: _____

Série: _____

Nível JS
Ensino Fundamental
8ª e 9ª séries

Instruções de Prova

- I. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos das **8ª e 9ª séries do ensino fundamental**. Ela contém **vinte** questões. Cada questão tem valor de 1 ponto e a prova um total de 10 pontos.
- II. A prova é individual e sem consultas. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada na próxima página.
- III. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas/com acesso a internet.
- IV. As resoluções das questões podem ser feitas a lápis (bem escuro) ou caneta e devem ser apresentadas de forma clara, concisa e completa. Faça um retângulo ao redor da resposta de cada item. Sempre que possível, use desenhos e gráficos. Recomendamos o uso de borracha, régua e compasso.
- V. A duração máxima desta prova é de **três** horas.
- VI. Após o término da prova, os alunos deverão escanear suas soluções com um aparelho celular para enviarem suas provas pelo Google Docs.

Apoio:



ASTROBIOFÍSICA
PROF. FLÁVIA E VIRGÍLIO

Tabela de Constantes

Massa (M_{\oplus})	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	Terra
Raio (R_{\oplus})	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Aceleração da gravidade superficial (g_{\oplus})	$9,8 \text{ m/s}^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ}27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	$23\text{h } 56\text{min } 04\text{s}$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74 \text{ mag}$	
Massa (M_{\odot})	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	Sol
Raio (R_{\odot})	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Luminosidade (L_{\odot})	$3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$	
Magnitude Absoluta (M_{\odot})	$4,80 \text{ mag}$	
Magnitude Aparente (m_{\odot})	$-26,7 \text{ mag}$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 m s^{-1}	
Distância ao Centro Galático	$8,5 \text{ kpc}$	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	$+6 \text{ mag}$	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$	
1 pc	206.265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	Constantes Físicas
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-2}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	
Constante de Wien (b)	$2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	

Curiosidades:

João Evangelista Steiner, mais conhecido como João Steiner (São Martinho, 1 de março de 1950 — São Martinho, 10 de setembro de 2020), foi um astrofísico brasileiro que se destacou na pesquisa de galáxias ativas e na formação de aglomerados de galáxias, tendo contribuições significativas nessas áreas. Além disso, desempenhou um papel fundamental na educação científica, orientando estudantes e inspirando futuros cientistas, ocupou cargos importantes em instituições, promovendo o desenvolvimento da pesquisa astronômica no Brasil. Sua dedicação e paixão pela ciência o tornaram uma figura respeitada na comunidade científica.



Questão 1. A força gerada pelo campo gravitacional é a principal responsável pela existência de órbitas tais quais conhecemos. Usando o exemplo do sistema Terra-Lua, que estão a uma distância média de $3,84 \cdot 10^8 m$, calcule:

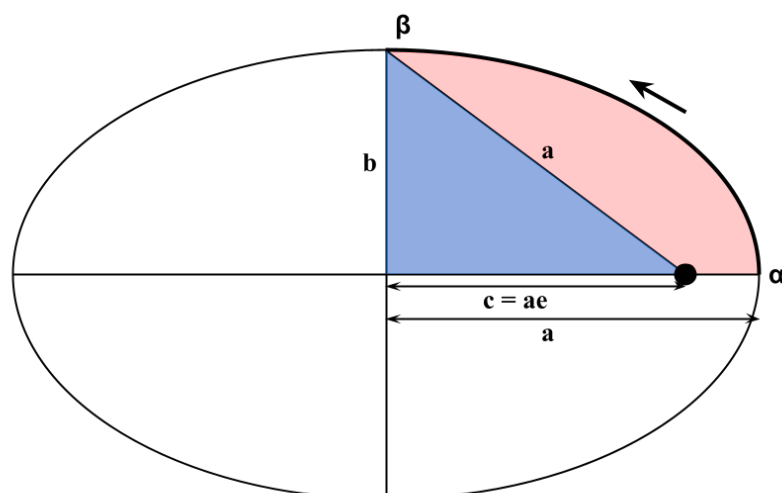
- a) A força de atração da Lua pela Terra.
- b) A força de atração da Terra pela Lua.
- c) A aceleração da Terra causada pela atração da Lua.
- d) A aceleração da Lua causada pela atração da Terra.

Questão 2. Dois observadores, que estão em meridianos diagonalmente opostos e possuem latitudes positivas $\varphi_1 = 60^\circ$ e $\varphi_2 = 45^\circ$, observaram, ao mesmo tempo, um astro S em comum tangenciando os seus horizontes. Curiosos em colocar os seus conhecimentos de astronomia em prática, eles então decidiram determinar a distância d do astro até a Terra. Sabendo disso, qual foi o valor de d encontrado por eles?

Questão 3. Um cometa denominado N01-C orbita o Sol com um período de 2 anos e excentricidade $e = 0,9$. O astrônomo Davi observa o asteroide em seu periélio (posição α) e quer fazer observações de sua trajetória até que este atinja o ponto β de sua órbita. Por quanto tempo, em anos, o astrônomo deverá acompanhar o objeto?

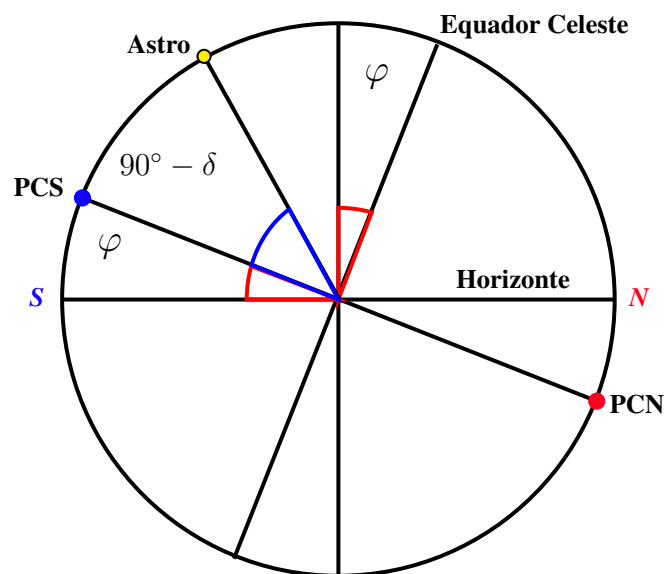
Dica 1: O tempo entre duas observações de um objeto em uma órbita elíptica é proporcional à área formada pela posições observadas e o foco primário. No caso de Davi, essa área será a diferença entre o triângulo azul da figura e uma fração da área da elipse (a área da elipse inteira é πab)

Dica 2: A distância entre o centro da elipse e seu foco é dado por c , que é a excentricidade multiplicada pelo semi-eixo maior, ou seja, $c = ae$



Questão 4. Todos sabemos que um dia solar, isto é, o intervalo de tempo para que o Sol volte para a mesma posição no céu, corresponde a 24h. Analogamente, podemos definir o dia sideral como sendo o intervalo de tempo para que uma estrela fixa no céu volte para a mesma posição, possuindo um total de 23h56min04s. Sabendo desses fatos, encontre o intervalo de tempo necessário para que uma estrela que esteja sobre o equador ($\delta = 0$) vá de uma dada posição na esfera celeste àquela diametralmente oposta.

Questão 5. A astronomia de posição é a área da astronomia que se preocupa com a posição dos astros no céu, mapeando com sistemas de coordenadas na **Esfera Celeste**. Ela é nada mais do que o céu, como se ele fosse uma grande esfera que nos rodeia. Basicamente, estabelecemos um plano fundamental e medimos ângulos a na esfera celeste (uma coordenada nele mesmo e uma "perpendicular" a ele). Para facilitar, pensemos apenas nos momentos de **culminação** dos astros. Em outras palavras, nos momentos em que o astro passa pelo **meridiano local**, um plano que passa pelos pontos cardeais norte e sul. Veja a imagem abaixo:



Na imagem acima, δ é a declinação, ou seja, o ângulo entre o astro e o plano do **Equador Celeste**, sendo este a projeção do Equador da Terra (aquele das aulas de geografia) no céu. Perceba que este e o **eixo do mundo**, a reta que liga os polos da Terra, são perpendiculares. PCS remete ao Polo Celeste Sul, nada mais que a projeção do Polo Sul na Esfera Celeste, e o PCN é o Polo Celeste Norte. S e N são os pontos cardeais Sul e Norte, respectivamente. Por fim, φ é a **latitude astronômica**, definida como altura do polo celeste visível. Para diferenciar se a latitude é no hemisfério sul ou norte, usamos S ou N no final (isso vale para a declinação também). Então, se a latitude fosse $8,9^\circ$ ao Sul, representaríamos como $\varphi = 8,9^\circ$ S. **Altura** é o ângulo entre um astro no céu e o plano do **horizonte**, nosso plano fundamental aqui.

a) Baldemor está em certa localização de latitude astronômica φ e está prestes a observar a estrela Sirius (α CMa) em sua culminação superior. Qual seria a expressão para a latitude da localização de Baldemor em função da altura de Sirius na culminação superior e de sua declinação? Calcule também seu valor numérico, sabendo que $\delta = 16,72^\circ$ S e $h = 81,98^\circ$.

b) No solstício de Dezembro (≈ 21 de Dezembro), o sol tem a sua maior declinação no hemisfério sul da Esfera Celeste que equivale a $\delta_{Sol} = 23,5^\circ$ S. Qual seria a sua altura na culminação superior, para Baldemor, na mesma localização?

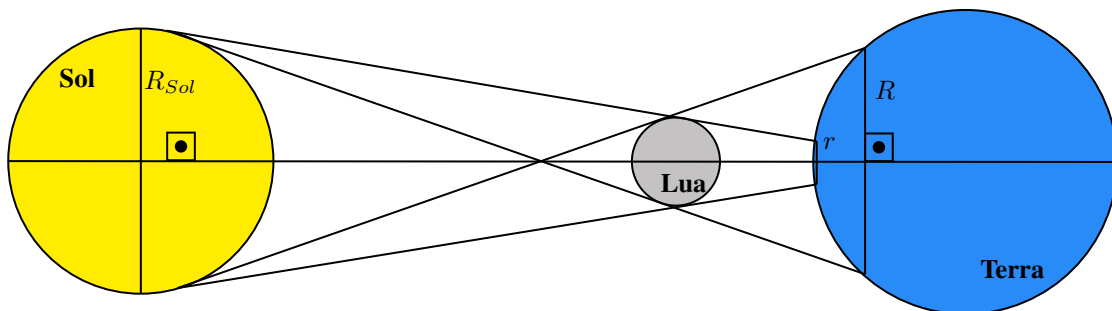
c) E no solstício de Junho? O sol tem a sua maior declinação no hemisfério norte da Esfera Celeste ($\delta = 23,5^\circ$ N).

Questão 6. Uma informação relevante ao se escolher um conjunto óptico e uma câmera para astrofotografia é a escala de placa. Esse dado define, usualmente, o ângulo que cada pixel vai corresponder no céu, possibilitando também se descobrir informações como o campo total que será obtido e modificando a “resolução” aparente do conjunto nas imagens. A fórmula para se determinar a escala de placa é:

$$p = \frac{206265''}{d_f} \cdot l$$

Com p em "/pixel e d_f e l significando, respectivamente, a distância focal e o tamanho de cada pixel do sensor. Assim, Pilou, iniciante na astrofotografia, gostaria de comprar um telescópio e uma câmera que o entregassem uma escala de placa de $0,3 \cdot ''/\text{pixel}$. Sabendo que o telescópio escolhido é um cassegrain de 200mm com razão focal f10, determine, aproximadamente, qual o lado do pixel da câmera de Pilou.

Questão 7. No dia 14 de Outubro de 2023, houve um eclipse solar. Um eclipse solar nada mais é do que quando a Lua fica entre o Sol e a Terra, variando a quantidade de luz do Sol que chega em certas regiões da superfície da Terra. Onde não chega praticamente nenhuma luz do Sol, há a região que chamamos de **umbra**, e é onde o eclipse é **total**, ou seja, o Sol parece completamente coberto pela Lua. Onde chega luz do Sol apenas parcialmente, há a região que chamamos de **penumbra**.



Dados 1: Raio da Terra ($R_{Terra} = 6,38 \cdot 10^3$ km), Raio da Lua ($R_{Lua} = 1,74 \cdot 10^3$ km), Raio do Sol ($R_{Sol} = 6,96 \cdot 10^5$ km), Distância Terra-Lua ($d = 384.000$ km), Distância Terra-Sol ($D = 1,496 \cdot 10^8$ km).

a) Então, qual seria o raio da umbra r em km?

b) Qual seria o raio da penumbra R em km?

c) Nas regiões de penumbra, ainda é possível ver parte do Sol. Qual seria a razão entre o fluxo do Sol F_2 no momento em que a Lua está completamente dentro do disco do Sol e o fluxo dele F_1 antes do eclipse?

Dados 2: Magnitude do Sol antes do eclipse ($m_1 = -26,7$); Magnitude do Sol no ápice do eclipse ($m_2 = 0,5$).

Observação: A razão entre dois fluxos F_a e F_b pode ser facilmente calculada em função de suas respectivas magnitudes m_a e m_b :

$$\frac{F_a}{F_b} = 10^{\frac{m_b - m_a}{2,5}}$$

Questão 8. Em um sistema binário, com as estrelas de mesma dimensão, uma das estrelas tem seu pico de emissão de luz em 600 nm enquanto a outra em 520 nm. Sabendo disso, qual a razão entre o brilho delas? Talvez seja útil utilizar as Leis de Stefan Boltzmann e de Wien para radiação: $L = 4\pi R^2 T^4$ e $\lambda_{p,max} = b/T$.

Questão 9. O período sinódico é o intervalo de tempo decorrido entre duas configurações iguais consecutivas (o tempo entre duas oposições planetárias, por exemplo). O período sinódico T_S para dois objetos que orbitam no mesmo sentido com períodos orbitais T_1 e $T_2 > T_1$ é dado por

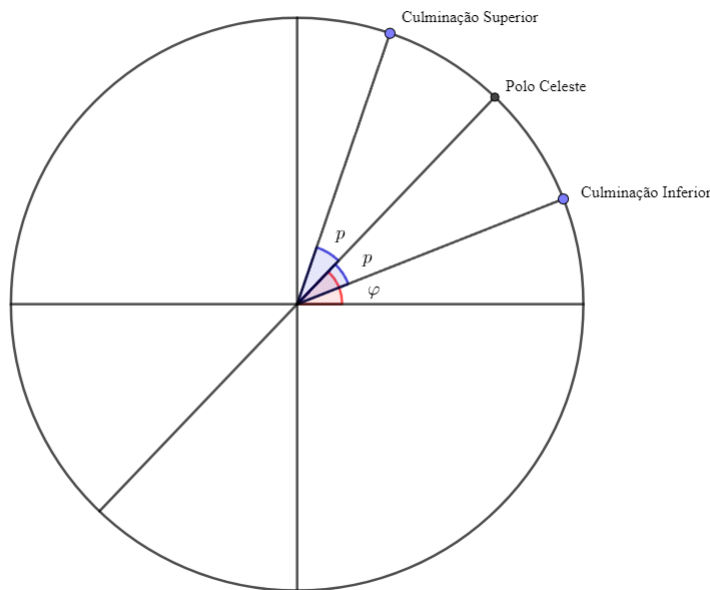
$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}$$

Assim, calcule qual é tempo mínimo para uma lua quarto minguante chegar em sua fase nova, em dias.

Considere que o período de translação da Lua em volta da Terra seja $T = 27,32$ dias e da Terra em volta do Sol seja $T_{\odot} \approx 365$ dias. Dê sua resposta com duas casas decimais de precisão.

Questão 10. A determinação de parâmetros e medidas a partir da astronomia observacional foi fundamental para o desenvolvimento da astronomia como ciência. Uma importante informação quando analisamos o céu e fundamental para a navegação é a latitude do local. Sabe-se que a latitude do local pode ser encontrada medindo a altura do polo celeste elevado. Essa tarefa pode ser simples no hemisfério norte devido à estrela Polaris, porém, no hemisfério sul, isso se torna bastante inviável.

Para determinar a altura do Polo Celeste, podemos usar de uma ferramenta observacional interessante: medir as alturas das culminações superior e inferior de uma estrela circumpolar.



Na imagem temos as culminações de uma determinada estrela. Perceba que o ângulo entre a estrela e o polo celeste, chamada de distância polar (p), é igual independentemente da posição no céu. Utilizando seus conhecimentos, encontre uma expressão para determinar a latitude do local em função das alturas na culminação superior h_s e inferior h_i .

Agora, imagine que uma estrela possua os seguintes valores de altura de culminações: $h_s = 83^\circ$ e $h_i = 43^\circ$. Qual a latitude desse observador?