

## Instruções Gerais

1. Identifique seu número de candidato(a) em **TODAS** as folhas de respostas. Não coloque mais nenhum meio de identificação pessoal;
2. Escreva o Número de cada Questão nas folhas de respostas;
3. Enumere as folhas de resposta em ordem crescente com o número das questões. A enumeração não deve reiniciar a cada questão;
4. Se não responder a uma questão, faça upload de uma folha escrito "em branco" e associe às questões correspondentes;
5. A duração da prova é de 1,5 horas;
6. A prova é composta por 2 questões (totalizando 150 pontos) e tem peso 2 na composição da média final;
7. A prova é individual e sem consultas;
8. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
9. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
10. Todo o desenvolvimento, cálculos e respostas das questões devem ser feitos nas folhas de respostas. Serão desconsideradas as respostas que requerem, mas não apresentarem, as devidas explicações e desenvolvimentos matemáticos.
11. Ao final da prova, devolva as folhas e as cartas utilizadas para resolução.
12. Não escreva suas respostas nesse caderno. Quando necessário, responda e justifique nas folhas em branco.
13. As marcações na carta podem ser feitas a grafite. Para evitar rasuras, prefira o grafite à tinta.
14. Quando solicitada a identificação de um elemento, escreva o nome dele em letra de tamanho legível, próximo à marcação, deixando claro qual nome se refere a qual elemento
15. Se não for explicitado o contrário assuma que as cartas estão em projeção de Ayrís, na qual a borda da carta representa o horizonte, e a distância zenital de um ponto é diretamente proporcional à distância entre sua representação e o centro da carta.

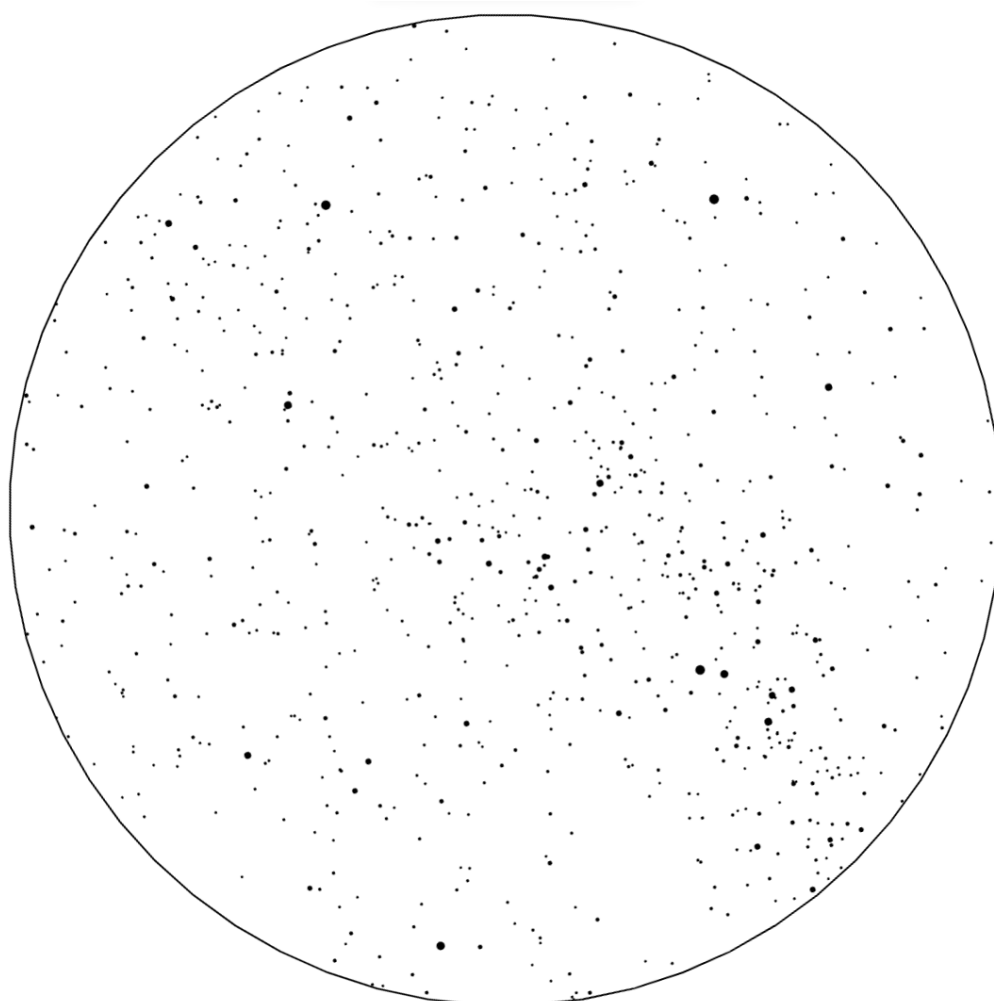
## Questões

### 1. O Caminho a Potosí (65 pontos)

“Os índios Guaranis, que habitavam a área compreendida pelo Paraguai e Guairá (atual Paraná), todo o território praticamente situado ao sul do rio Paranapanema, dominavam essa ordem de conhecimento, a tal ponto que, para se chegar a Potosí, na Bolívia, precisariam tão somente acompanhar o movimento da Via Láctea. Ou melhor: do Tapirapé (Caminho da Anta). Quando ela se encontrava no ponto mais elevado do firmamento, a viagem correspondia a unir a posição aproximada do ponto onde o Sol nascia no verão com o pôr do sol no inverno.”

- A Astronomia Indígena, de Luiz Galdino

Considere a seguinte carta celeste, referente à cidade de São Francisco do Sul (na atual Santa Catarina), onde se iniciava esse antigo caminho indígena que conduzia a Potosí, num instante quando a Via Láctea passa pelo zênite.

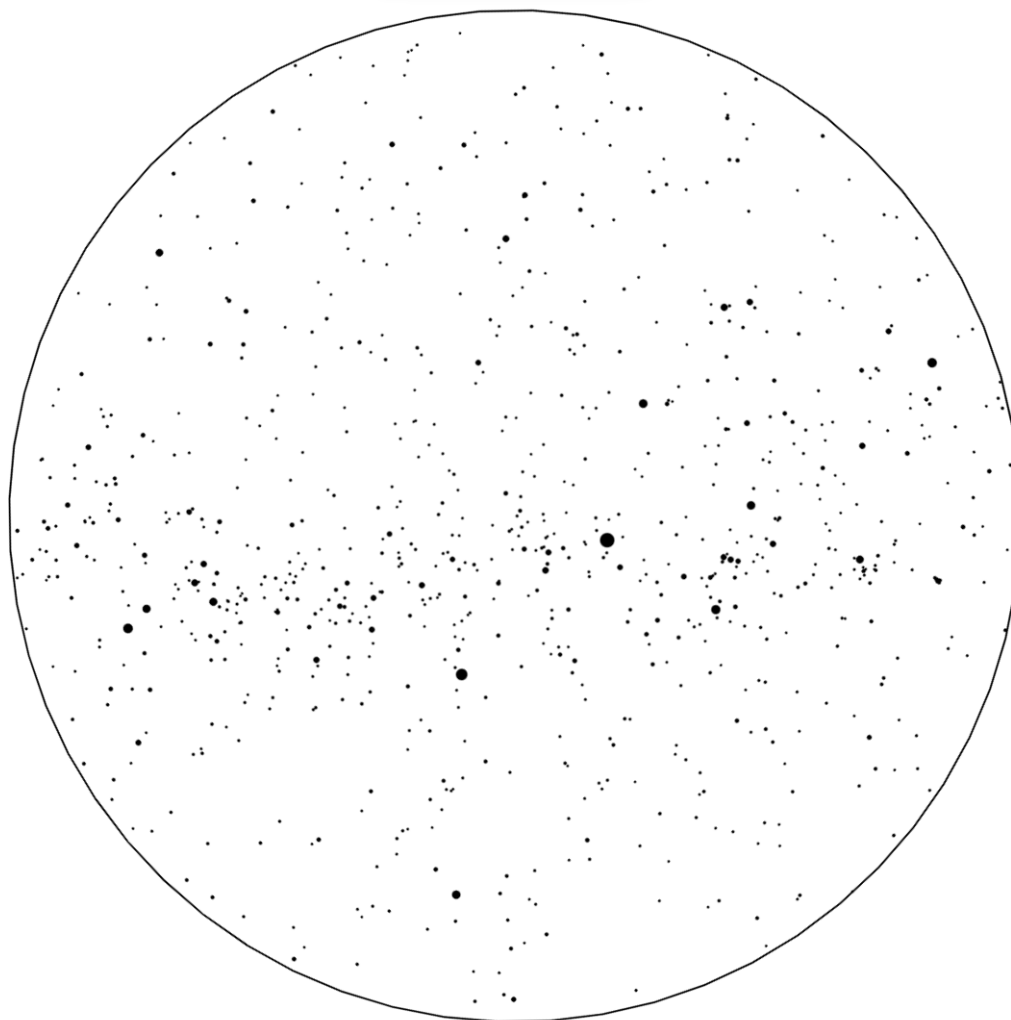


- Na carta, circule Acrux ( $\alpha$  Cru), Hadar ( $\beta$  Cen) e Rigil Kent ( $\alpha$  Cen). Você não precisa identificar qual estrela é qual.
- Na carta, trace e identifique o plano da Via Láctea.

**Dica:** as três estrelas supracitadas estão muito próximas a ele.

- (c) Para seguir rumo à Potosí, o viajante deveria seguir **perpendicularmente** à Via Láctea, como se estivesse atravessando um arco. Na carta, trace um segmento de reta que parte do zênite em direção à Potosí, encerrando-se na borda da carta.  
**Dica:** A Bolívia fica mais ao norte que o Paraná.
- (d) O nascer e o pôr do Sol nos solstícios, para essa latitude, ocorrem aproximadamente a  $30^\circ$  da linha leste-oeste. Sabendo disso, trace os meridianos zenitais leste-oeste e norte-sul na carta, identificando os pontos cardeais nos extremos dessas linhas.
- (e) Dado que a latitude de São Francisco do Sul é  $26^\circ 14' 38''$  S, marque com um X, na carta, o Polo Sul Celeste; identifique-o com "PSC".
- (f) Essa observação foi feita mais próximo do verão ou do inverno? Justifique sua resposta.

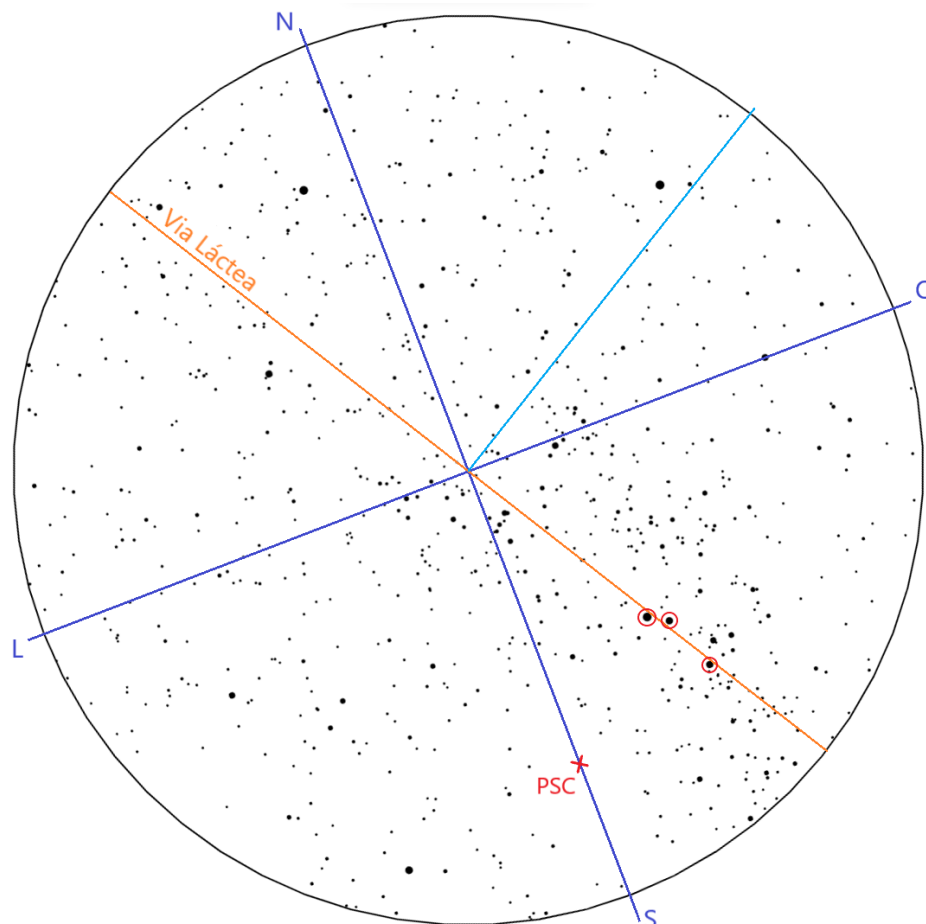
No decorrer do ano, o céu se altera, e existe outra configuração possível com a Via Láctea passando pelo zênite, para a mesma localização.



- (g) Trace, nessa nova carta, a direção de Potosí.  
**Dica:** As cartas não necessariamente apresentam a mesma orientação.
- (h) Mesmo que a Via Láctea não esteja mais perpendicular à direção de Potosí, ainda existem orientações naturais nessa direção: uma estrela muito brilhante (aponte uma seta e identifique-a) e um famoso asterismo de três estrelas (apenas o circule). Encontrar esses

elementos ilustra como uma observação simples pode construir um conhecimento científico impressionante, no caso, a orientação estabelecida por meio dos ciclos astronômicos.

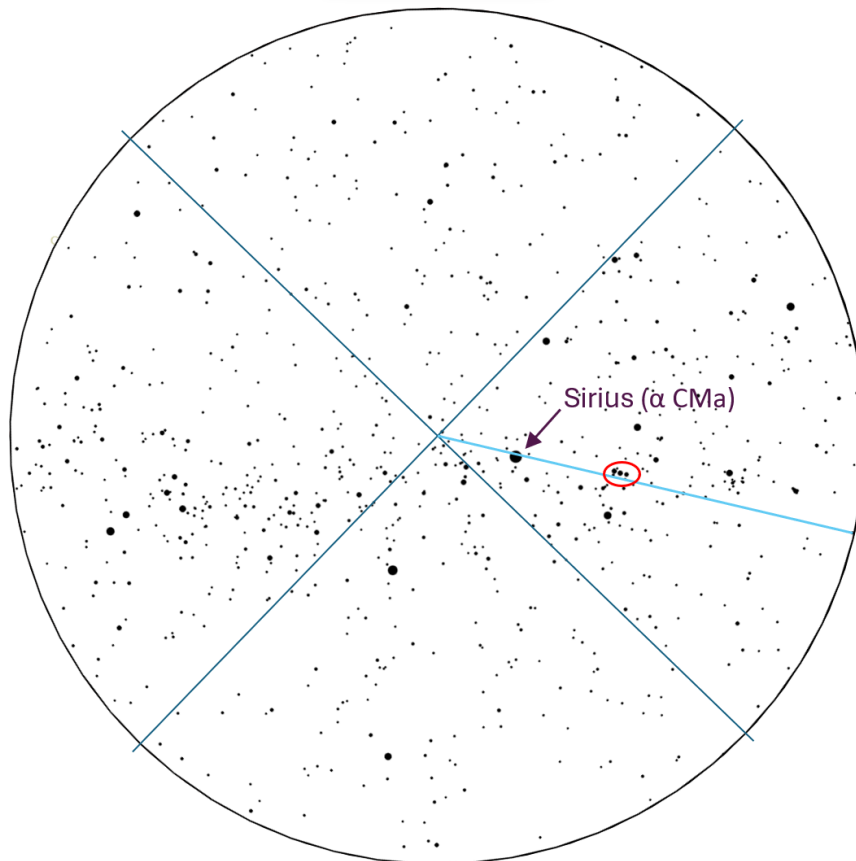
Solução:



- (a) As estrelas estão circuladas na figura acima.
- (b) Como a Via Láctea passa pelo zênite, sua curva é um segmento de reta passando pelo centro, muito próximo das estrelas circuladas, vide imagem acima.
- (c) Para encontrar a direção de Potosí, basta traçar a perpendicular no sentido norte (lembre-se de que estamos em direção à Bolívia).
- (d) A linha leste-oeste está rotacionada em 30° em relação ao caminho para Potosí (do ponto em que o Sol nasce no verão na direção do ponto em que o Sol se põe no inverno). Dessa informação, existem duas candidatas. Perpendicular a ela, está o meridiano norte-sul, que passa pelo PSC. Portanto, um conhecimento mínimo da posição do polo era exigido. Lembre-se de que a projeção do céu na carta celeste inverte as direções leste-oeste.
- (e) A projeção de Airy é feita a partir de regra de três entre as distâncias angulares e distâncias na carta:

$$\frac{\text{distância zênite-borda}}{90^\circ} = \frac{\text{distância borda-polo}}{\text{latitude}}$$

- (f) A observação foi feita mais perto do **inverno**. A constelação de escorpião está próxima ao zênite, ela é popularmente conhecida como constelação do inverno, pois, durante o inverno do hemisfério sul, o Sol está na direção das constelações aproximadamente opostas a ela.

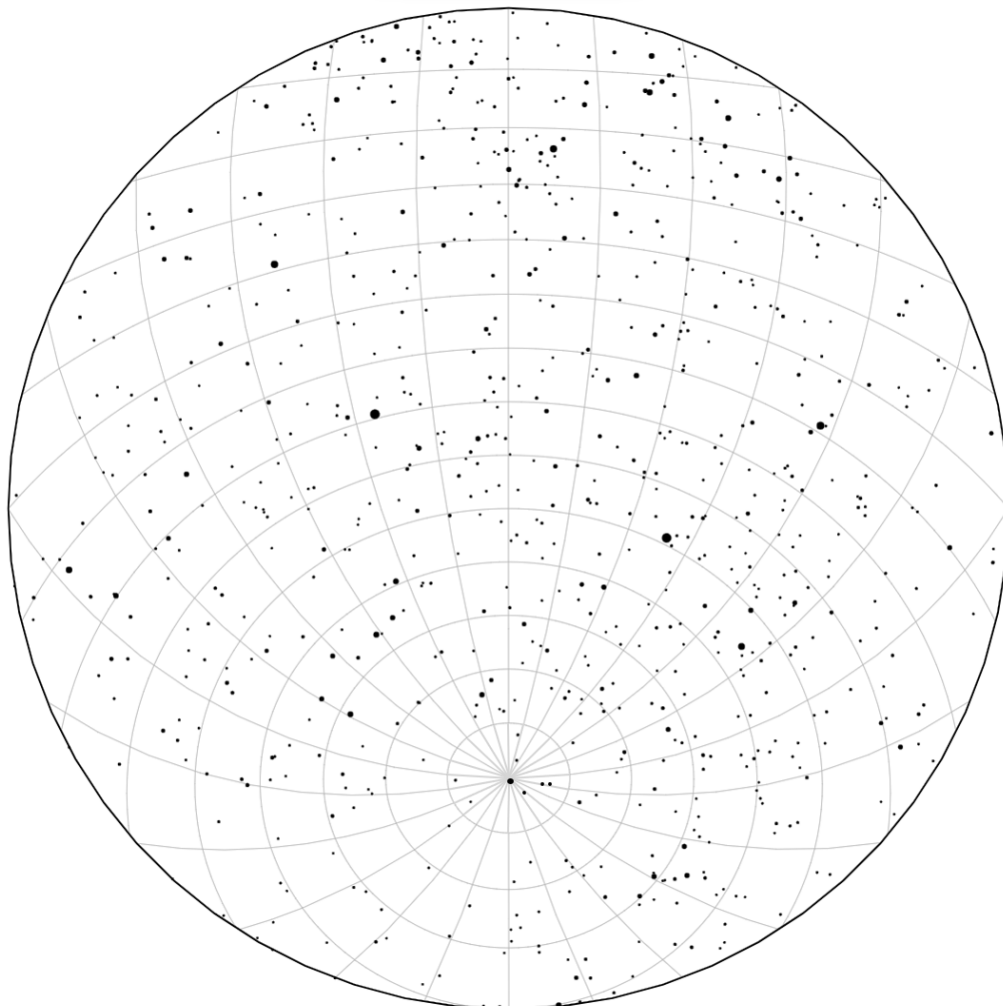


- (g) A partir da posição do Polo Sul (definida na parte anterior), podemos traçar o meridiano norte-sul, consequentemente a linha leste-oeste. Para encontrar o caminho a Potosí, basta marcar a direção a  $30^\circ$  do ponto cardeal oeste, no sentido norte.
- (h) A estrela Sirius está apontada com a seta, e as Três Marias estão circuladas. Perceba que acabamos de criar um conhecimento astronômico impressionante:
- “Quando quisermos chegar a Potosí, esperemos a Via Láctea atingir o ponto mais alto do firmamento. Se estiver visível o Escorpião (mais próximo ao inverno), atravessamos a faixa galáctica como um arco. Já se estiver visível Órion (mais próximo ao verão), basta seguir o seu cinturão, ou a estrela Sirius.”

## 2. Relógio celeste (85 pontos)

Inserido no ritmo de trabalho da Segunda Revolução Industrial, o Coelho Branco (do livro Alice no País das Maravilhas, de Lewis Carroll) é uma figura icônica conhecida por sua compulsão pelo tempo e obsessão por relógios. Suponha que ele finalmente tenha tirado suas merecidas férias nas Ilhas Baleares. Contudo, velhos hábitos nunca morrem: quando o Coelho vai conferir seu famoso

relógio... Ah, parece que está quebrado... Que azar! Todos os seus relógios reservas também decidiram quebrar. Eufórico, ele faz um apelo aos céus; eis o céu no local em que estava:

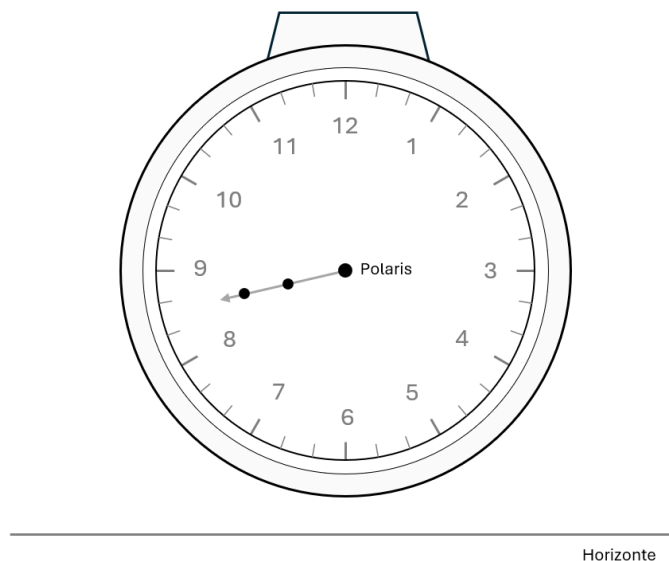


Como a boa pessoa que você é, ajude nosso amigo felpudo.

- O céu da carta gira no sentido horário ou anti-horário?
- Vernal ou anti-vernal, eis a questão. Marque o ponto visível com um X na carta. Além disso, identifique-o por "vernal" ou "anti-vernal".
- Na carta, marque o meridiano local; identifique-o por "ML".
- Na carta, circule as estrelas Dubhe ( $\alpha$  UMa) e Merak ( $\beta$  UMa). Identifique-as por  $\alpha$  e  $\beta$ .

**Dica:** essas estrelas têm, praticamente, a mesma ascensão reta.

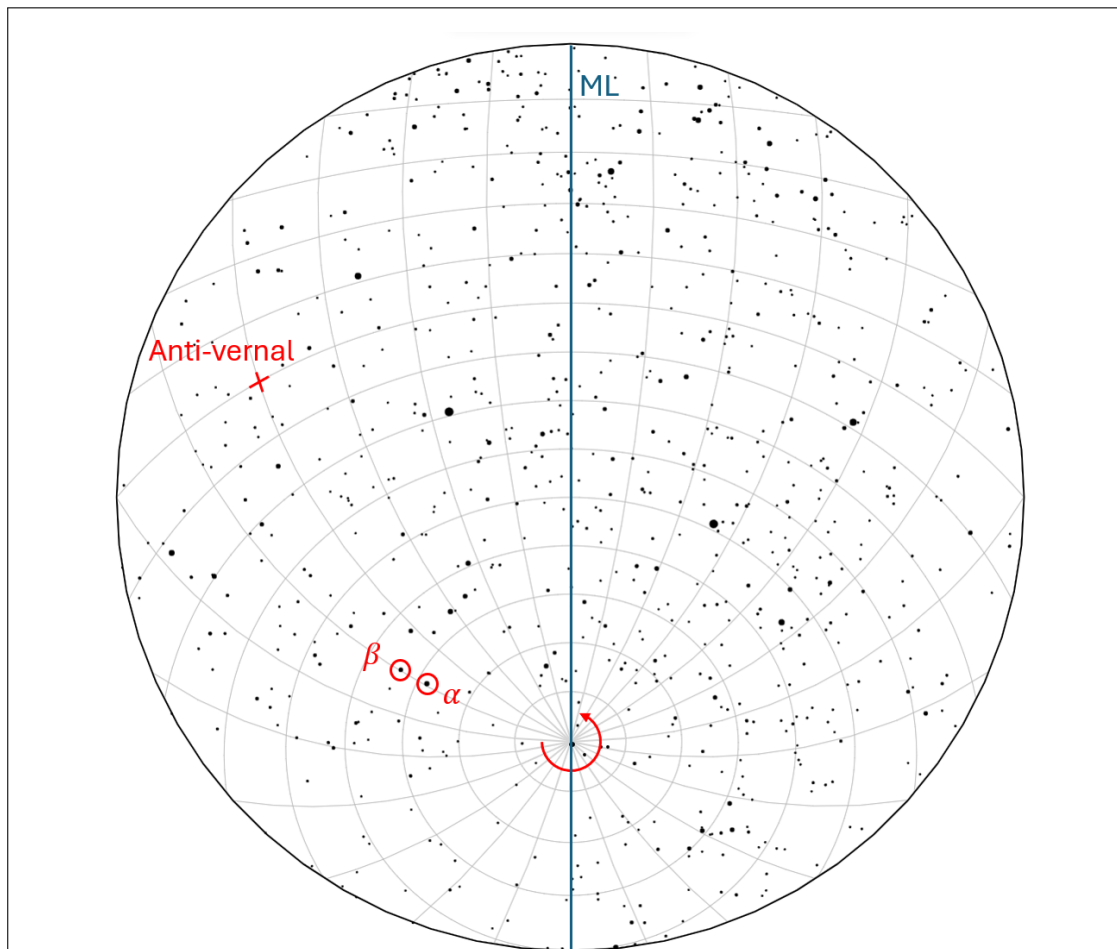
Ansioso como sempre, o Coelho Branco começou a alucinar. Ao avistar as estrelas girando ao redor de Polaris, imaginou um grande relógio celeste (com a orientação de um relógio comum), centrado em Polaris, e cujo ponteiro é a direção do meridiano de Dubhe e Merak:



**Obs:** A projeção na carta distorce os ângulos e os segmentos retos. Sendo assim, utilize a grade fornecida para o seu auxílio. Nela, os meridianos que partem do polo são espaçados por ângulos iguais (na esfera celeste).

- (e) Determine a relação entre o horário  $t'$ , marcado no relógio celeste, e o tempo sideral  $t_s$ .
- (f) O equinócio vernal ocorre no dia 21 de março. Supondo que o Sol tenha velocidade constante em ascensão reta, determine o dia em que o Sol estará no meridiano oposto a Dubhe e Merak.
- (g) Determine o horário solar  $t_{\odot}$ , em função de  $t'$  e do número  $n$  de meses (considere um mês com 30 dias) que se passaram desde a data encontrada no item anterior.
- (h) Considere que a observação tenha ocorrido no dia 21 de junho e que as Ilhas Baleares usem o horário espanhol (GMT +1), embora tenha longitude  $5^\circ$  leste. Sabendo que nessa data vale o horário de verão na Espanha (incluindo as Ilhas Baleares), qual é o tempo civil  $t$  da observação?

**Solução:**



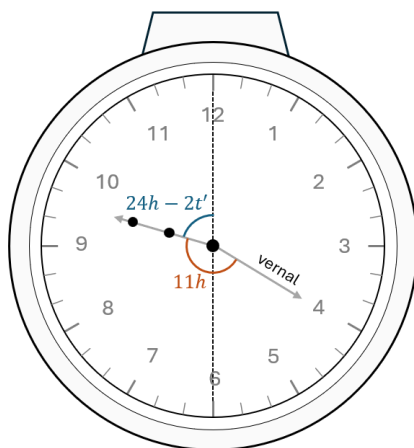
- (a) Como se trata do céu do hemisfério norte, ele gira no sentido anti-horário, conforme ilustrado acima.
- (b) O ponto anti-vernal está visível e traçado acima.
- (c) O meridiano local está traçado acima.
- (d) As estrelas estão circuladas acima.

**Errata:** Fornecida a grade equatorial na carta, a figura do relógio deveria ser meramente ilustrativa, ou seja, sem intuito de servir à medição do ângulo horário das estrelas. Contudo, deveria ter sido entregue a imagem de um relógio condizente com a carta, para todos os fins. Portanto, visando evitar penalizações injustas, os cálculos considerando a posição das estrelas de forma similar ao relógio igualmente pontuaram.

- (e) Há 24 meridianos partindo do Polo, logo os meridianos consecutivos são separados por ângulos de 1h. Como as estrelas estão um meridiano a oeste do ponto anti-vernal, a ascensão reta delas é de aproximadamente 11h

Observe, agora, a figura:





Perceba que, na marcação do relógio,  $360^\circ$  são equivalentes a 12h, não 24h. Por conta disso, é necessário o fator 2 multiplicando  $t'$ . Além disso, perceba que a soma das marcações é o ângulo que parte do meridiano local em direção oeste até o ponto vernal, ou seja, o tempo sideral:

$$t_S = 24h - 2t' + 11h$$

Como tratamos de tempo sideral, é indiferente somar ou subtrair múltiplos de 24h. Assim, podemos dizer que o tempo sideral é o seguinte ângulo, preferencialmente corrigido para o intervalo de 0 a 24h:

$$t_S = 11h - 2t'$$

- (f) No equinócio vernal, a ascensão reta solar é nula. Para que ela seja 23h (ou, equivalentemente, -1h), é necessário voltar no tempo um intervalo  $\Delta t$  (ou equivalentemente, avançar no tempo um ano menos a correção de  $\Delta t$ ):

$$\frac{\Delta t}{-1h} = \frac{365 \text{ dias}}{24h}$$

$$\Delta t \approx -15 \text{ dias}$$

Realizando essa subtração, resultamos no dia 6 de março.

- (g) Em um mês, o Sol terá andado:

$$\Delta\alpha = 30 \text{ dias} \cdot \frac{24h}{365 \text{ dias}}$$

$$\Delta\alpha = 2h/\text{mês}$$

O ângulo horário do Sol é dado por:

$$H_\odot = t_S - \alpha_\odot$$

$$H_{\odot} = 11\text{h} - 2t' - (23\text{h} + 2\text{h/mês} \cdot n)$$

$$H_{\odot} = -2t' - 2\text{h/mês} \cdot n - 12\text{h}$$

Já o tempo solar,

$$t_{\odot} = H_{\odot} + 12\text{h}$$

$$t_{\odot} = -2t' - 2\text{h/mês} \cdot n$$

Como estamos tratando de tempo solar, podemos adicionar ou subtrair múltiplos de 24h. Assim, o tempo solar é o valor, preferencialmente corrigido para o intervalo entre 0 e 24h:

$$t_{\odot} = 24\text{h} - 2t' - 2\text{h/mês} \cdot n$$

- (h) Entre 6 de março e 21 de junho, passaram-se 109 dias, ou 3,63 meses. Na carta, observamos que o meridiano local e o das estrelas distam cinco marcações, ou seja, formam um ângulo de  $75^{\circ}$  no sentido oeste. No relógio imaginário, o ponteiro lê 9h30. Assim, o tempo solar é:

$$t_{\odot} = 48\text{h} - 2 \cdot 9,5\text{h} - 2\text{h/mês} \cdot 3,63 \text{ meses}$$

$$t_{\odot} = 21\text{h}44\text{min}$$

Ainda, como o observador está  $10^{\circ}$  a oeste do fuso de referência, devemos somar 40m ao horário. Por fim, para contabilizar o horário de verão, devemos adicionar mais uma hora, finalizando:

$$t = 23\text{h}24\text{min}$$