OBOA

Olimpíada Brasileira Online de Astronomia

2ª Fase - 24 de novembro de 2023

Nome: ______________________________

Série: ______________________________

Nível JS
Ensino Fundamental
8ª e 9ª séries

Instruções de Prova

I. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos das **8ª e 9ª séries do ensino fundamental.** Ela contém **vinte** questões. Cada questão tem valor de 1 ponto e a prova um total de 10 pontos.

II. A prova é individual e sem consultas. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada na próxima página.

III. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas/com acesso a internet.

IV. As resoluções das questões podem ser feitas a lápis (bem escuro) ou caneta e devem ser apresentadas de forma clara, concisa e completa. Faça um retângulo ao redor da resposta de cada item. Sempre que possível, use desenhos e gráficos. Recomendamos o uso de borracha, régua e compasso.

V. A duração máxima desta prova é de **três** horas.

VI. Após o término da prova, os alunos deverão escanear suas soluções com um aparelho celular para enviarem suas provas pelo Google Docs.

Apoio:

AstroBioFísica
Prof. Flávia e Virgílio

Tabela de Constantes

Massa ($M_\oplus$)	$5,98 \cdot 10^{24}\ kg$	
Raio ($R_\oplus$)	$6,38 \cdot 10^{6}\ m$	
Aceleração da gravidade superficial ($g_\oplus$)	$9,8\ m/s^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23°27'$	**Terra**
Ano Tropical	$365,2422$ dias solares médios	
Ano Sideral	$365,2564$ dias solares médios	
Albedo	$0,39$	
Dia sideral	$23h\ 56min\ 04s$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22}\ kg$	
Raio	$1,74 \cdot 10^{6}\ m$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14°$	**Lua**
Albedo	$0,14$	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74\ mag$	
Massa ($M_\odot$)	$1,99 \cdot 10^{30}\ kg$	
Raio ($R_\odot$)	$6,96 \cdot 10^{8}\ m$	
Luminosidade ($L_\odot$)	$3,83 \cdot 10^{26}\ W$	
Magnitude Absoluta ($\mathcal{M}_\odot$)	$4,80\ mag$	**Sol**
Magnitude Aparente ($m_\odot$)	$-26,7\ mag$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	$220\ m\,s^{-1}$	
Distância ao Centro Galático	$8,5\ kpc$	
Diâmetro da pupila humana	$6\ mm$	
Magnitude limite do olho humano nu	$+6\ mag$	**Distâncias**
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11}\ m$	**e tamanhos**
1 pc	206.265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$	
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-2}$	**Constantes**
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$	**Físicas**
Constante de Wien (b)	$2,898 \cdot 10^{-3}\ m \cdot K$	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8\ km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^{8}\ m/s$	

Curiosidades:
João Evangelista Steiner, mais conhecido como João Steiner (São Martinho, 1 de março de 1950 — São Martinho, 10 de setembro de 2020), foi um astrofísico brasileiro que se destacou na pesquisa de galáxias ativas e na formação de aglomerados de galáxias, tendo contribuições significativas nessas áreas. Além disso, desempenhou um papel fundamental na educação científica, orientando estudantes e inspirando futuros cientistas, ocupou cargos importantes em instituições, promovendo o desenvolvimento da pesquisa astronômica no Brasil. Sua dedicação e paixão pela ciência o tornaram uma figura respeitada na comunidade científica.

Questão 1. A força gerada pelo campo gravitacional é a principal responsável pela existência de órbitas tais quais conhecemos. Usando o exemplo do sistema Terra-Lua, que estão a uma distância média de $3,84 \cdot 10^8 m$, calcule:
a) A força de atração da Lua pela Terra.
b) A força de atração da Terra pela Lua.
c) A aceleração da Terra causada pela atração da Lua.
d) A aceleração da Lua causada pela atração da Terra.

Solução:
a) A força gravitacional é dada por

$$F_g = \frac{GM_tM_l}{d^2}$$

substituindo os valores,

$$F_g = \frac{(6,67 \cdot 10^{-11}) \cdot (5,98 \cdot 10^{24}) \cdot (7,35 \cdot 10^{22})}{(3,84 \cdot 10^8)^2} = 1,99 \cdot 10^{20} N$$

$$\boxed{F_g = 1,99 \cdot 10^{20} N}$$

b) pela terceira lei de Newton, a força exercida pela Terra na Lua é a mesma que a força exercida pela Tua na Terra. Portanto,

$$\boxed{F_g = 1,99 \cdot 10^{20} N}$$

c) pela segunda lei de Newton, $F = ma \Rightarrow a = F/m$, assim

$$a_T = \frac{F_g}{m_T} = \frac{GtM_L}{d^2}$$

$$a_T = \frac{(6,67 \cdot 10^{-11}) \cdot (7,35 \cdot 10^{22})}{(3,84 \cdot 10^8)^2} = 3,32 \cdot 10^{-5} m/s^2$$

$$\boxed{a_T = 3,32 \cdot 10^{-5} m/s^2}$$

d) de forma semelhante ao item c,

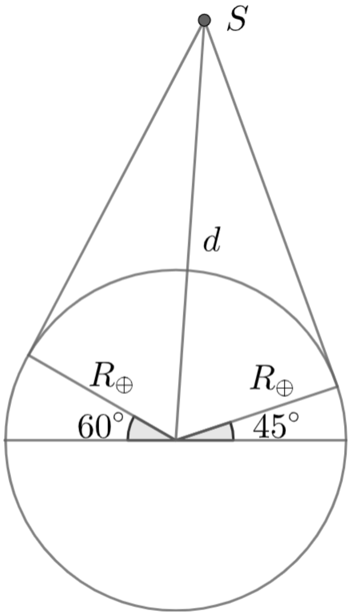
$$a_L = \frac{F_g}{m_L} = \frac{GtM_T}{d^2}$$

$$a_L = \frac{(6,67 \cdot 10^{-11}) \cdot (5,98 \cdot 10^{24})}{(3,84 \cdot 10^8)^2} = 2,70 \cdot 10^{-3} m/s^2$$

$$\boxed{a_L = 2,70 \cdot 10^{-3} m/s^2}$$

Questão 2. Dois observadores, que estão em meridianos diagonalmente opostos e possuem latitudes positivas $\varphi_1 = 60°$ e $\varphi_2 = 45°$, observaram, ao mesmo tempo, um astro S em comum tangenciando os seus horizontes. Curiosos em colocar os seus conhecimentos de astronomia em prática, eles então decidiram determinar a distância d do astro até a Terra. Sabendo disso, qual foi o valor de d encontrado por eles?

Solução:
Primeiramente, devemos representar a situação geometricamente. Para isso, acompanhe a imagem:



Perceba que o segmento que liga o ponto S ao centro da Terra é bissetriz do ângulo entre os dois observadores. Pela imagem, os ângulos formados pela bissetriz são de $37,5°$. Assim, pode-se calcular o valor de d por trigonometria:

$$d = \frac{R_\oplus}{\cos 37,5°}$$

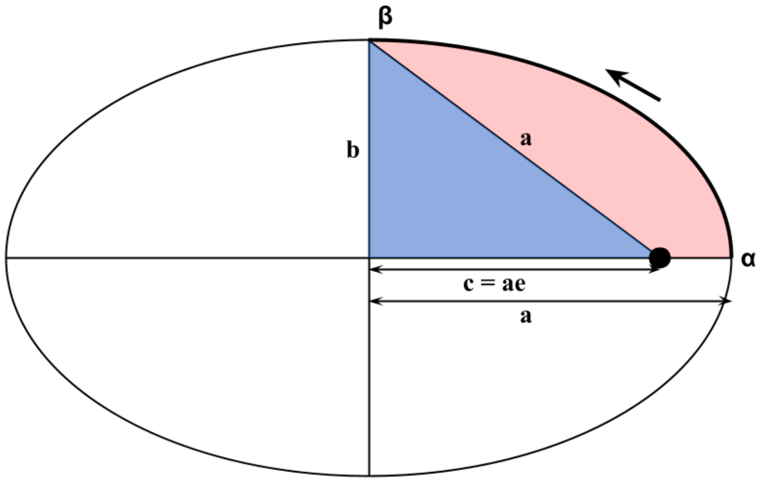
Substituindo os valores numéricos, obtemos que:

$$\boxed{d = 8 \cdot 10^3 \text{ km}}$$

Questão 3. Um cometa denominado N01-C orbita o Sol com um período de 2 anos e excentricidade $e = 0,9$. O astrônomo Davi observa o asteroide em seu periélio (posição α) e quer fazer observações de sua trajetória até que este atinja o ponto β de sua órbita. Por quanto tempo, em anos, o astrônomo deverá acompanhar o objeto?
Dica 1: O tempo entre duas observações de um objeto em uma órbita elíptica é proporcional à área formada

pela posições observadas e o foco primário. No caso de Davi, essa área será a diferença entre o triângulo azul da figura e uma fração da área da elipse (a área da elipse inteira é πab)

Dica 2: A distância entre o centro da elipse e seu foco é dado por c, que é a excentricidade multiplicada pelo semi-eixo maior, ou seja, $c = ae$



Solução:

Pela segunda lei de Kepler (lei das áreas)

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta t}{T}$$

A área total é a área da elipse, que é dada por πab. Já a área em vermelho será um quarto da área da elipse menos o triângulo azul:

$$\Delta A = \frac{1}{4}\pi ab - A_{triangulo}$$

A área do triângulo e dada por base vezes altura sobre dois, e a base é descoberta pelo teorema de Pitágoras:

$$A_{triangulo} = \frac{1}{2}bae$$

$$\Delta A = \frac{1}{4}\pi ab - \frac{1}{2}bae$$

Assim o tempo de α para β é:

$$\Delta t = \frac{\Delta A}{A}T$$

$$\Delta t = \frac{\frac{1}{4}\pi ab - \frac{1}{2}bae}{\pi ab}T$$

simplificando,

$$\Delta t = \left(\frac{1}{2} - \frac{e}{\pi}\right)\frac{T}{2}$$

Substituindo os valores,

$$\Delta t = \left(\frac{1}{2} - \frac{0,9}{\pi}\right)\frac{2\,anos}{2} = 0,214\,\text{anos}$$

$$\boxed{\Delta t = 0,214\,\text{anos}}$$

Questão 4. Todos sabemos que um dia solar, isto é, o intervalo de tempo para que o Sol volte para a mesma posição no céu, corresponde a 24 h. Analogamente, podemos definir o dia sideral como sendo o intervalo de tempo para que uma estrela fixa no céu volte para a mesma posição, possuindo um total de 23h56min04s. Sabendo desses fatos, encontre o intervalo de tempo necessário para que um estrela que esteja sobre o equador ($\delta = 0$) vá de uma dada posição na esfera celeste àquela diametralmente oposta.

Devido a um erro no enunciado, há duas maneiras possíveis de interpretar essa questão.

Solução 1:

Começaremos com a primeira e mais direta que considera o tempo para estrela percorra 180° devido a rotação terrestre:

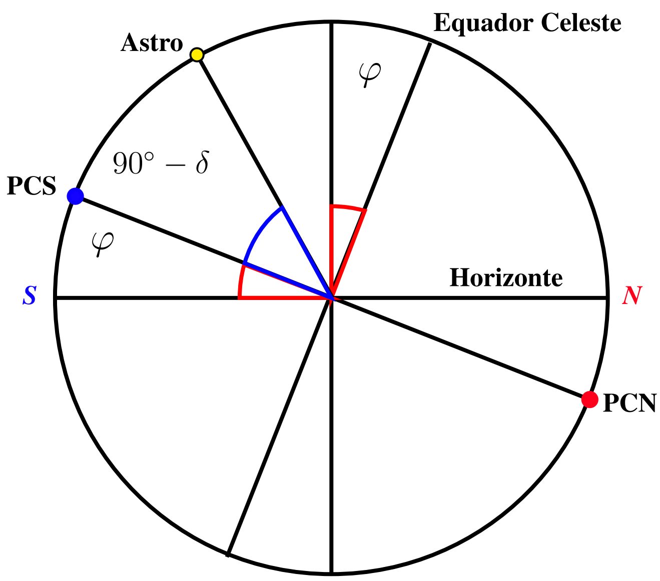
$$\Delta t = \frac{\text{23h56min04s}}{2} = \boxed{\text{11h58min02s}}$$

Solução 2:

A segunda, e a que foi inicialmente planejada para questão, considera o tempo para que a estrela se adiante de 12h em relação ao Sol. Pelo enunciado, sabemos que um dia solar é 24h − 23h56min04s = 3min56s mais longo que o dia sideral, ou seja, a cada dia solar, as estrelas se adiantam por uma variação de ângulo horário de 3min56s em relação ao dia anterior. Para que a estrela no equador vá para uma posição diametralmente oposta à sua atual, é necessária uma variação de 12h em seu ângulo horário. Assim, o tempo necessário é

$$\Delta t = \frac{\text{12h}}{\text{3min56s/dia}} \approx 183\,\text{dias} \approx \boxed{6\,\text{meses}}$$

Questão 5. A astronomia de posição é a área da astronomia que se preocupa com a posição dos astros no céu, mapeando com sistemas de coordenadas na **Esfera Celeste**. Ela é nada mais do que o céu, como se ele fosse uma grande esfera que nos rodeia. Basicamente, estabelecemos um plano fundamental e medimos ângulos a na esfera celeste (uma coordenada nele mesmo e uma "perpendicular"a ele). Para facilitar, pensemos apenas nos momentos de **culminação** dos astros. Em outras palavras, nos momentos em que o astro passa pelo **meridiano local**, um plano que passa pelos pontos cardeais norte e sul. Veja a imagem abaixo:



Na imagem acima, δ é a declinação, ou seja, o ângulo entre o astro e o plano do **Equador Celeste**, sendo este a projeção do Equador da Terra (aquele das aulas de geografia) no céu. Perceba que este e o **eixo do**

mundo, a reta que liga os polos da Terra, são perpendiculares. PCS remete ao Polo Celeste Sul, nada mais que a projeção do Polo Sul na Esfera Celeste, e o PCN é o Polo Celeste Norte. S e N são os pontos cardeais Sul e Norte, respectivamente. Por fim, φ é a **latitude astronômica**, definida como altura do polo celeste visível. Para diferenciar se a latitude é no hemisfério sul ou norte, usamos S ou N no final (isso vale para a declinação também). Então, se a latitude fosse $8,9°$ ao Sul, representaríamos como $\varphi = 8,9°$ S. **Altura** é o ângulo entre um astro no céu e o plano do **horizonte**, nosso plano fundamental aqui.

a) Baldemor está em certa localização de latitude astronômica φ e está prestes a observar a estrela Sirius (α CMa) em sua culminação superior. Qual seria a expressão para a latitude da localização de Baldemor em função da altura de Sirius na culminação superior e de sua declinação? Calcule também seu valor numérico, sabendo que $\delta = 16,72°$ S e $h = 81,98°$.

b) No solstício de Dezembro ($\approx$ 21 de Dezembro), o sol tem a sua maior declinação no hemisfério sul da Esfera Celeste que equivale a $\delta_{Sol} = 23,5°$ S. Qual seria a sua altura na culminação superior, para Baldemor, na mesma localização?

c) E no solstício de Junho? O sol tem a sua maior declinação no hemisfério norte da Esfera Celeste ($\delta = 23,5°$ N).

Solução:

a) Por definição, altura é a distância angular do astro ao horizonte. Daí, basta percebermos que, na culminação superior:

$$h = 90° - \delta + \varphi$$
$$\varphi = h + \delta - 90°$$
$$\varphi = 81,98° + 16,72° - 90°$$
$$\boxed{\varphi = 8,7° S}$$

b) Usando da mesma geometria:

$$h = 90° - \delta + \varphi$$
$$h = 90° - 23,5° + 8,7°$$
$$\boxed{h = 75,2°}$$

c) O Sol, então, está no hemisfério norte da esfera celeste. O que muda é um sinal na expressão para a declinação. Caso o resultado seja $h > 90°$, basta pegar o suplementar, já que a altura é a **menor** distância angular entre o astro e o horizonte. Usando da mesma geometria:

$$h = 90° + \delta + \varphi$$
$$h = 90° + 23,5° + 8,7°$$
$$h = 122,2°$$

Fazendo a correção,

$$\boxed{h' = 57,8°}$$

Questão 6. Uma informação relevante ao se escolher um conjunto óptico e uma câmera para astrofotografia é a escala de placa. Esse dado define, usualmente, o ângulo que cada pixel vai corresponder no céu, possibilitando também se descobrir informações como o campo total que será obtido e modificando a "resolução" aparente do conjunto nas imagens. A fórmula para se determinar a escala de placa é:

$$p = \frac{206265''}{d_f} \cdot l$$

Com p em "/pixel e d_f e l significando, respectivamente, a distância focal e o tamanho de cada pixel do sensor.

Assim, Pilou, iniciante na astrofotografia, gostaria de comprar um telescópio e uma câmera que o entregassem uma escala de placa de 0,3 · "/pixel. Sabendo que o telescópio escolhido é um cassegrain de 200mm com razão focal f10, determine, aproximadamente, qual o lado do pixel da câmera de Pilou.

Solução:
Calculando a d_f pelo diametro e razão focal:

$$d_f = D \cdot R_f = 200 \cdot 10 = 2000\text{mm} = 2\text{m}$$

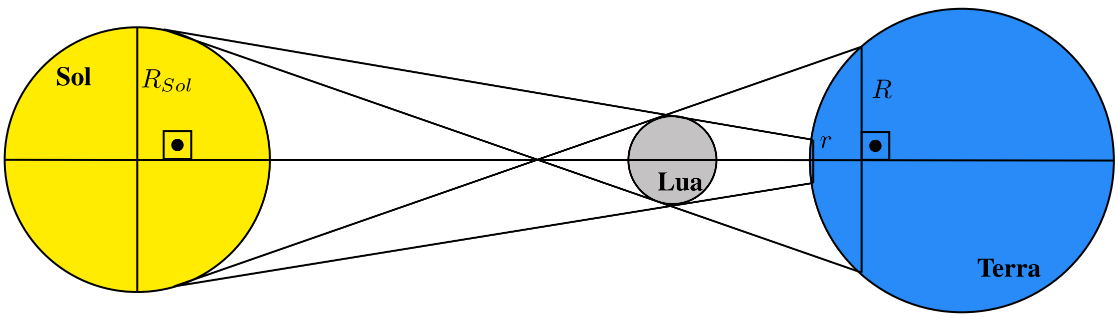
Aplicando os dados cedidos na fórmula da escala de placa:

$$p = \frac{206265''}{d_f} \cdot l \rightarrow 0.3 = \frac{206265}{2} \cdot l$$

$$l = \frac{0.3 \cdot 2}{206265}$$

$$\boxed{l \approx 3\mu\text{m}}$$

Questão 7. No dia 14 de Outubro de 2023, houve um eclipse solar. Um eclipse solar nada mais é do que quando a Lua fica entre o Sol e a Terra, variando a quantidade de luz do Sol que chega em certas regiões da superfície da Terra. Onde não chega praticamente nenhuma luz do Sol, há a região que chamamos de **umbra**, e é onde o eclipse é **total**, ou seja, o Sol parece completamente coberto pela Lua. Onde chega luz do Sol apenas parcialmente, há a região que chamamos de **penumbra**.



Dados 1: Raio da Terra ($R_{Terra} = 6,38 \cdot 10^3$ km), Raio da Lua ($R_{Lua} = 1,74 \cdot 10^3$ km), Raio do Sol ($R_{Sol} = 6,96 \cdot 10^5$ km), Distância Terra-Lua ($d =$ 384.000 km), Distância Terra-Sol ($D = 1,496 \cdot 10^8$ km).

a) Então, qual seria o raio da umbra r em km?

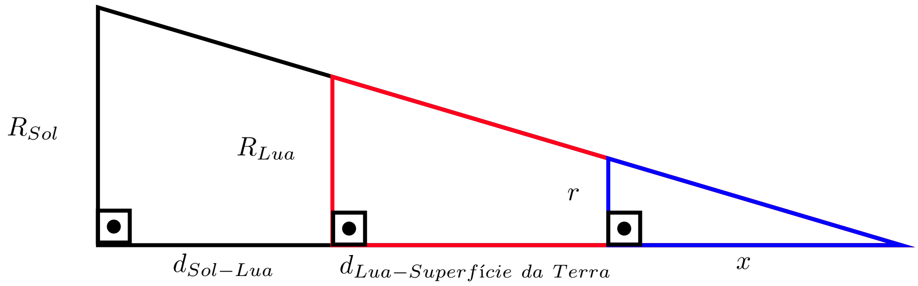
b) Qual seria o raio da penumbra R em km?

c) Nas regiões de penumbra, ainda é possível ver parte do Sol. Qual seria a razão entre o fluxo do Sol F_2 no momento em que a Lua está completamente dentro do disco do Sol e o fluxo dele F_1 antes do eclipse?
Dados 2: Magnitude do Sol antes do eclipse ($m_1 = -26,7$); Magnitude do Sol no ápice do eclipse ($m_2 = 0.5$).
Observação: A razão entre dois fluxos F_a e F_b pode ser facilmente calculada em função de suas respectivas magnitudes m_a e m_b:

$$\frac{F_a}{F_b} = 10^{\frac{m_b - m_a}{2,5}}$$

.

a) Nosso problema, com a geometria mostrada, não passa de um problema de semelhança de triângulos. Veja:



Daí, podemos argumentar que:

$$\frac{R_{Sol}}{d_{Sol-Lua} + d_{\text{Lua-Superfície da Terra}} + x} = \frac{R_{Lua}}{d_{\text{Lua-Superfície da Terra}} + x} = \frac{r}{x}$$

Achando x:

$$\frac{R_{Sol}}{d_{Sol-Lua} + d_{\text{Lua-Superfície da Terra}} + x} = \frac{R_{Lua}}{d_{\text{Lua-Superfície da Terra}} + x}$$

Para não termos essas expressões gigantes, digamos que $d' = d_{\text{Lua-Superf. da Terra}}$

$$\frac{R_{Sol}}{d_{Sol-Lua} + d' + x} = \frac{R_{Lua}}{D + x}$$

$$(d' + x)R_{Sol} = (d_{Sol-Lua} + d' + x)R_{Lua}$$

$$x = \frac{(d_{Sol-Lua} + d')R_{Lua} - d' \cdot R_{Sol}}{R_{Sol} - R_{Lua}}$$

Perceba que podemos achar d' e $d_{Sol-Lua}$ facilmente com os dados:

$$d = d' + R_{Terra}$$

$$d' = d - R_{Terra}$$

$$d' = 377.629 \text{ km}$$

$$D = d_{Sol-Lua} + d$$

$$d_{Sol-Lua} = D - d$$

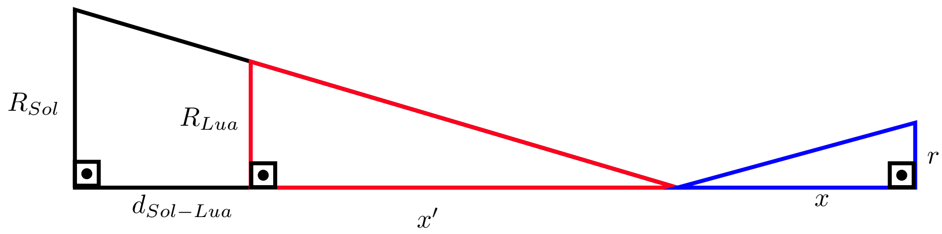
$$d_{Sol-Lua} = 1,5 \cdot 10^8 - 3,84 \cdot 10^5$$

$$d_{Sol-Lua} = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$$

Logo, substituindo na expressão que encontramos para x:

$$x = \frac{(1,496 \cdot 10^8 + 377.629) \cdot 1737 - 377.629 \cdot 696.340}{696.340 - 1737}$$
$$x \approx -3523 \text{ km}$$

O sinal negativo apenas nos diz que o triângulo azul é espelhado. Então, a geometria seria, na verdade:

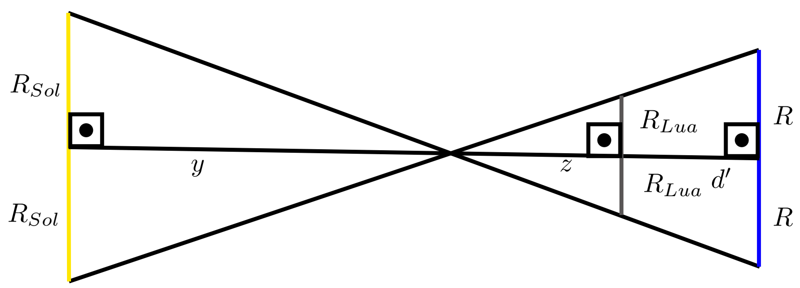


Onde $x + x' = d_{Lua-SuperficiedaTerra}$. Então, o que nos importa é o módulo de x e de r.

Com isso, podemos achar r usando nossa outra equação:

$$r = |x| \frac{R_{Lua}}{d' + x}$$
$$\boxed{r = 16,06 \text{ km}}$$

b) Nossa geometria é levemente diferente aqui:



Por semelhança de triângulos, perceba:

$$\frac{R_{Sol}}{y} = \frac{R_{Lua}}{z} = \frac{R}{z + d'}$$

Mas, além disso, sabemos a soma de y, z e d':

$$y + z + d' = d_{Sol_{SuperficiedaTerra}}$$
$$y + z + d' = D - R_{Terra}$$
$$y + z = D - d' - R_{Terra}$$
$$y + z = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$$

Olhando para nossa primeira equação, podemos achar ye z:

$$\frac{R_{Sol}}{y} = \frac{R_{Lua}}{z}$$
$$y = \frac{R_{Sol}}{R_{Lua}}\left(1,496 \cdot 10^8 - y\right)$$
$$y = \frac{\frac{R_{Sol}}{R_{Lua}} \cdot 1,496 \cdot 10^8}{1 + \frac{R_{Sol}}{R_{Lua}}}$$
$$y = \frac{1,496 \cdot 10^8 \cdot R_{Sol}}{R_{Lua} + R_{Sol}}$$
$$y = \frac{1,496 \cdot 10^8 \cdot 696.340}{1737 + 696340}$$
$$y = 1,492 \cdot 10^8 \text{ km}$$

Por consequência:

$$z = 1,496 \cdot 10^8 - y$$
$$z = 372.244 \text{ km}$$

Por fim, usando nossa última equação:

$$\frac{R_{Lua}}{z} = \frac{R}{z + d'}$$
$$R = \frac{(z + d')R_{Lua}}{z}$$
$$R = \frac{(372.244 + 377.629) \cdot 1737}{372.244}$$
$$\boxed{R \approx 3500 \text{ km}}$$

c) Usando a equação dada:

$$\frac{F_2}{F_1} = 10^{\frac{m_1 - m_2}{2,5}}$$
$$\frac{F_2}{F_1} = 10^{\frac{-26,7 - 0.5}{2,5}}$$
$$\boxed{\frac{F_2}{F_1} = 1,32 \cdot 10^{-11}}$$

Questão 8. Em um sistema binário, com as estrelas de mesma dimensão, uma das estrelas tem seu pico de emissão de luz em 600 nm enquanto a outra em 520 nm. Sabendo disso, qual a razão entre o brilho delas? Talvez seja útil utilizar as Leis de Stefan Boltzmann e de Wien para radiação: $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ e $\lambda_{p,max} = b/T$.

Solução:

De acordo com a lei de Wien, a temperatura superficial está relacionada com o comprimento de onda do pico de emissão:

$$T = \frac{b}{\lambda}$$

onde b é a constante de Wien. A razão dos brilhos é igual a razão das luminosidades, pela lei de Steffan-Boltzmann, temos:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi R^2 \sigma T^4}$$

Como as estrelas têm mesmo tamanho

$$\frac{B_1}{B_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^4$$

$$\boxed{\frac{B_1}{B_2} = 1,77}$$

Questão 9. O período sinódico é o intervalo de tempo decorrido entre duas configurações iguais consecutivas (o tempo entre duas oposições planetárias, por exemplo). O período sinódico T_S para dois objetos que orbitam no mesmo sentido com períodos orbitais T_1 e $T_2 > T_1$ é dado por

$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}$$

Assim, calcule qual é tempo mínimo para uma lua quarto minguante chegar em sua fase nova, em dias. Considere que o período de translação da Lua em volta da Terra seja $T = 27,32$ dias e da Terra em volta do Sol seja $T_\odot \approx 365$ dias. Dê sua resposta com duas casas decimais de precisão.

Solução:
Calculando o período sinódico da Lua (que é obtido com a junção dos movimentos de revolução da Lua com a translação da Terra), conseguimos o tempo que demora para ela voltar à mesma fase.

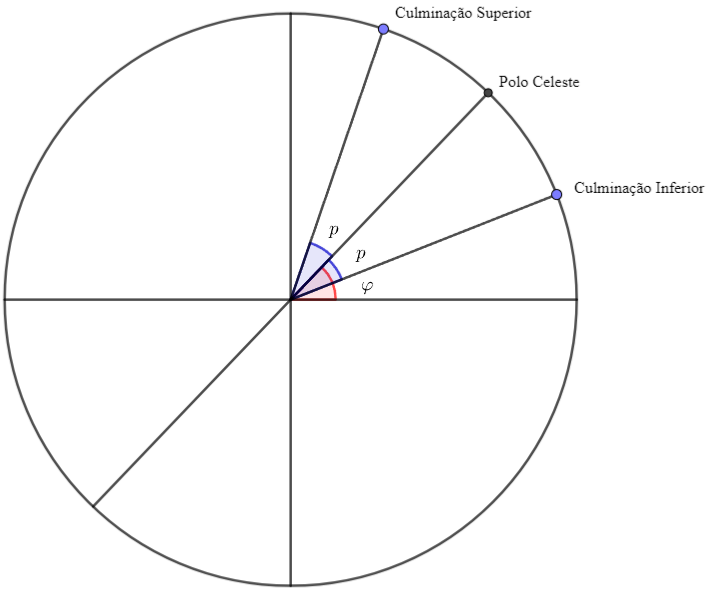
$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{27,32} - \frac{1}{365} \Rightarrow T_S = 29,53 \text{ dias}$$

Esse é o tempo que leva para a Lua sair da fase quarto minguante e chegar à quarto minguante, por exemplo. Como a lua tem 4 fases e todas igualmente espaçadas, temporalmente, para chegar da fase quarto minguante à fase nova, leva-se $\frac{1}{4}$ do período sinódico.
Assim,

$$\boxed{\Delta t = \frac{T_S}{4} = 7,38 \text{ dias}}$$

Questão 10. A determinação de parâmetros e medidas a partir da astronomia observacional foi fundamental para o desenvolvimento da astronomia como ciência. Uma importante informação quando analisamos o céu e fundamental para a navegação é a latitude do local. Sabe-se que a latitude do local pode ser encontrada medindo a altura do polo celeste elevado. Essa tarefa pode ser simples no hemisfério norte devido à estrela Polaris, porém, no hemisfério sul, isso se torna bastante inviável.

Para determinar a altura do Polo Celeste, podemos usar de uma ferramenta observacional interessante: medir as alturas das culminações superior e inferior de uma estrela circumpolar.



Na imagem temos as culminações de uma determinada estrela. Perceba que o ângulo entre a estrela e o polo celeste, chamada de distância polar (p), é igual independentemente da posição no céu. Utilizando seus conhecimentos, encontre uma expressão para determinar a latitude do local em função das alturas na culminação superior h_s e inferior h_i.

Agora, imagine que uma estrela possua os seguintes valores de altura de culminações: $h_s = 83°$ e $h_i = 43°$. Qual a latitude desse observador?

Solução:
Pela imagem, podemos ver que:

$$h_s - p = h_i + p = \varphi$$

$$h_s - h_i = 2p \Rightarrow p = \frac{h_s - h_i}{2}$$

Como $\varphi = h_i + p$:

$$\varphi = h_i + \frac{h_s - h_i}{2} = \frac{2h_i + h_s - h_i}{2}$$

$$\boxed{\varphi = \frac{h_s + h_i}{2}}$$

Substituindo os valores:

$$\boxed{\varphi = \frac{83° + 43°}{2} = 63°}$$