

## Instruções Gerais

1. Cada aluno deve enviar um arquivo único por lista no formato PDF pelo Gradescope da seletiva. Na plataforma, o aluno deverá marcar quais páginas correspondem a quais questões.
2. A lista é composta por 5 problemas, 4 deles valendo 10 pontos, e 1 valendo 20 pontos.
3. Antes de enviar o arquivo, verifique se a sua solução está **legível**.
4. Caso opte por deixar uma questão em branco, essa informação deve ficar explícita (coloque "Pulei a questão X" na resolução da questão X+1).
5. O título do arquivo deverá seguir a formatação: " 'N<sup>o</sup> aluno' - Lista 2". Por exemplo, se seu número é 19, envie o arquivo com título "19 - Lista 2."
6. As soluções de duas ou mais questões não podem estar em uma mesma página;
7. No canto superior esquerdo das páginas informe: "N<sup>o</sup> aluno - Q(N<sup>o</sup> questão) ". Por exemplo, "19 - Q1", e no canto inferior direito informe o número da página, por exemplo, "p.1."
8. Use apenas dados presentes nos enunciados e na tabela de constantes para a resolução das questões, a não ser que a questão peça o contrário.
9. A lista é totalmente individual.

Prazo: 21/04/2022 - 23h 59min

## Tabela de Constantes

Massa ( $M_{\oplus}$ )	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	<b>Terra</b>
Raio ( $R_{\oplus}$ )	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Aceleração da gravidade superficial ( $g_{\oplus}$ )	$9,8 \text{ m/s}^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ} 27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	$23\text{h } 56\text{min } 04\text{s}$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$	<b>Lua</b>
Raio	$1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74 \text{ mag}$	
Massa ( $M_{\odot}$ )	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	<b>Sol</b>
Raio ( $R_{\odot}$ )	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Luminosidade ( $L_{\odot}$ )	$3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$	
Magnitude Absoluta ( $M_{\odot}$ )	$4,83 \text{ mag}$	
Magnitude Aparente ( $m_{\odot}$ )	$-26,7 \text{ mag}$	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	$220 \text{ km s}^{-1}$	
Distância ao Centro Galáctico	$8,5 \text{ kpc}$	
Diâmetro da pupila humana	$6 \text{ mm}$	<b>Distâncias e tamanhos</b>
Magnitude limite do olho humano nu	$+6 \text{ mag}$	
Raio da Via Láctea ( $R_{VL}$ )	$16,2 \text{ kpc}$	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$	
1 pc	$206.265 \text{ UA}$	
Constante Gravitacional ( $G$ )	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	<b>Constantes Físicas</b>
Constante Universal dos Gases ( $R$ )	$8,314 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	
Constante de Planck ( $h$ )	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Constante de Boltzmann ( $k_B$ )	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-2}$	
Constante de Stefan-Boltzmann ( $\sigma$ )	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	
Constante de Hubble ( $H_0$ )	$67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo ( $c$ )	$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	
Massa do Próton	$938,27 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	$656 \text{ nm}$	

## Problemas

1. **(Qual é o planeta? - 10 pontos)** Certo dia, Shell, viajante internacional, decide observar um de seus planetas favoritos no céu de Falun ( $\phi = 60^\circ N, \lambda = 15^\circ L$ ). Ele nota que o tal planeta nasce com azimute de  $A_n = -90^\circ$  e se põe com azimute de  $A_p = 90,4^\circ$ . Além disso ele percebe que o planeta demora um tempo  $\Delta t = 3,2s$  para se por. Baseado na tabela abaixo, descubra qual o planeta em questão e quando a observação ocorreu.

Desconsidere efeitos atmosféricos.

Planeta	Semi-eixo maior (UA)	Raio do planeta (km)	Excentricidade
Mercúrio	0,39	2440	0,206
Vênus	0,72	6050	0,007
Júpiter	5,20	69900	0,048
Saturno	9,54	58200	0,056

2. **(Painel Zótico em Júpiter - 10 pontos)** Banano, um ser que transcende as leis da Biologia, vive em Júpiter. Lá, ele presenciou um fenômeno extraordinário: a supernova Ia do sistema duplo Zírius, cujas coordenadas equatoriais geocêntricas são ( $\alpha_{\oplus}^Z = 14 h 30 min; \delta_{\oplus}^Z = -24^\circ 37'$ ) e cuja magnitude total aparente tornou-se  $m_T = -21,79$ . Imediatamente, ele teve uma ideia exótica: captar o fluxo de Zírius usando um painel fotovoltaico (apelidado de painel Zótico, em homenagem à antiga nomeação egípcia do sistema), a fim de utilizar a potência obtida como fonte energética.

Certo de que teve uma ótima ideia, ele começa a estudar a configuração astronômica da situação, para que consiga aproveitá-la ao máximo. Para fazer seus cálculos astronômicos, Banano utiliza alguns sistemas de coordenadas análogos aos usados na Terra:

- Um sistema de localização, no qual um ponto sobre a superfície do planeta é definido por coordenadas ( $\lambda_J; \phi_J$ ), correspondentes à longitude e à latitude jovianas, respectivamente. Atualmente, Banano se situa nas vizinhanças do ponto ( $\lambda_J = -45^\circ 32'; \phi_J = +50^\circ 27'$ ).
- Um sistema equatorial celeste, no qual um ponto sobre a esfera celeste do planeta é definido por coordenadas ( $\alpha_J; \delta_J$ ), correspondentes à ascensão reta e à declinação jovianas, respectivamente.

Para todos os cálculos seguintes:

- Desconsidere efeitos atmosféricos, ofuscações, ocultações, obstáculos físicos ou movimentos de precessão.
  - Considere que o painel Zótico absorve luz exclusivamente de Zírius, e que o sistema é uma fonte de luz pontual.
  - Considere que Júpiter e a Terra apresentam órbitas coplanares e circulares.
  - Considere que, para a notação de uma coordenada, o índice se refere a qual sistema de coordenadas está sendo utilizado, e o expoente, a qual astro está sendo observado.
- (a) **(3,5 pontos)** No Solstício de Inverno do Hemisfério Norte Terrestre, atestou-se que os eixos rotacionais da Terra e de Júpiter eram coplanares e concorrentes em um ponto com latitude eclíptica positiva. A partir dessas informações, calcule  $\delta_J^Z$ , considerando que, nesse momento,  $\delta_J^\oplus$  assumia seu valor mínimo.
- (b) **(1,5 pontos)** Levando em consideração a mesma situação descrita no item (a), calcule a latitude eclíptica heliocêntrica  $b^I$  do ponto  $I$  em que a intersecção dos eixos ocorreu.
- (c) **(2 pontos)** Tendo como base a Lei dos Cossenos para a Trigonometria Esférica, obtenha uma expressão para o tempo diário  $\Delta t_J^Z$  (em segundos) durante o qual Zírius fica acima do horizonte em Júpiter, em função de  $\phi_J$  e  $\delta_J^Z$ , assim como seu valor. Tendo essas informações, Banano fabricou um painel fotovoltaico de área  $A = 3,250 m^2$ . Entretanto, não satisfeito, ele cogitou usar, em associação ao dispositivo, um mecanismo

articulável, que consiste em uma espécie de braço ao qual se acoplaria o painel Zótico. A máquina ajustaria constantemente sua inclinação e sua orientação, de modo que todo raio luminoso proveniente de Zírius incidisse perpendicularmente em relação à superfície do painel durante todo o movimento diurno do astro. Devido à semelhança desse movimento ao tropismo realizado pelos girassóis encontrados na Terra, Banano nomeou esse mecanismo de “Girazírius”.

- (d) **(0,5 ponto)** Se Banano configurasse e utilizasse o painel Zótico e o Girazírius para captar o fluxo solar, a captação diária do painel fotovoltaico seria constante ou variável ao longo do ano? Compare a situação em que o painel Zótico realiza sua função original com a situação previamente mencionada, e justifique brevemente por que eles são semelhantes ou discrepantes em relação à constância da captação diária.
- (e) **(2,5 pontos)** Tomando  $t = 0$  como o início de um nascer de Zírius, calcule o valor de  $t$  (em segundos) que Banano terá que esperar para que o painel, inicialmente descarregado, armazene  $\Omega = 1,334 \text{ kWh}$ . Considere o albedo do painel  $a = 0,3500$ , a eficiência interna do processo de geração energética  $\eta = 0,8500$  e que o Girazírius não requer alimentação energética.

Dados e Dicas Gerais:

- Inclinação do Eixo de Júpiter em relação à Eclíptica:  $\epsilon_J = 3^\circ 05'$ .
- Raio da Órbita de Júpiter:  $R_J = 5,200 \text{ UA}$ .
- Período de Rotação de Júpiter:  $T_J = 10,00 \text{ h}$ .
- Para maximizar sua nota, represente todas as situações geométricas envolvidas em sua solução.

- 3. (A Porta - 10 pontos)** Bruno decidiu alugar uma casa para passar as férias em Cuiabá ( $15,3^\circ \text{ S}$ ,  $56,1^\circ \text{ O}$ ). Como um bom astrônomo, Bruno passava suas noites sentado em uma cadeira observando as estrelas por uma gigante porta voltada para o ponto cardinal sul.

A porta tinha 4,00 metros de altura e 1,50 metros de largura. Bruno tinha o costume de sentar a 1,00 metro da porta perfeitamente alinhado com o seu centro na horizontal. Ou seja, o segmento de reta entre os olhos de Bruno e o ponto que está exatamente no meio da porta na horizontal e na altura dos olhos forma um ângulo de  $90^\circ$  com o plano da porta. Os olhos de Bruno ficam a 1,20 metros do chão quando ele está na cadeira.

Para facilitar as suas observações, Bruno criou um sistema de coordenadas baseado na posição da porta onde ele via as estrelas a partir do local onde ele estava sentado, utilizando metros como a unidade de referência. A origem do sistema está no canto inferior esquerdo. As coordenadas em  $x$  aumentam para a direita e as coordenadas em  $y$  aumentam para cima. Dessa forma, uma estrela vista a 1 metro do lado esquerdo da porta e 2 metros acima do chão seria representada pelas coordenadas (1, 2).

Bruno estava bastante interessado em Shaula ( $\lambda \text{ Sco}$ ,  $\delta = 37,1^\circ \text{ S}$ ). Determine as coordenadas de Shaula no instante em que a estrela se tornava visível para Bruno quando observada através da porta. Assuma que Shaula estava abaixo do horizonte quando Bruno começava a observar o céu.

- 4. (Analema Anormal - 10 pontos)** Uma estrela distante contém um sistema planetário muito interessante. O único planeta desse sistema, habitado exclusivamente por Shell, possui obliquidade de  $10^\circ$  e uma impressionante excentricidade de 0,9999999999. O periastro do planeta coincide com o ponto em que a estrela está em sua máxima declinação ao norte e ocorre exatamente no início do primeiro dia do ano. Shell divide seus dias shellianos (equivalentes aos dias solares da Terra) em 24 horas. Cada ano shelliano possui exatamente 100 dias. Por ser um exímio astrônomo, em um determinado ano Shell decidiu tirar fotos de sua estrela todos os dias no mesmo horário para documentar o seu analema. Todas as fotos foram tiradas exatamente no início do dia.

Não se preocupe com a possibilidade de a estrela estar abaixo do horizonte em algumas fotos. O planeta de Shell é composto por um material completamente transparente e com um índice de refração igual ao do vácuo, então Shell conseguia tirar as fotos mesmo assim.

Ignore todas as limitações físicas que tornariam esse sistema impossível e considere que o tamanho da estrela é desprezível em relação à distância entre a estrela e o planeta em todos os pontos da órbita.

- (a) **(2 pontos)** Estime o intervalo de valores que a equação de tempo assume no planeta de Shell.
- (b) **(2 pontos)** Esboce o gráfico da equação tempo ao longo do ano no planeta de Shell.
- (c) **(2 pontos)** Esboce o analema de Shell em um sistema de coordenadas com a declinação no eixo y e a equação do tempo no eixo x, incluindo todos os valores necessários nos eixos.
- (d) **(2 pontos)** Esboce o analema de Shell em uma esfera.
- (e) **(2 pontos)** Calcule a ângulo sólido  $\Omega$  compreendido por esse analema em esferorradianos.

5. **(Eu preciso ver a Lua - 20 pontos)** O desenvolvimento da astronomia de posição é intimamente correlacionado à geolocalização. Na ausência de um Sistema de Posicionamento Global (GPS), seja por sua inexistência anos atrás, seja por seu mal funcionamento modernamente, o céu noturno é uma alternativa para encontrar as coordenadas terrestres de um observador.

Eduardo já lhes foi apresentado na etapa passada deste processo seletivo. Suponha que, no anseio de avaliar as técnicas de astronavegação dos estudantes, o gêmeo maligno de Eduardo tenha abandonado você em alto-mar, apenas com um sextante, um almanaque astronômico e uma calculadora gráfica (agradeça por não ser uma atividade prática e por Vinhedo não ser costeira). Para essa questão, você não pode utilizar dados da folha de constantes, mas pode utilizar qualquer dado do almanaque, desde que explicita a página em que se encontra. Sua missão é simples: se não quiser passar o resto dos seus dias no Atlântico, terá de encontrar o caminho de volta ao porto de Santos ( $23^{\circ}58'56,02''S$ ;  $46^{\circ}17'33,38''O$ ).

Link para o almanaque astronômico: [https://thenauticalalmanac.com/TNARegular/2022\\_Nautical\\_Almanac.pdf](https://thenauticalalmanac.com/TNARegular/2022_Nautical_Almanac.pdf)

Para facilitar, organizamos algumas informações sobre a Lua e o Ponto Vernal - retiradas do Almanaque - nessas planilhas: [https://drive.google.com/drive/folders/19sgNTXvvpLXP\\_-NOHQOM1VAQc2ZV0tg2?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/19sgNTXvvpLXP_-NOHQOM1VAQc2ZV0tg2?usp=sharing) (talvez sejam necessários outros dados do almanaque)

Durante a noite do dia 13 de junho ou a madrugada do dia 14 (a priori, indistinguíveis), você pretendia usar seu sextante para medir a altura aparente de alguns astros, bem como o ângulo entre cada astro e a Lua. Como é difícil precisar o centro da Lua, você optou, como normalmente é feito, por medir a altura da borda inferior do disco lunar, bem como a distância entre a borda do disco lunar e cada astro.

Astro	Altura	Distância à Lua
Lua	$49^{\circ}09,6'$	-
Antares	$41^{\circ}39,2'$	$08^{\circ}24,6'$
Hadar	$25^{\circ}03,4'$	$46^{\circ}50,3'$
Kaus Australis	$67^{\circ}10,1'$	$18^{\circ}42,1'$
Nunki	$73^{\circ}01,0'$	$23^{\circ}57,4'$
Rigil Kent.	$29^{\circ}24,3'$	$43^{\circ}23,8'$
Shaula	$56^{\circ}49,3'$	$12^{\circ}55,8'$

- (a) **(3 pontos)** Encontre a altura verdadeira das observações, isto é, remova o efeito da refração atmosférica.
- (b) **(3 pontos)** A curta distância entre a Lua e a Terra cria a chamada "paralaxe geocêntrica", isto é, observadores em lugares distintos enxergam a Lua em posições distintas na Esfera

Celeste. Para corrigir esse efeito, calcule qual seria a altura (limpada a refração) da Lua caso o astro estivesse infinitamente distante (mantendo seu centro na semirreta que parte do centro da Terra e chega ao centro verdadeiro da Lua).

- (c) **(3 pontos)** No campo da astronavegação, a distância angular (com o efeito de refração já removido) entre a Lua (na condição do item anterior, isto é, corrigida para a paralaxe) e um dado astro é comumente chamada de "distância lunar" do astro. Calcule a distância angular das estrelas apresentadas
- (d) **(4,5 pontos)** A distância lunar de um dado astro varia em função do tempo. Comparando as medidas experimentais (item anterior) com a previsão teórica, encontre o horário (GMT) de observação.
- (e) **(4,5 pontos)** Dado o horário de observação e a altura de determinado astro, existe um lugar geométrico contido na superfície terrestre (denominado "linha de posição") para o qual essa observação seria possível. Plote, em um gráfico de latitude por longitude, linhas de posição baseadas nas medidas fornecidas. Conclua, a partir disso, as coordenadas terrestres do observador. Use a convenção de que a longitude é positiva para Oeste.
- (f) **(2 pontos)** Considerando que você queira navegar a mínima distância até o Porto de Santos (e desconsiderando qualquer tipo de corrente marítima), calcule o azimute (do Sul em direção Oeste) para o qual você deve navegar, e calcule, em milhas náuticas (use a definição antiga de milha náutica), a distância que terá de ser percorrida.