

Instruções Gerais

1. Cada aluno deve enviar sua resolução no Gradescope (Para mais instruções, veja o arquivo PDF anexado junto);
2. Escreva seu NOME COMPLETO, o número da sua reunião Zoom e da sua sala em TODAS as folhas de respostas que serão escaneadas.
3. Escreva o número de cada questão na folha de resposta, bem como o número da página.
4. A duração da prova é de 1 (uma) hora e 30 (trinta) minutos. O tempo extra para escanear é de 20 (vinte) minutos, sem possibilidade de tempo adicional, a não ser em casos de imprevistos;
5. A prova é composta por 2 questões (totalizando 150 pontos), cada uma valendo 75 pontos;
6. A prova é individual e sem consultas. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova de Carta Celeste está disponibilizada na página 2, assim como no Classroom da seletiva;
7. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas/com acesso a internet;
8. É permitido o uso do software *Paint*, *Paint 3D* e demais equivalentes editores de imagens para fazer modificações ou edições nas figuras disponibilizadas;
9. As resoluções das questões, numeradas, podem ser feitas a lápis (bem escuro) ou caneta e devem ser apresentadas de forma clara, concisa e completa. Faça um retângulo ao redor da resposta de cada item. Recomendamos o uso de borracha, régua e compasso;
10. Você pode utilizar folhas de rascunho para auxiliar no processo de resolução da prova, mas elas não devem ser entregues no formulário.

Instruções Específicas

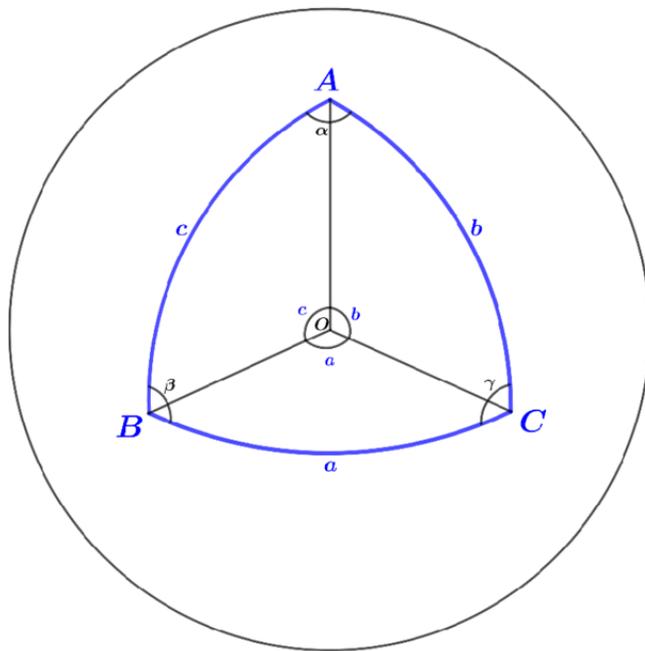
1. Só serão aceitos arquivos em pdf. Em caso de dúvidas, leia o passo a passo da OBA de como escanear suas soluções.
2. Os alunos só poderão se comunicar com o fiscal de sua sala por meio do chat da plataforma Zoom. São vedadas quaisquer dúvidas em relação ao conteúdo da prova.
3. Ao terminar a prova, avise o fiscal de sala pelo chat da plataforma Zoom e aguarde por instruções.
4. Os microfones deverão permanecer fechados a todo tempo. O estudante deve manter dois equipamentos conectados à sua sala no Zoom durante o curso da prova, de forma que possa ser visto durante toda sua duração.
5. O uso de aparelhos celulares ou câmeras fotográficas só é permitido enquanto o aluno realiza o scan de suas soluções.
6. Para questões em branco, escreva no topo da questão subsequente “Pulei a questão anterior”.

Tabela de Constantes

Massa (M_{\oplus})	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	Terra
Raio (R_{\oplus})	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Aceleração da gravidade superficial (g_{\oplus})	$9,8 \text{ m/s}^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ} 27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	$23\text{h } 56\text{min } 04\text{s}$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74 \text{ mag}$	
Período Sideral	27,32 dias	
Período Sinódico	29,53 dias	
Massa (M_{\odot})	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	Sol
Raio (R_{\odot})	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Luminosidade (L_{\odot})	$3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$	
Magnitude Absoluta (M_{\odot})	$4,80 \text{ mag}$	
Magnitude Aparente (m_{\odot})	$-26,7 \text{ mag}$	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 km s^{-1}	
Distância ao Centro Galáctico	$8,5 \text{ kpc}$	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	$+6 \text{ mag}$	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$	
1 pc	206.265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	Constantes Físicas
Constante Universal dos Gases (R)	$8,314 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-2}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	
Massa do Próton	$938,27 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	656 nm	

Formulário

- Para um Triângulo Esférico:



Lei dos senos:

$$\frac{\text{sen}(a)}{\text{sen}(\alpha)} = \frac{\text{sen}(b)}{\text{sen}(\beta)} = \frac{\text{sen}(c)}{\text{sen}(\gamma)}$$

Lei dos cossenos:

$$\cos(a) = \cos(b) \cdot \cos(c) + \text{sen}(b) \cdot \text{sen}(c) \cdot \cos(\alpha)$$

Lei dos quatro elementos:

$$\cot(\beta) \cdot \text{sen}(\gamma) + \cos(a) \cdot \cos(\gamma) = \cot(b) \cdot \text{sen}(a)$$

- Forma Polar da elipse :

$$r(\theta) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos(\theta)}$$

- Forma Polar da parábola :

$$r(\theta) = \frac{2r_p}{1 + \cos(\theta)}$$

- Critério de resolução de Rayleigh:

$$\theta_{min} \approx 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

- Lei de Stefan-Boltzmann:

$$F = \epsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

sendo ϵ a emissividade do corpo irradiante, com $\epsilon = 1$ para corpos negros

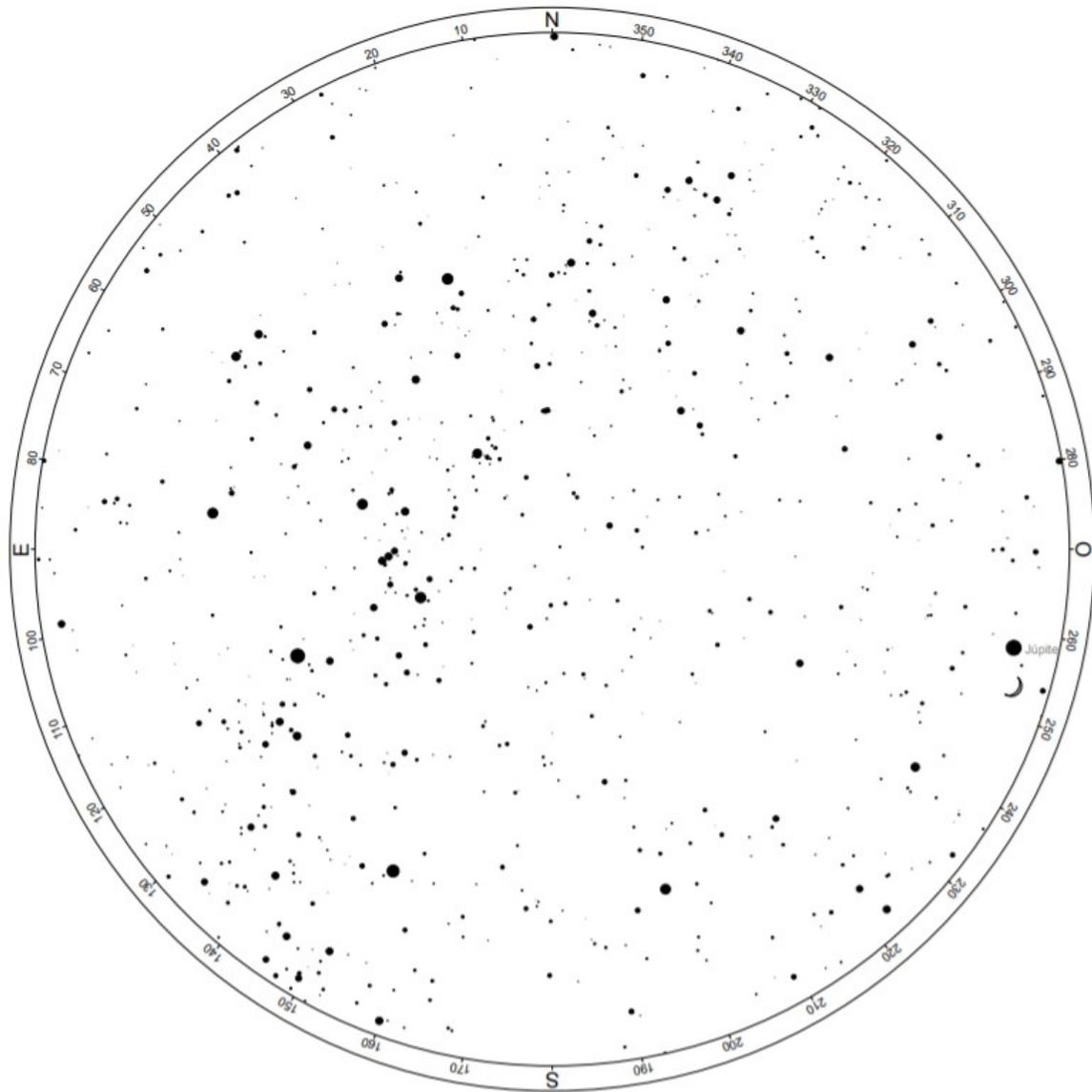
- Efeito Doppler Clássico:

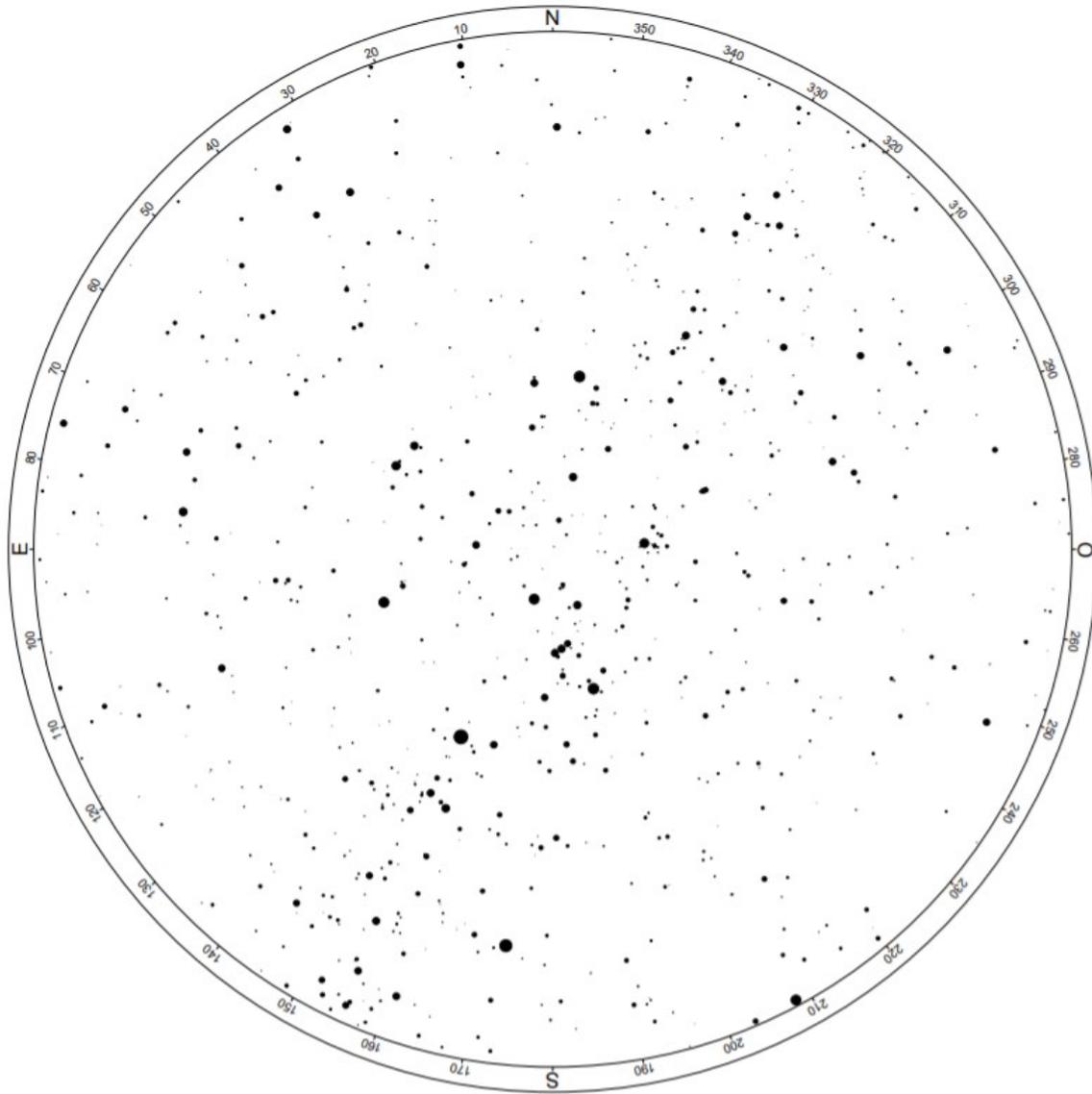
$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_{rad}}{c}$$

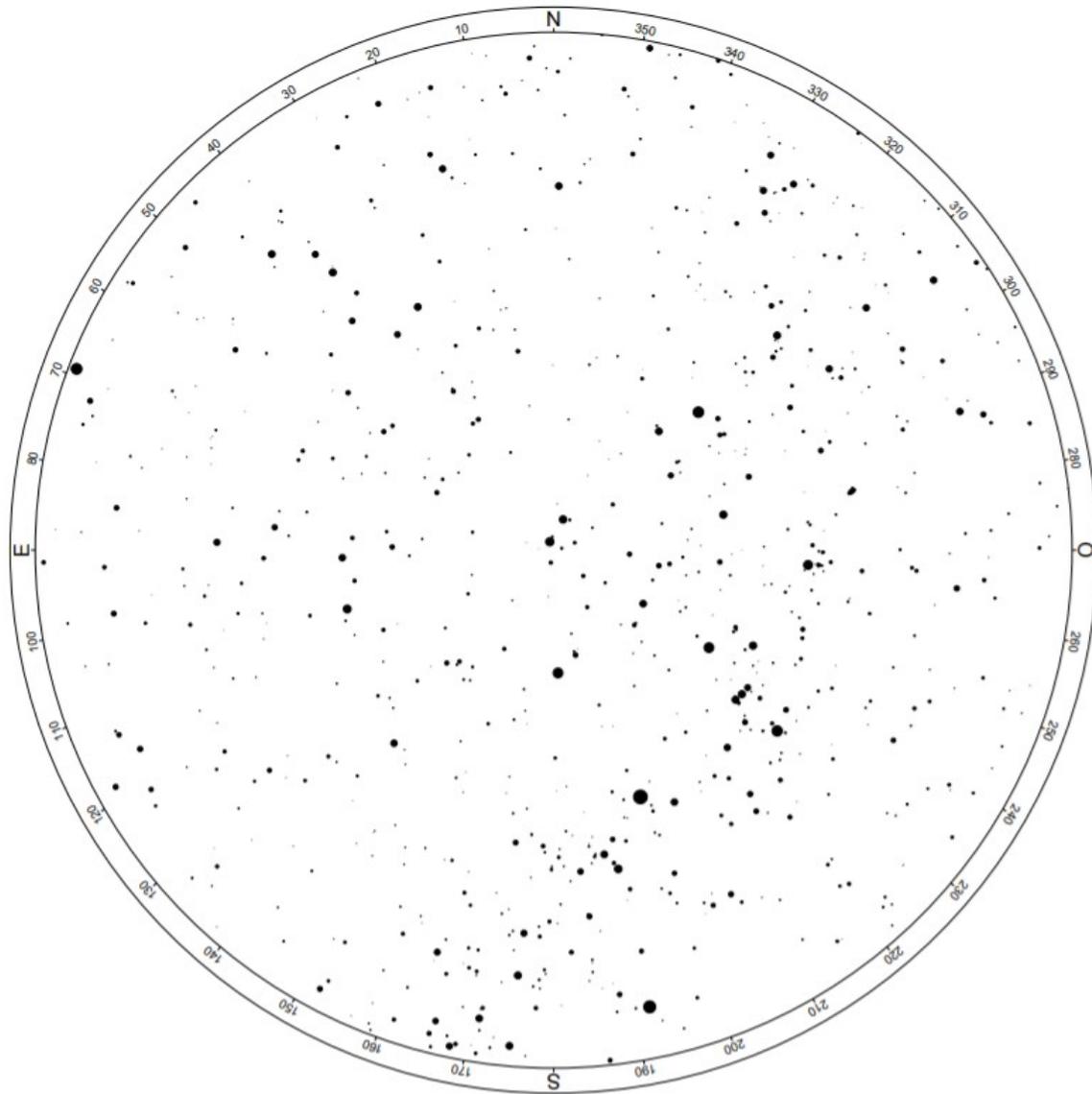
1. **(Um Novo Equador - 75 Pontos)** Em um determinado dia, Juvelino acordou de mau humor. Para manifestar sua raiva, ele deu um soco muito forte no chão. Como todos sabemos, Juvelino é um ser superior aos humanos, então o seu soco acabou alterando a posição do eixo de rotação da Terra.

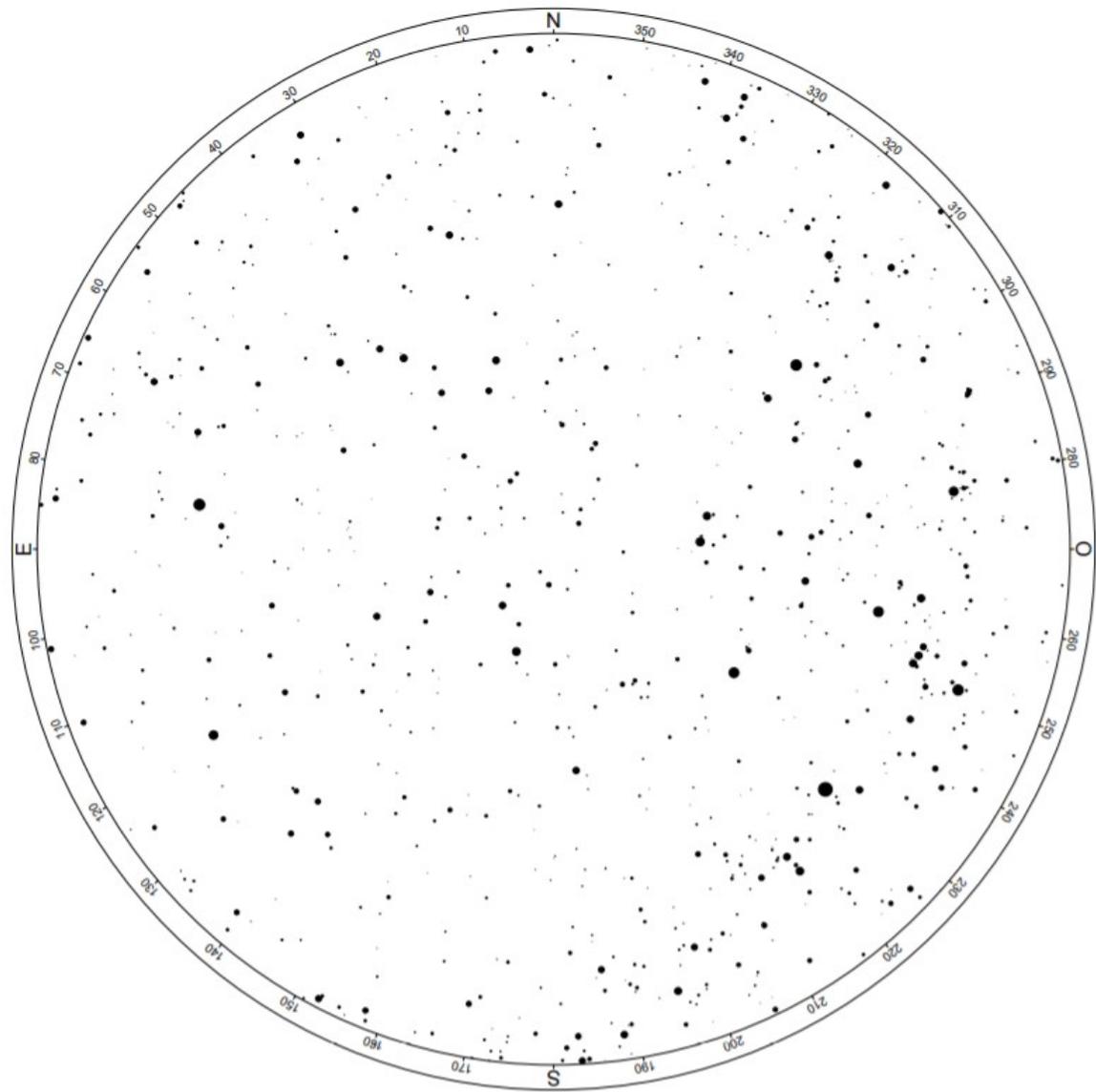
Ao perceber a consequência de seus atos, Juvelino imediatamente começou a fazer cartas celestes para obter informações sobre o novo sistema equatorial de coordenadas.

As primeiras cartas celestes que Juvelino fez estão nas páginas a seguir:









As quatro cartas correspondem a uma latitude de 0° (no sistema de coordenadas baseado no novo Equador). Como Juvelino é um ser extremamente rápido, você pode assumir que todas as cartas correspondem exatamente ao mesmo instante. Outra informação importante é que a longitude da primeira carta é de 50°O (no sistema antigo de coordenadas geográficas).

Assuma que a proporcionalidade entre as separações angulares ao longo de um círculo máximo foi mantida em todas as cartas dessa questão. Ou seja, se um ângulo θ corresponde a x centímetros na carta, um ângulo 2θ vai corresponder a $2x$ centímetros.

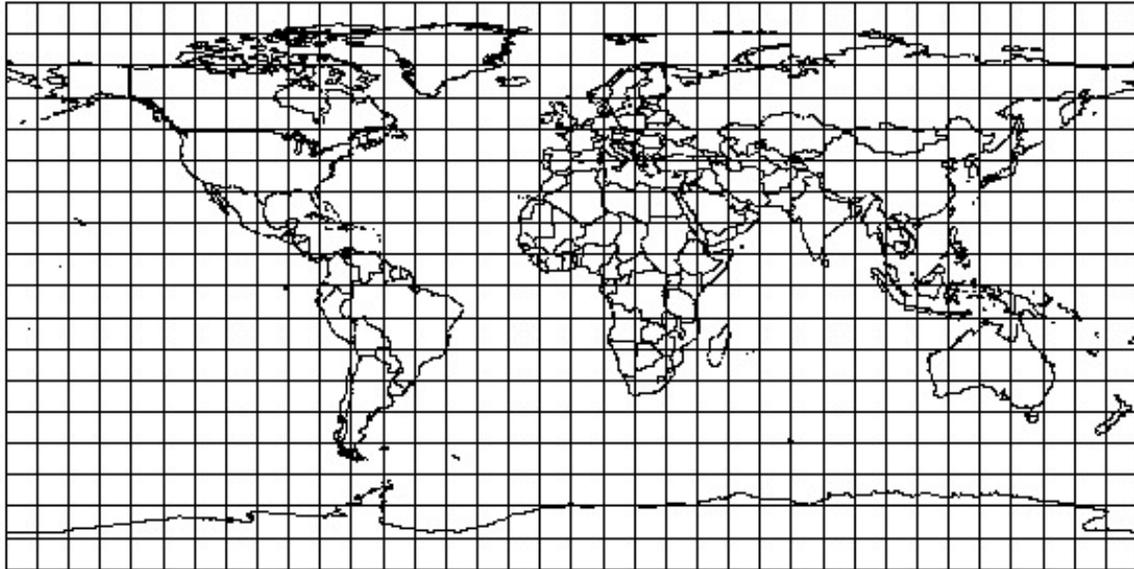
É importante notar que os azimutes na borda das cartas são referentes ao Equador antigo. Juvelino só manteve essas marcações para facilitar a medição de ângulos.

- (a) **(5 pontos)** Determine a constelação em que está localizado o novo polo celeste norte (o polo mais próximo do antigo polo celeste norte). Marque o novo polo celeste norte em cada uma das cartas celestes.
- (b) **(5 pontos)** Determine a constelação em que está localizado o novo polo celeste sul (o polo mais próximo do antigo polo celeste sul). Marque o novo polo celeste sul em cada uma das cartas celestes.
- (c) **(12 pontos)** Trace o antigo Equador, o novo Equador e a Eclíptica nas quatro cartas. Indique de maneira clara qual traço corresponde a cada linha imaginária.
- (d) **(5 pontos)** Determine o ângulo formado pela intersecção entre o novo Equador e o antigo Equador.
- (e) **(8 pontos)** Determine a longitude da última carta (no sistema antigo de coordenadas geográficas).
- (f) **(5 pontos)** Determine a constelação em que está localizado o novo ponto vernal (a intersecção entre Equador e eclíptica mais próxima do antigo ponto vernal).
- (g) **(5 pontos)** Determine a constelação em que está localizado o novo ponto anti-vernal (a intersecção entre Equador e eclíptica mais próxima do antigo ponto anti-vernal).
- (h) **(6 pontos)** Determine a ascensão reta da intersecção entre os dois Equadores no sistema de coordenadas novo e no antigo.
- (i) **(12 pontos)** Com um novo sistema de coordenadas, é importante obter expressões para converter as coordenadas do sistema equatorial antigo (δ_1, α_1) para coordenadas do novo sistema (δ_2, α_2) .

Desenhe um triângulo esférico que possa ser utilizado para realizar essa conversão de coordenadas. Se for necessário, o triângulo pode incluir o ângulo entre o novo ponto vernal e o antigo (θ), a ascensão reta da intersecção entre os Equadores no sistema de coordenadas antigo ($\alpha_{0,A}$) e no sistema novo ($\alpha_{0,N}$). Juvelino sempre prefere respostas completamente algébricas, então não substitua θ , $\alpha_{0,A}$ e $\alpha_{0,N}$ pelos valores obtidos nos itens anteriores. Assuma que a $\alpha_2 = 0h$ no novo ponto vernal.

Para esse item, você só precisa desenhar o triângulo esférico. Não é necessário obter as fórmulas de conversão.

- (j) **(12 pontos)** Trace o novo Equador no mapa-múndi. Considere que cada marcação no mapa equivale a 10° , tanto em latitude como em longitude.

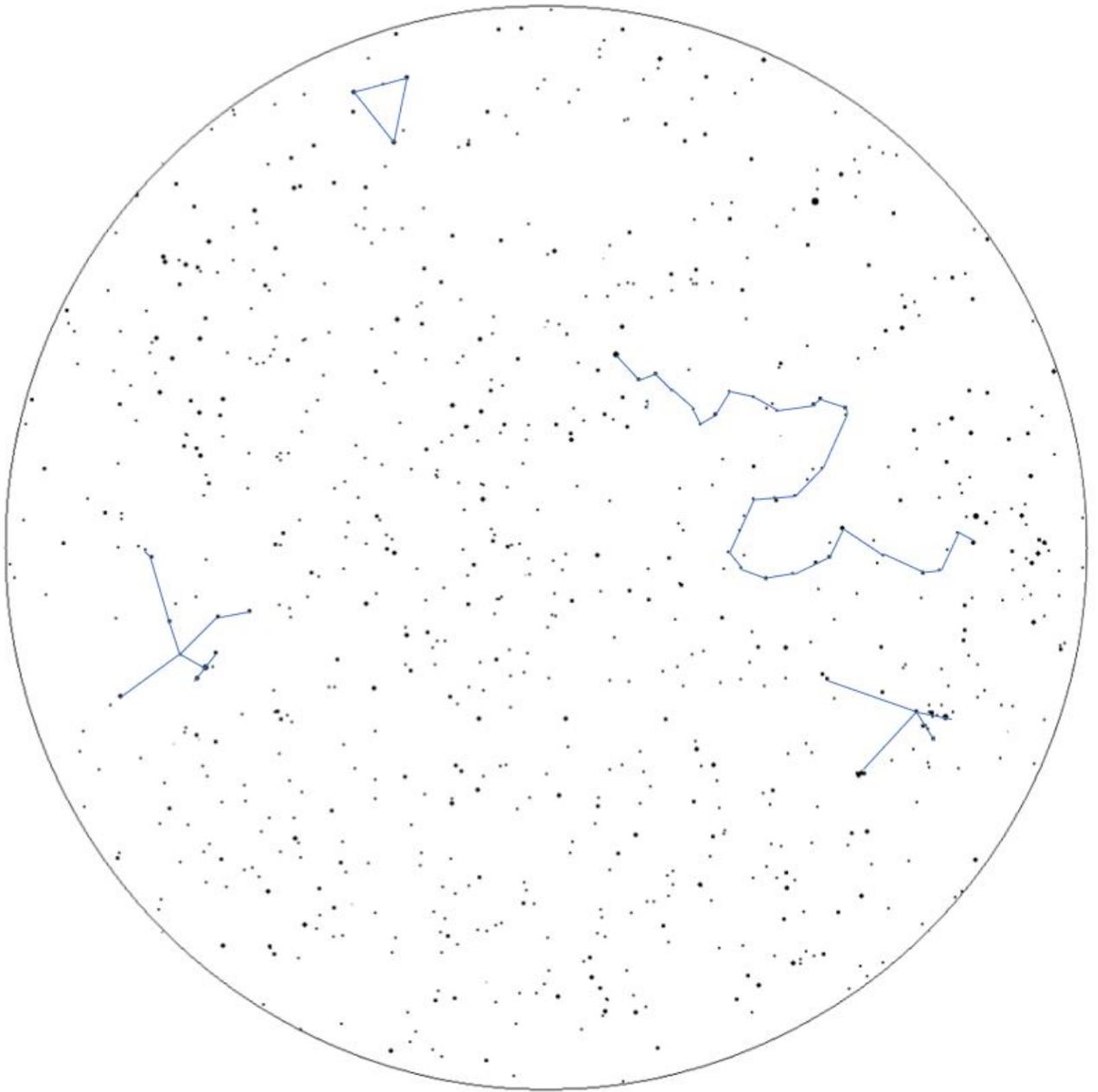


2. **(A Colmeia - 75 Pontos)** A questão 4 da prova individual da OLAA 2018 cometeu uma imprecisão ao afirmar que o jesuíta Padre Buenaventura Suárez foi o primeiro astrônomo da Bacia do Rio da Prata. Algumas fontes, inclusive, estendem seu título a primeiro astrônomo da América Latina. O status é polêmico, pois, muito antes da atuação da Companhia de Jesus no continente americano, a astronomia já era exercida por diversas sociedades nativas. A exemplo disso, comunidades da família Guarani - a qual ocupa território paraguaio -, observavam o nascimento da constelação de Eichu pouco antes (cerca de 1 hora) do nascer do Sol e concluíam que em poucos dias começaria um novo ciclo agrícola. A constelação da colmeia (Eichu) é formada pelas estrelas de um aglomerado aberto pertencente ao catálogo Messier e visível a olho nu. Segue uma representação dela:



- (a) **(5 pontos)** Escreva o nome do aglomerado correspondente a essa constelação.

Observe a carta celeste do céu da região, no ano de 1600. Na carta, foram representadas as linhas das constelações de Águia, Eridano, Touro e Triângulo.



- (b) **(20 pontos)** Marque na carta o Polo Sul Eclíptico, a linha da Eclíptica e o círculo precessional Sul. **Não** é preciso descrever o método utilizado, tampouco é necessário utilizar a recomendação seguinte.
- Talvez seja útil o seguinte método de localização do Polo Sul Eclíptico:** Identifique Ankaa (α Phe) e Achenar (α Eri); prolongue o arco que as une em direção a Achenar; a distância angular entre o PSE e Achenar é 2,5 vezes a distância angular entre os astros.
- (c) **(17 pontos)** Sabendo-se que a precessão dos equinócios dura 25.800 anos, marque na carta a posição do Polo Sul Celeste na época que a carta representa. **Justifique** o encontro de sua posição relativa ao PSC atual; **não** é preciso, contudo, descrever o método de encontro do PSC atual,
- (d) **(14 pontos)** Sabe-se que a carta corresponde à iminência do nascer do Sol, bem no dia em que a Colmeia nasce uma hora antes dele, e sabe-se que a latitude local é $\phi = -22^\circ$. Calcule as coordenadas equatoriais (ascensão reta e declinação) do Sol nessa data, ou seja, utilizando o Polo Sul Celeste **da época**.
- (e) **(5 pontos)** Conclua em qual estação do ano começava um novo ciclo agrícola naquele recorte temporal.
- (f) **(14 pontos)** Estime a duração do período claro deste dia em 1600, isto é, o tempo em que o Sol estará acima do horizonte.