

# OBOA

## Olimpíada Brasileira Online de Astronomia

2ª Fase - 24 de novembro de 2023

Nome: \_\_\_\_\_

Série: \_\_\_\_\_

Nível RA  
Ensino Médio  
1ª, 2ª e 3ª séries

### Instruções de Prova

- I. Esta prova destina-se aos alunos das **1ª, 2ª e 3ª séries do ensino médio e 4ª série do ensino técnico**, podendo também ser feita de maneira não competitiva por alunos que já terminaram o ensino médio. Ela contém **vinte** questões. Cada questão tem valor de 1 ponto e a prova um total de 10 pontos.
- II. A prova é individual e sem consultas. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada na próxima página.
- III. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas/com acesso a internet.
- IV. As resoluções das questões podem ser feitas a lápis (bem escuro) ou caneta e devem ser apresentadas de forma clara, concisa e completa. Faça um retângulo ao redor da resposta de cada item. Sempre que possível, use desenhos e gráficos. Recomendamos o uso de borracha, régua e compasso.
- V. A duração máxima desta prova é de **três** horas.
- VI. Após o término da prova, os alunos deverão escanear suas soluções com um aparelho celular para enviarem suas provas pelo Google Docs.

Apoio:



## Tabela de Constantes

|  |  |                                  |
|--|--|----------------------------------|
| Massa ( $M_{\oplus}$ )                               | $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  | <b>Terra</b>                     |
| Raio ( $R_{\oplus}$ )                                | $6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$  |                                  |
| Aceleração da gravidade superficial ( $g_{\oplus}$ ) | $9,8 \text{ m/s}^2$  |                                  |
| Obliquidade da Eclíptica                             | $23^{\circ}27'$  |                                  |
| Ano Tropical   | 365,2422 dias solares médios   |                                  |
| Ano Sideral  | 365,2564 dias solares médios   |                                  |
| Albedo   | 0,39   |                                  |
| Dia sideral  | $23\text{h } 56\text{min } 04\text{s}$                                 |                                  |
| Massa  | $7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$  | <b>Lua</b>                       |
| Raio   | $1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$  |                                  |
| Inclinação Orbital com relação à Eclíptica           | $5,14^{\circ}$   |                                  |
| Albedo   | 0,14   |                                  |
| Magnitude aparente (lua cheia média)                 | $-12,74 \text{ mag}$   |                                  |
| Massa ( $M_{\odot}$ )                                | $1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$  | <b>Sol</b>                       |
| Raio ( $R_{\odot}$ )                                 | $6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$  |                                  |
| Luminosidade ( $L_{\odot}$ )                         | $3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$   |                                  |
| Magnitude Absoluta ( $M_{\odot}$ )                   | $4,80 \text{ mag}$   |                                  |
| Magnitude Aparente ( $m_{\odot}$ )                   | $-26,7 \text{ mag}$  |                                  |
| Velocidade de Rotação na Galáxia                     | $220 \text{ km s}^{-1}$  |                                  |
| Distância ao Centro Galáctico                        | $8,5 \text{ kpc}$  |                                  |
| Diâmetro da pupila humana                            | $6 \text{ mm}$   | <b>Distâncias<br/>e tamanhos</b> |
| Magnitude limite do olho humano nu                   | $+6 \text{ mag}$   |                                  |
| 1 UA   | $1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$  |                                  |
| 1 pc   | 206.265 UA   |                                  |
| Constante Gravitacional ( $G$ )                      | $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$  | <b>Constantes<br/>Físicas</b>    |
| Constante de Planck ( $h$ )                          | $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$                         |                                  |
| Constante de Boltzmann ( $k_B$ )                     | $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-2}$                    |                                  |
| Constante de Stefan-Boltzmann ( $\sigma$ )           | $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ |                                  |
| Constante de Wien ( $b$ )                            | $2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$                         |                                  |
| Constante de Hubble ( $H_0$ )                        | $70,0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$            |                                  |
| Velocidade da luz no vácuo ( $c$ )                   | $3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$   |                                  |

**Curiosidades:**

Rubens de Azevedo (1921-2008) foi um proeminente astrônomo brasileiro, notório pela fundação da Sociedade Brasileira dos Amigos da Astronomia (SBAA) e do Observatório Popular Flamarion. Suas realizações incluem a criação do primeiro mapa lunar brasileiro e uma significativa contribuição para a popularização da astronomia no Brasil, influenciando a formação de inúmeras instituições astronômicas. Seu legado perdura com o Planetário Rubens de Azevedo em Fortaleza-CE e a homenagem do asteroide 84342, renomeado em seu centenário como "Asteróide Rubensdeazevedo".



**Questão 1.** Um garoto chamado P'10-I vê um objeto espacial não identificado se aproximando dele com redshift  $z = 0,2$ . Lembrando-se de suas aulinhas de física, o menino decide então calcular o aumento percentual da energia dos fótons emitidos pelo objeto quando percebido por ele  $E_1$  e quando em repouso  $E_0$ . Qual o valor  $A$  do aumento encontrado por ele? Desconsidere efeitos cosmológicos.

**Dica 1:** O aumento percentual entre uma medida  $E_0$  para outra  $E_1$  é dado por:

$$A = 100 \left( \frac{E_1 - E_0}{E_0} \right) \%$$

**Dica 2:** Lembre-se de como calcular a energia de um fóton.

**Questão 2.** Henrico Hirata, o astrônomo camarada, estava observando o lindo céu de sua cidade natal Olimpo, no interior de São Paulo. Engenhoso como sempre, Henrico construiu seu próprio telescópio refrator galileano. Ele conseguiu medir as distâncias focais da ocular ( $f_{oc} = 7$  cm) e da objetiva ( $f_{ob} = 82$  cm) de forma inusitada, e queria calcular algumas grandezas que ele consegue medir facilmente para ter a certeza de que encontrou as distâncias focais corretas.

- Qual seria o aumento, teoricamente, do telescópio?
- Qual seria seu comprimento?
- Henrico, para digitalizar suas imagens para astrofotografia, comprou um CCD da China. Embora tenha sido taxado em 92%, ele conseguiu umas imagens belíssimas para um telescópio caseiro. Qual seria a área da imagem da lua cheia no CCD em centímetros quadrados?

**Dados:** O diâmetro angular da lua cheia é  $\theta = 31'$ .

**Questão 3.** A altura de uma estrela quando está em culminação inferior em Caranguejolândia é de  $10^\circ$ . Sabendo que a declinação dessa estrela é de  $39^\circ$ , qual é a latitude  $\varphi$  de Caranguejolândia e o tempo máximo que o astro fica acima do horizonte?

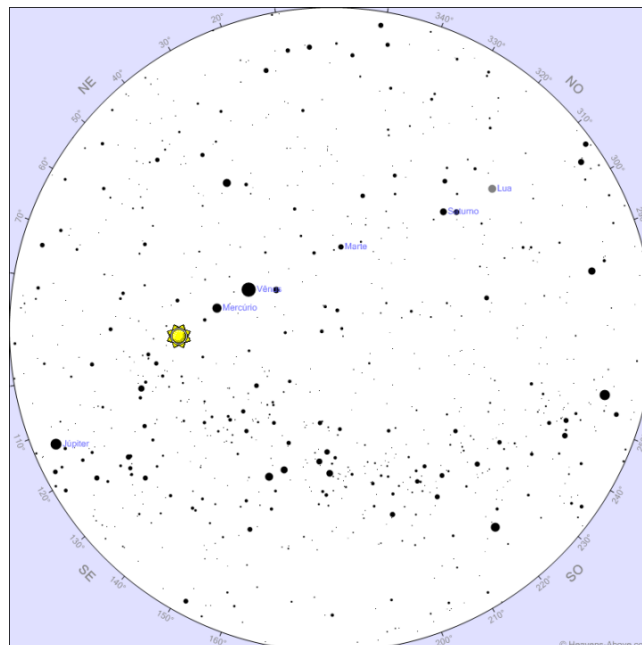
**Questão 4.** O uso de satélites para a comunicação e geolocalização é fundamental para as atividades humanas. Um dos principais tipos de satélites utilizados para essa finalidade são os geostacionários, ou seja, para um observador na Terra, ele não apresenta movimento aparente, permanecendo fixo em relação a um ponto na superfície terrestre.

Utilizando seus conhecimentos, explique como podemos determinar o período de um satélite geostacionário. Após, encontre uma expressão para a altitude da órbita de um satélite desse tipo e outra para sua velocidade orbital, por fim, determine esses valores.

**Questão 5.** “Estrelas e outros elementos da Astronomia podem ser vistos em diferentes bandeiras nacionais. O que faz da bandeira brasileira a mais astronômica de todas é o fato dela apresentar estrelas e constelações de forma a retratar o céu, ainda que de maneira idealizada.

O símbolo nacional brasileiro, tal como o conhecemos hoje, foi instituído em 19 de novembro de 1889, alguns dias após a Proclamação da República. Alvo de intensas disputas, significou a vitória de uma parte dos republicanos, os positivistas. Idealizado por Teixeira Mendes, com orientação de Miguel Lemos, o novo lábaro foi desenhado por Décio Vilares, e teve a posição das estrelas definida pelo astrônomo Manuel Pereira Reis, fundador do Observatório da Escola Politécnica, atual Observatório do Valongo (UFRJ). ”

O céu que serviu de inspiração para o desenho da bandeira brasileira é o do Rio de Janeiro no dia da Proclamação da República, 15 de novembro de 1889, às 8:30 da manhã. Abaixo há uma carta celeste dessa mesma data, hora e local. Escreva 3 nomes de constelações que aparecem na carta.



**Questão 6.** Durante análise do movimento do sistema binário composto pelas estrelas Plo I e Plo II, Gabriel observa que Plo I possui velocidade radial máxima  $v_{r,max} = 1,00$  km/s e mínima  $v_{r,min} = 3,00$  km/s. Sabendo que o período do sistema binário é  $P = 2$  anos e que as estrelas possuem órbitas circulares, encontre o valor da distância de Plo I até o centro de massa do sistema. Considere que o plano da órbita do binário é paralelo à linha de visada.

**Questão 7.** Era uma noite tranquila em Vassouras-RJ até que, enquanto todos faziam suas atividades normalmente, Ualype, derrepente, avistou um misterioso OVNI no céu que, de acordo com ele, brilhava como o planeta Vênus. Assustado e curioso sobre o que poderia ser aquele objeto, Ualype desesperadamente avisou todos os seus amigos sobre o ocorrido, alertando-os sobre o perigo iminente. De acordo com a mensagem enviada por Ualype, o OVNI começou a ser visível à olho nu no momento em que tangenciava o horizonte no ponto cardeal norte. Logo após isso, o objeto iniciou seu movimento retilíneo ascendente, só deixando de ser visível novamente no momento em que estava próximo ao ponto cardeal sul, com altura  $h = 10^\circ$ . Com base nisso e, considerando que a potência luminosa emitida pelo OVNI, assim como a direção e sentido de seu movimento ascendente, permaneceram constantes, calcule a menor magnitude que o OVNI apresentou naquela noite. Considere que, como Ualype possuía alto grau de miopia, e, levando em consideração as condições atmosféricas locais, a magnitude máxima que ele conseguia observar a olho nu naquela noite era  $m_{max} = 1.05$ .

**Questão 8.** A partir da magnitude superficial de um objeto, conseguimos obter diversos parâmetros importantes sobre ele, como, por exemplo, a sua luminosidade e distância. Sendo muito utilizado nos estudos de galáxias, este é um parâmetro de extrema importância na fotometria. Nessa questão, estudaremos mais a fundo a sua aplicação no cálculo de luminosidades e, ao fim, obteremos uma estimativa da luminosidade da galáxia M111. Sabe-se que a magnitude superficial de um objeto extenso é definida como:

$$\mu = m + 2,5 \log(\Omega)$$

Onde  $\mu$  é a magnitude superficial em mag/arcsec<sup>2</sup> do objeto,  $m$  é a sua magnitude aparente e  $\Omega$  é o seu ângulo sólido, medido em arcsec<sup>2</sup> (segundo de arco ao quadrado). Com base nisso, responda:

a) Sabendo que o ângulo sólido, em esferorradianos, de um objeto circular de raio angular  $\theta$ , em radianos, é dado por

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \theta)$$

e que  $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$  para  $\theta \ll 1$ , encontre o valor de  $\kappa$  para o qual a expressão anterior se reduz para  $\Omega \approx \kappa\theta^2$  no caso de pequenos ângulos. Escreva sua resposta final com precisão de duas casas decimais.

b) Utilizando a Equação de Pogson, encontre agora uma relação entre a luminosidade  $L$  de uma estrela, seu raio  $R$  e sua magnitude superficial  $\mu$ , em função de uma constante qualquer. Considere, agora, o caso da galáxia M111, que tem magnitude superficial 23,3 mag/arcsec<sup>2</sup> e raio 15 kpc. Com base no resultado anterior, qual é a ordem de grandeza da razão entre a sua luminosidade e a luminosidade solar?

**Dica:** 1 esferorradiano  $\approx 206265^2$  arcsec<sup>2</sup>.

**Questão 9.** Um asteroide de massa  $m_1 = 2 \cdot 10^{18}$  kg orbita o Sol em um círculo de raio  $a_0 = 1$  UA. Então, ele colide com outro corpo de massa  $m_2 = 1 \cdot 10^{18}$  kg que possuía velocidade  $v_2 = 20,00$  km/s na direção oposta à do asteroide, de forma que ambos fiquem grudados. Calcule o semi-eixo maior e a excentricidade da órbita final do asteroide.

**Questão 10.** Matheus CJ, em uma de suas expedições pelo Brasil visando divulgar o livro Apostila Magna do NOIC, finalmente encontrou-se com o telescópio de seus sonhos. Sabe-se que o telescópio tinha razão focal  $f/10$  e 70 mm de diâmetro. Curioso, CJ quis determinar a temperatura que o plano focal do telescópio apresentaria quando exposto ao Sol. Porém, ele estava com medo de danificar sua lente e, portanto, deixou essa missão para o leitor. Com base nas informações dadas, qual seria o valor obtido por CJ caso ele realizasse seu experimento?

**Dica:** Calcule a potência solar incidida no diâmetro no telescópio e relacione-a com a quantidade de energia focalizada no plano focal. Talvez seja interessante considerar o plano focal como um corpo negro para calcular sua temperatura.