

## Instruções Gerais

1. Cada aluno deve enviar sua resolução no Gradescope (Para mais instruções, veja o arquivo PDF anexado junto);
2. Escreva seu NOME COMPLETO, o número da sua reunião Zoom e da sua sala em TODAS as folhas de respostas que serão escaneadas.
3. Escreva o número de cada questão na folha de resposta, bem como o número da página.
4. A duração da prova é de 1 (uma) hora e 30 (trinta) minutos. O tempo extra para escanear é de 20 (vinte) minutos, sem possibilidade de tempo adicional, a não ser em casos de imprevistos;
5. A prova é composta por 2 questões (totalizando 150 pontos), cada uma valendo 75 pontos;
6. A prova é individual e sem consultas. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova de Carta Celeste está disponibilizada na página 2, assim como no Classroom da seletiva;
7. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas/com acesso a internet;
8. É permitido o uso do software *Paint*, *Paint 3D* e demais equivalentes editores de imagens para fazer modificações ou edições nas figuras disponibilizadas;
9. As resoluções das questões, numeradas, podem ser feitas a lápis (bem escuro) ou caneta e devem ser apresentadas de forma clara, concisa e completa. Faça um retângulo ao redor da resposta de cada item. Recomendamos o uso de borracha, régua e compasso;
10. Você pode utilizar folhas de rascunho para auxiliar no processo de resolução da prova, mas elas não devem ser entregues no formulário.

## Instruções Específicas

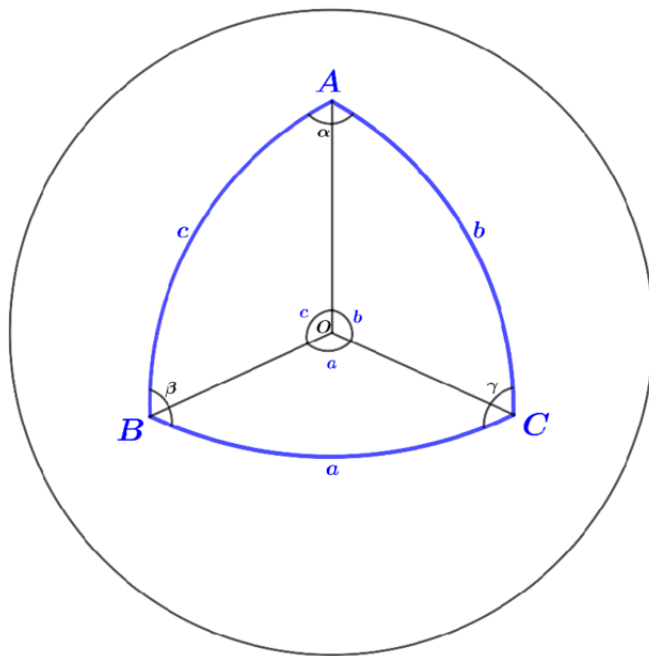
1. Só serão aceitos arquivos em pdf. Em caso de dúvidas, leia o passo a passo da OBA de como escanear suas soluções.
2. Os alunos só poderão se comunicar com o fiscal de sua sala por meio do chat da plataforma Zoom. São vedadas quaisquer dúvidas em relação ao conteúdo da prova.
3. Ao terminar a prova, avise o fiscal de sala pelo chat da plataforma Zoom e aguarde por instruções.
4. Os microfones deverão permanecer fechados a todo tempo. O estudante deve manter dois equipamentos conectados à sua sala no Zoom durante o curso da prova, de forma que possa ser visto durante toda sua duração.
5. O uso de aparelhos celulares ou câmeras fotográficas só é permitido enquanto o aluno realiza o scan de suas soluções.
6. Para questões em branco, escreva no topo da questão subsequente “Pulei a questão anterior”.

## Tabela de Constantes

Massa ( $M_{\oplus}$ )	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	<b>Terra</b>
Raio ( $R_{\oplus}$ )	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Aceleração da gravidade superficial ( $g_{\oplus}$ )	$9,8 \text{ m/s}^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ} 27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	$23\text{h } 56\text{min } 04\text{s}$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$	<b>Lua</b>
Raio	$1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74 \text{ mag}$	
Período Sideral	27,32 dias	
Período Sinódico	29,53 dias	
Massa ( $M_{\odot}$ )	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	<b>Sol</b>
Raio ( $R_{\odot}$ )	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Luminosidade ( $L_{\odot}$ )	$3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$	
Magnitude Absoluta ( $M_{\odot}$ )	$4,80 \text{ mag}$	
Magnitude Aparente ( $m_{\odot}$ )	$-26,7 \text{ mag}$	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	$220 \text{ km s}^{-1}$	
Distância ao Centro Galáctico	$8,5 \text{ kpc}$	
Diâmetro da pupila humana	$6 \text{ mm}$	<b>Distâncias e tamanhos</b>
Magnitude limite do olho humano nu	$+6 \text{ mag}$	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$	
1 pc	$206.265 \text{ UA}$	
Constante Gravitacional ( $G$ )	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	<b>Constantes Físicas</b>
Constante Universal dos Gases ( $R$ )	$8,314 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	
Constante de Planck ( $h$ )	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Constante de Boltzmann ( $k_B$ )	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-2}$	
Constante de Stefan-Boltzmann ( $\sigma$ )	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	
Constante de Hubble ( $H_0$ )	$67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo ( $c$ )	$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	
Massa do Próton	$938,27 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	$656 \text{ nm}$	

## Formulário

- Para um Triângulo Esférico:



Lei dos senos:

$$\frac{\text{sen}(a)}{\text{sen}(\alpha)} = \frac{\text{sen}(b)}{\text{sen}(\beta)} = \frac{\text{sen}(c)}{\text{sen}(\gamma)}$$

Lei dos cossenos:

$$\cos(a) = \cos(b) \cdot \cos(c) + \text{sen}(b) \cdot \text{sen}(c) \cdot \cos(\alpha)$$

Lei dos quatro elementos:

$$\cot(\beta) \cdot \text{sen}(\gamma) + \cos(a) \cdot \cos(\gamma) = \cot(b) \cdot \text{sen}(a)$$

- Forma Polar da elipse :

$$r(\theta) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos(\theta)}$$

- Forma Polar da parábola :

$$r(\theta) = \frac{2r_p}{1 + \cos(\theta)}$$

- Critério de resolução de Rayleigh:

$$\theta_{min} \approx 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

- Lei de Stefan-Boltzmann:

$$F = \epsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

sendo  $\epsilon$  a emissividade do corpo irradiante, com  $\epsilon = 1$  para corpos negros

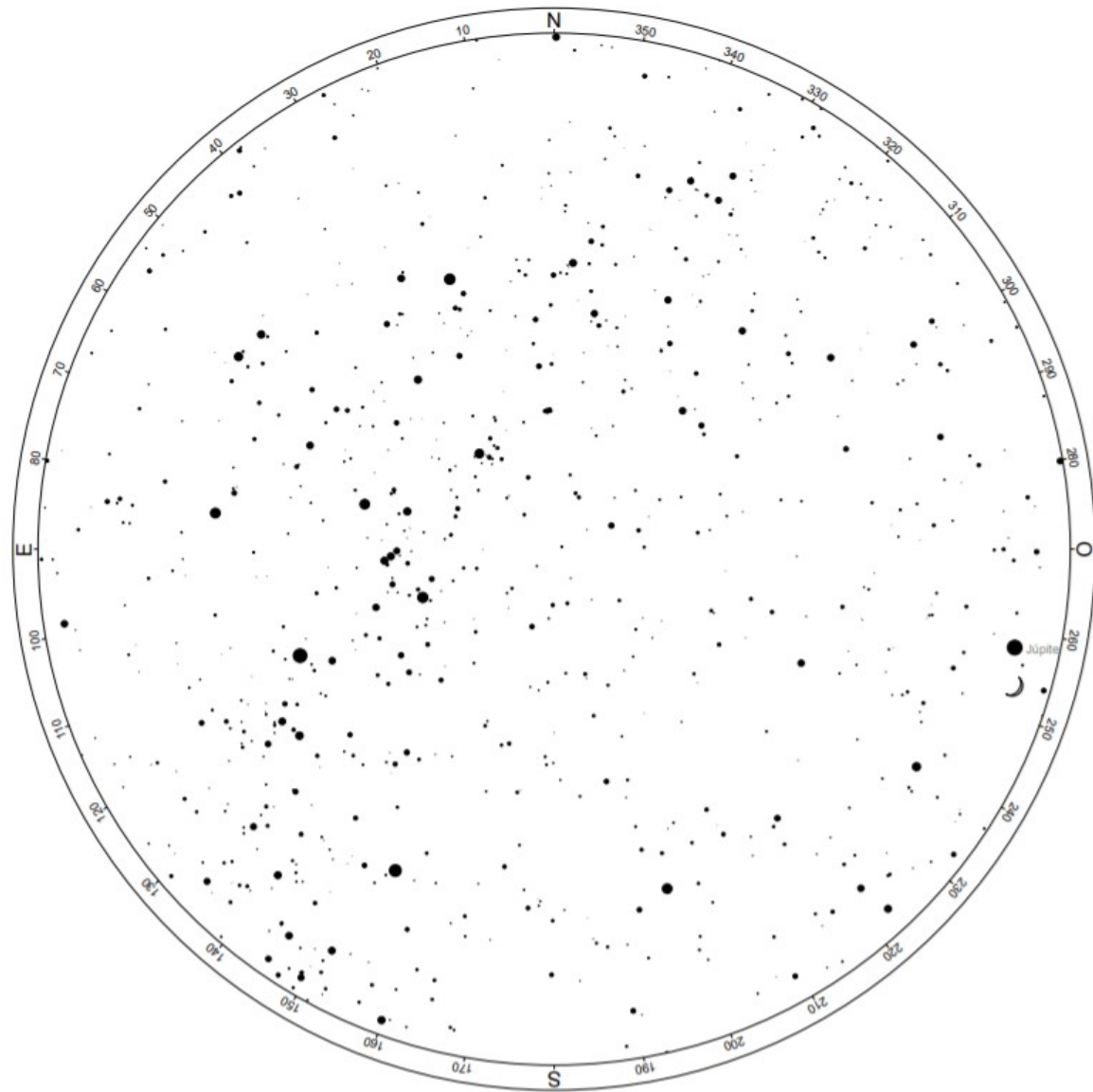
- Efeito Doppler Clássico:

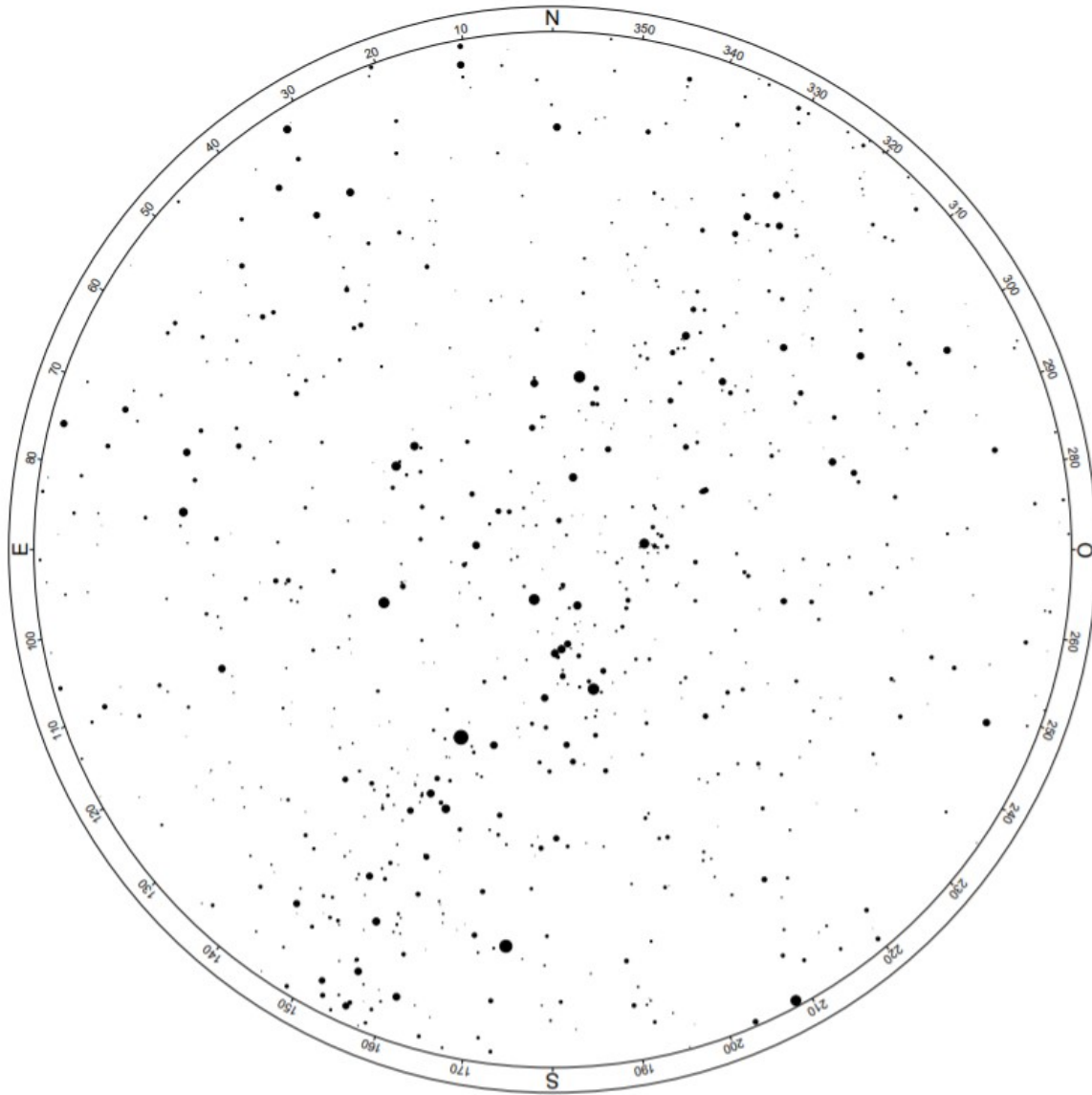
$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_{rad}}{c}$$

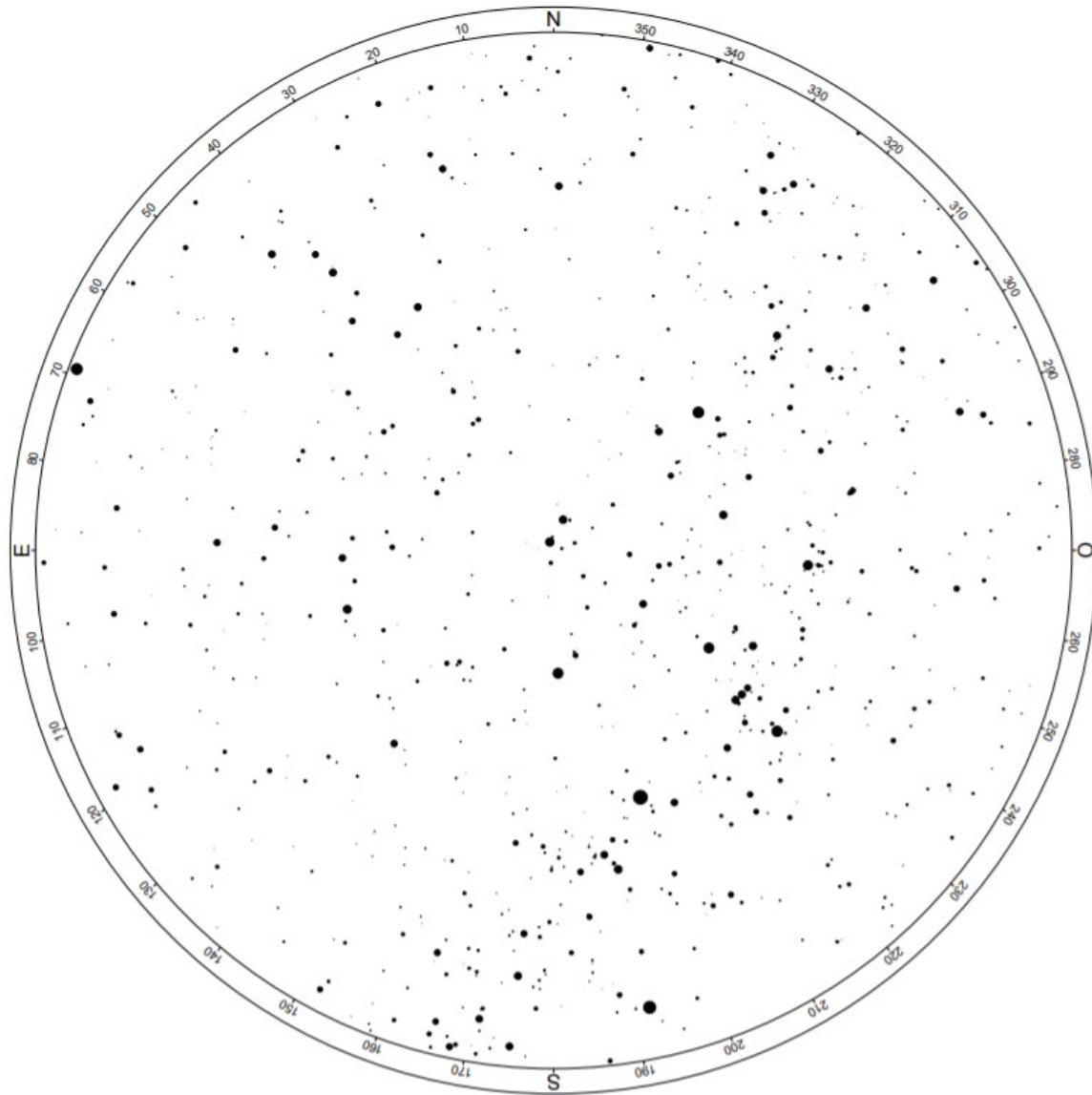
1. **(Um Novo Equador - 75 Pontos)** Em um determinado dia, Juvelino acordou de mau humor. Para manifestar sua raiva, ele deu um soco muito forte no chão. Como todos sabemos, Juvelino é um ser superior aos humanos, então o seu soco acabou alterando a posição do eixo de rotação da Terra.

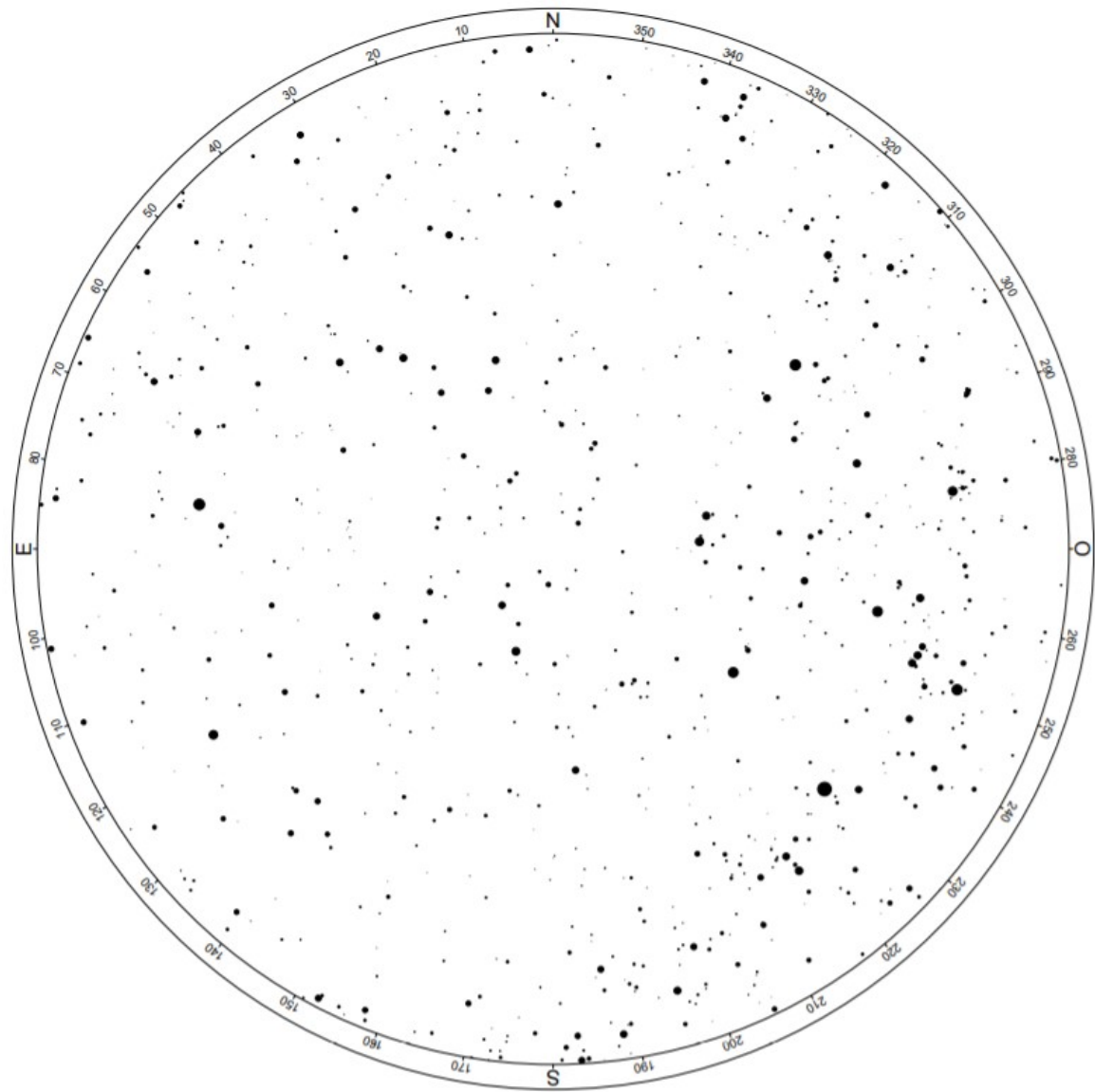
Ao perceber a consequência de seus atos, Juvelino imediatamente começou a fazer cartas celestes para obter informações sobre o novo sistema equatorial de coordenadas.

As primeiras cartas celestes que Juvelino fez estão nas páginas a seguir:









As quatro cartas correspondem a uma latitude de  $0^\circ$  (no sistema de coordenadas baseado no novo Equador). Como Juvelino é um ser extremamente rápido, você pode assumir que todas as cartas correspondem exatamente ao mesmo instante. Outra informação importante é que a longitude da primeira carta é de  $50^\circ\text{O}$  (no sistema antigo de coordenadas geográficas).

Assuma que a proporcionalidade entre as separações angulares ao longo de um círculo máximo foi mantida em todas as cartas dessa questão. Ou seja, se um ângulo  $\theta$  corresponde a  $x$  centímetros na carta, um ângulo  $2\theta$  vai corresponder a  $2x$  centímetros.

É importante notar que os azimutes na borda das cartas são referentes ao Equador antigo. Juvelino só manteve essas marcações para facilitar a medição de ângulos.

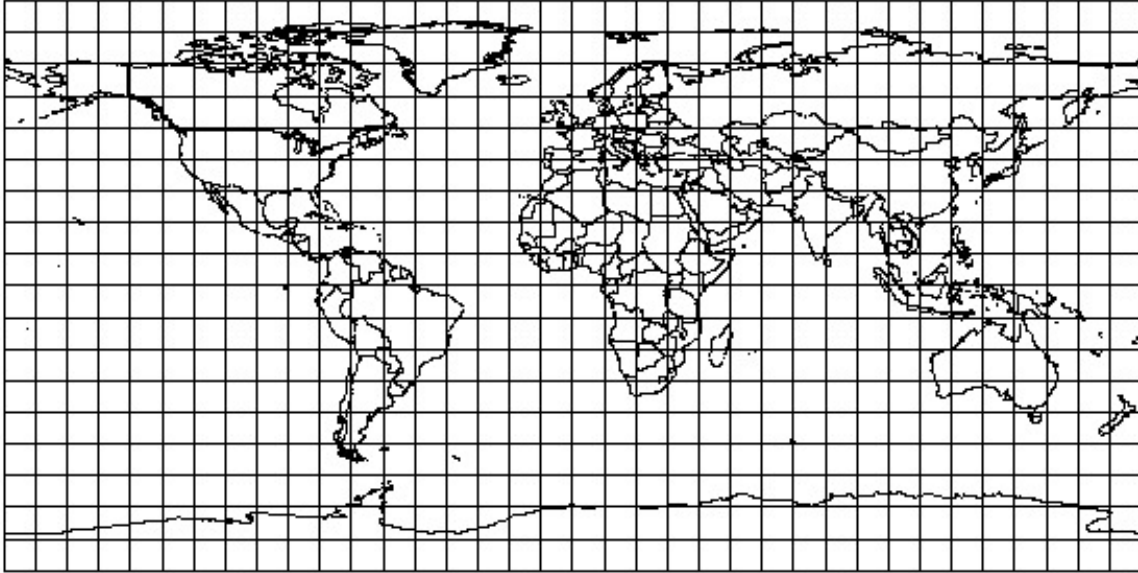
- (a) **(5 pontos)** Determine a constelação em que está localizado o novo polo celeste norte (o polo mais próximo do antigo polo celeste norte). Marque o novo polo celeste norte em cada uma das cartas celestes.
- (b) **(5 pontos)** Determine a constelação em que está localizado o novo polo celeste sul (o polo mais próximo do antigo polo celeste sul). Marque o novo polo celeste sul em cada uma das cartas celestes.
- (c) **(12 pontos)** Trace o antigo Equador, o novo Equador e a Eclíptica nas quatro cartas. Indique de maneira clara qual traço corresponde a cada linha imaginária.
- (d) **(5 pontos)** Determine o ângulo formado pela intersecção entre o novo Equador e o antigo Equador.
- (e) **(8 pontos)** Determine a longitude da última carta (no sistema antigo de coordenadas geográficas).
- (f) **(5 pontos)** Determine a constelação em que está localizado o novo ponto vernal (a intersecção entre Equador e eclíptica mais próxima do antigo ponto vernal).
- (g) **(5 pontos)** Determine a constelação em que está localizado o novo ponto anti-vernal (a intersecção entre Equador e eclíptica mais próxima do antigo ponto anti-vernal).
- (h) **(6 pontos)** Determine a ascensão reta da intersecção entre os dois Equadores no sistema de coordenadas novo e no antigo.
- (i) **(12 pontos)** Com um novo sistema de coordenadas, é importante obter expressões para converter as coordenadas do sistema equatorial antigo  $(\delta_1, \alpha_1)$  para coordenadas do novo sistema  $(\delta_2, \alpha_2)$ .

Desenhe um triângulo esférico que possa ser utilizado para realizar essa conversão de coordenadas. Se for necessário, o triângulo pode incluir o ângulo entre o novo ponto vernal e o antigo ( $\theta$ ), a ascensão reta da intersecção entre os Equadores no sistema de coordenadas antigo ( $\alpha_{0,A}$ ) e no sistema novo ( $\alpha_{0,N}$ ). Juvelino sempre prefere respostas completamente algébricas, então não substitua  $\theta$ ,  $\alpha_{0,A}$  e  $\alpha_{0,N}$  pelos valores obtidos nos itens anteriores. Assuma que a  $\alpha_2 = 0h$  no novo ponto vernal.

Para esse item, você só precisa desenhar o triângulo esférico. Não é necessário obter as fórmulas de conversão.

- (j) **(12 pontos)** Trace o novo Equador no mapa-múndi. Considere que cada marcação no mapa equivale a  $10^\circ$ , tanto em latitude como em longitude.



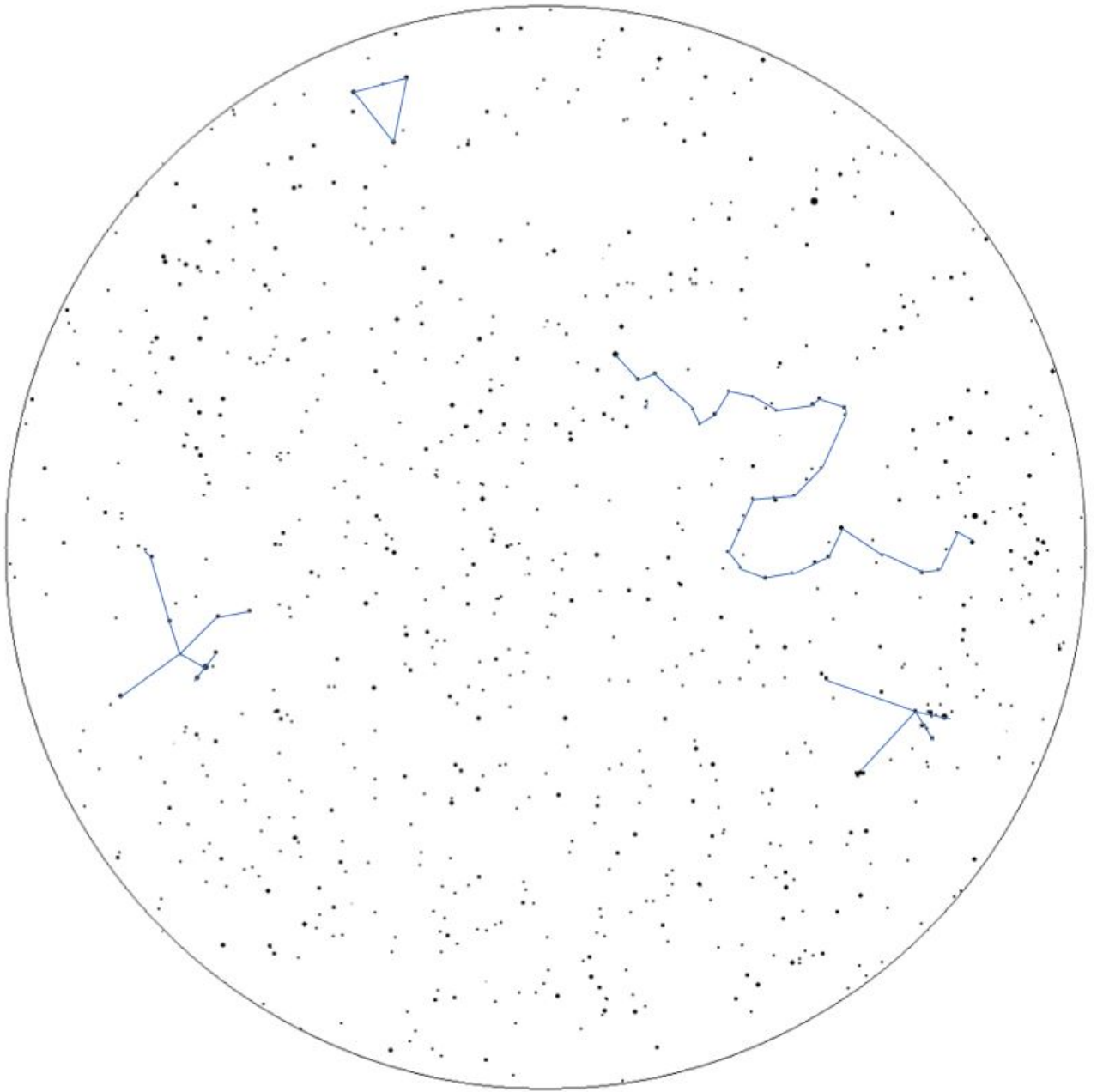


2. **(A Colmeia - 75 Pontos)** A questão 4 da prova individual da OLAA 2018 cometeu uma imprecisão ao afirmar que o jesuíta Padre Buenaventura Suárez foi o primeiro astrônomo da Bacia do Rio da Prata. Algumas fontes, inclusive, estendem seu título a primeiro astrônomo da América Latina. O status é polêmico, pois, muito antes da atuação da Companhia de Jesus no continente americano, a astronomia já era exercida por diversas sociedades nativas. A exemplo disso, comunidades da família Guaraní - a qual ocupa território paraguaio -, observavam o nascimento da constelação de Eíchu pouco antes (cerca de 1 hora) do nascer do Sol e concluíam que em poucos dias começaria um novo ciclo agrícola. A constelação da colmeia (Eíchu) é formada pelas estrelas de um aglomerado aberto pertencente ao catálogo Messier e visível a olho nu. Segue uma representação dela:



- (a) **(5 pontos)** Escreva o nome do aglomerado correspondente a essa constelação.

Observe a carta celeste do céu da região, no ano de 1600. Na carta, foram representadas as linhas das constelações de Águia, Erídano, Touro e Triângulo.



- (b) **(20 pontos)** Marque na carta o Polo Sul Eclíptico, a linha da Eclíptica e o círculo precessional Sul. **Não** é preciso descrever o método utilizado, tampouco é necessário utilizar a recomendação seguinte.
- Talvez seja útil o seguinte método de localização do Polo Sul Eclíptico:** Identifique Ankaa ( $\alpha$  Phe) e Achenar ( $\alpha$  Eri); prolongue o arco que as une em direção a Achenar; a distância angular entre o PSE e Achenar é 2,5 vezes a distância angular entre os astros.
- (c) **(17 pontos)** Sabendo-se que a precessão dos equinócios dura 25.800 anos, marque na carta a posição do Polo Sul Celeste na época que a carta representa. **Justifique** o encontro de sua posição relativa ao PSC atual; **não** é preciso, contudo, descrever o método de encontro do PSC atual,
- (d) **(14 pontos)** Sabe-se que a carta corresponde à iminência do nascer do Sol, bem no dia em que a Colmeia nasce uma hora antes dele, e sabe-se que a latitude local é  $\phi = -22^\circ$ . Calcule as coordenadas equatoriais (ascensão reta e declinação) do Sol nessa data, ou seja, utilizando o Polo Sul Celeste **da época**.
- (e) **(5 pontos)** Conclua em qual estação do ano começava um novo ciclo agrícola naquele recorte temporal.
- (f) **(14 pontos)** Estime a duração do período claro deste dia em 1600, isto é, o tempo em que o Sol estará acima do horizonte.