



PROVA TEÓRICA P2
SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS
OLIMPÍADAS INTERNACIONAIS DE 2024

Instruções Gerais

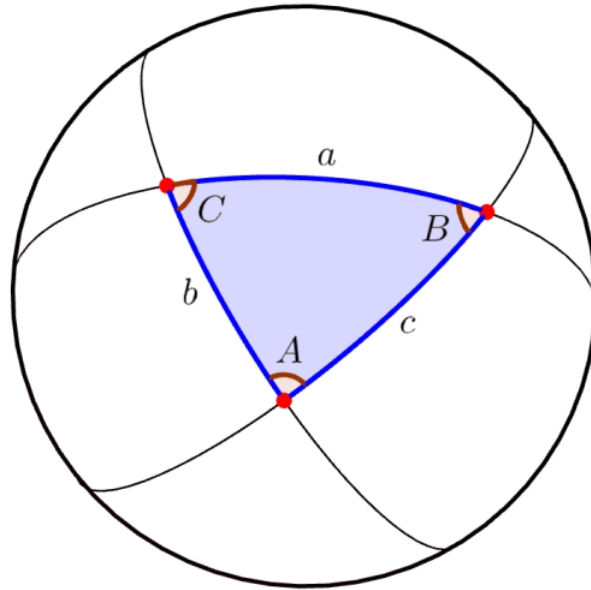
1. Identifique seu número de candidato(a) em **TODAS** as folhas de respostas. Não coloque mais nenhum meio de identificação pessoal;
2. Escreva o Número de cada Questão nas folhas de respostas;
3. Enumere as folhas de resposta em ordem crescente com o número das questões. A enumeração não deve reiniciar a cada questão;
4. Se não responder a uma questão, faça upload de uma folha escrito "em branco" e associe às questões correspondentes;
5. A duração da prova é de 3 horas e 30 minutos;
6. A prova é composta por 10 questões (totalizando 300 pontos);
7. A prova é individual e sem consultas;
8. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
9. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
10. Todo o desenvolvimento, cálculos e respostas das questões devem ser feitos nas folhas de respostas. Serão desconsideradas as respostas que requererem, mas não apresentarem, as devidas explicações e desenvolvimentos matemáticos.
11. Ao final da prova, devolva as somente as folhas utilizadas para resolução.
12. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada.

Tabela de Constantes

Massa (M_{\oplus})	$5,98 \cdot 10^{24}$ kg	Terra
Raio (R_{\oplus})	$6,38 \cdot 10^6$ m	
Aceleração da gravidade superficial (g_{\oplus})	$9,8$ m/s ²	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ}27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	23h 56min 04s	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22}$ kg	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6$ m	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8$ m	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74$ mag	
Massa (M_{\odot})	$1,99 \cdot 10^{30}$ kg	Sol
Raio (R_{\odot})	$6,96 \cdot 10^8$ m	
Luminosidade (L_{\odot})	$3,83 \cdot 10^{26}$ W	
Magnitude Absoluta (M_{\odot})	4,80 mag	
Magnitude Aparente (m_{\odot})	$-26,7$ mag	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 km s ⁻¹	
Distância ao Centro Galáctico	$8,5$ kpc	
Magnitude Absoluta na banda do visível (M_V)	0,582 mag	Vega
Índices de Cor ($U - B$) ₀ , ($B - V$) ₀ e ($V - I$) ₀	0	
Luminosidade na Banda U (L_U)	$1,48 \cdot 10^{27}$ W	
Luminosidade na Banda B (L_B)	$3,51 \cdot 10^{27}$ W	
Luminosidade na Banda V (L_V)	$2,19 \cdot 10^{27}$ W	
Luminosidade na Banda I (L_I)	$1,13 \cdot 10^{27}$ W	
Diâmetro da pupila humana	6 mm	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	+6 mag	
1 UA	$1,496 \cdot 10^{11}$ m	
1 pc	206 265 UA	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11}$ N · m ² · kg ⁻²	Constantes Físicas
Constante Universal dos Gases (R)	$8,314$ N · m · mol ⁻¹ · K ⁻¹	
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23}$ J · K ⁻¹	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8}$ W · m ⁻² · K ⁻⁴	
Constante de Deslocamento de Wien (b)	$2,90 \cdot 10^{-3}$ m · K	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8$ km · s ⁻¹ · Mpc ⁻¹	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^8$ m/s	
Massa do Próton	$1,67 \cdot 10^{-27}$ kg	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	656 nm	

Formulário

- Para um Triângulo Esférico:



Lei dos senos:

$$\frac{\text{sen}(a)}{\text{sen}(A)} = \frac{\text{sen}(b)}{\text{sen}(B)} = \frac{\text{sen}(c)}{\text{sen}(C)}$$

Lei dos cossenos:

$$\cos(a) = \cos(b) \cdot \cos(c) + \text{sen}(b) \cdot \text{sen}(c) \cdot \cos(A)$$

Lei dos quatro elementos:

$$\cot(b) \cdot \text{sen}(a) = \cot(B) \cdot \text{sen}(C) + \cos(a) \cdot \cos(C)$$

- Forma Polar da elipse (a partir do foco):

$$r(\theta) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos(\theta)}$$

- Forma Polar da elipse (a partir do centro):

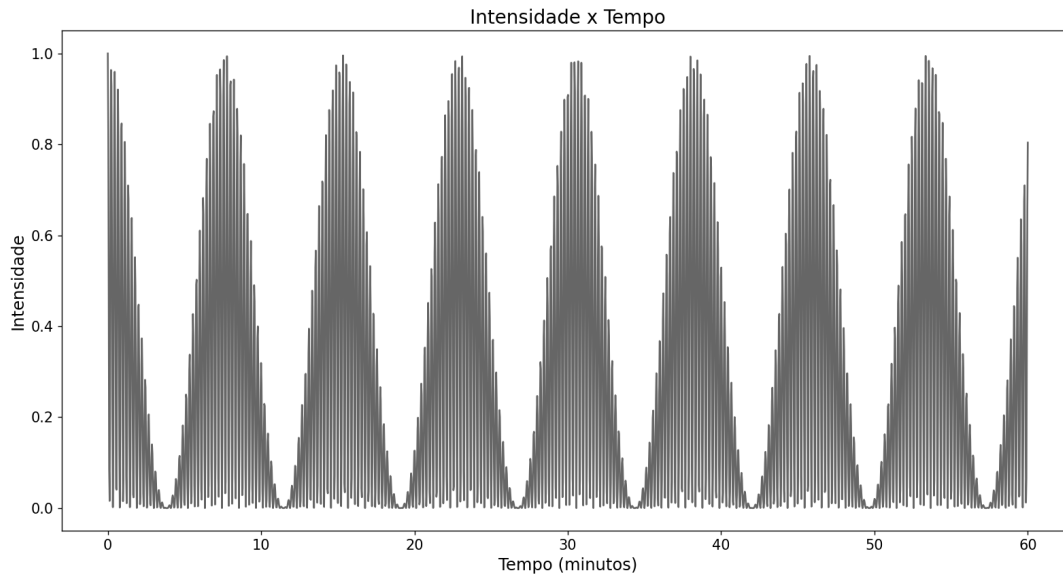
$$r = a(1 - e \cdot \cos E)$$

- Equação de Kepler :

$$M = E - e \cdot \text{sen}E$$

Questões Curtas

1. **Interferômetros (10 pontos)** Visando captar os sinais da estrela 3PYL-4U, Raul criou um receptor que coletava ondas eletromagnéticas emitidas por 3PYL-4U a partir de dois interferômetros distintos localizados sobre a superfície do equador terrestre. Devido a rotação da Terra e a separação entre as antenas, os sinais recebidos por Raul apresentavam uma diferença de fase, responsável pelo padrão de interferência que ele observava em seu laboratório. Sabendo que todas as observações foram feitas no rádio, $\lambda = 2$ km, e que o gráfico da intensidade dos sinais resultantes de 3PYL-4U, quando observados por Raul, em função do tempo, é dado por:



calcule a separação L entre os dois interferômetros. Considere que a estrela se localiza no equador celeste, que sua posição é fixa e que a distância entre os interferômetros é muito menor que o raio da Terra. Além disso, assuma que no instante inicial os interferômetros estavam equidistantes de 3PYL-4U.

Dado: Se necessário utilize que $\sin x \approx x$, para $x \ll 1$.

2. **Redshift Cosmológico como Efeito Doppler (10 pontos)** Para objetos próximos com velocidade de recessão $Hr \ll c$, a equação do efeito Doppler em primeira ordem nos dá $\lambda_o/\lambda_e = 1 + Hr/c$, onde λ_e é o comprimento de onda emitido pelo objeto, λ_o o comprimento de onda observado, r a distância própria até o objeto e $H = \dot{a}/a$ o parâmetro de Hubble. Neste problema, definimos o **fator de redshift** como sendo $R = \lambda_o/\lambda_e$. Para encontrar o seu valor para um objeto distante, podemos dividir o caminho da luz em muitos pedaços pequenos de forma que $H\Delta r \ll c$, onde Δr é o comprimento próprio de um segmento.

- (a) **(4 pontos)** Utilizando a equação do efeito Doppler em primeira ordem, mostre que para um segmento que é percorrido entre os tempos t e $t + \Delta t$, o fator de redshift entre seu ponto inicial e o seu ponto final é aproximadamente

$$R(t, t + \Delta t) \approx \exp\left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \Delta t\right)$$

Dado: Se necessário, utilize que $e^x \approx 1 + x$, para $x \ll 1$.

- (b) **(6 pontos)** A partir do resultado anterior, obtenha a fórmula usual do redshift cosmológico:

$$\frac{\lambda_o}{\lambda_e} = \frac{a_0}{a_e}$$

Onde normalmente definimos $a_0 = 1$.

Dado: Se necessário, utilize que

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = \ln\left(\frac{x}{x_0}\right)$$

3. Quantas galáxias? (10 pontos)

Wesley habita um universo curioso, que apesar de homogêneo e isotrópico, é muito diferente do nosso. Nele, a densidade numérica (quantidade por volume) de galáxias com magnitude absoluta entre M e $M + \Delta M$, onde $|\Delta M| \ll |M|$, pode ser representada por:

$$n(M, \Delta M) = \begin{cases} a \cdot 10^{M/5} \cdot \Delta M & \text{se } M_i \leq M \leq M_f \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Sabendo que o universo de Wesley é infinito em espaço e em tempo, que não tem curvatura e que nunca se expande nem se contrai, encontre a quantidade de galáxias, $N(m, \Delta m)$, com magnitude aparente entre m e $m + \Delta m$

Questões Médias

4. **Bandas e mais bandas (20 pontos)** Davi está vivendo altas aventuras na Universidade de São Paulo. Entre aulas, seminários com ganhadores do prêmio Nobel, e pesquisa, ele também arranhou tempo para fazer iniciação científica em espectroscopia de estrelas longínquas. Após tanto usar a Lei de Wien para achar a temperatura de astros, Davi pensou em fazer algo diferente para sair da rotina para calcular a temperatura de Acrux, sua estrela favorita. Em dados confiáveis, ele achou a magnitude aparente de Acrux em 4 filtros diferentes:

$$I = 0,51 \text{ mag}$$

$$V = 0,77 \text{ mag}$$

$$B = 0,53 \text{ mag}$$

$$U = 0,47 \text{ mag}$$

Além disso, de livros, ele obteve alguns coeficientes de extinção nos filtros B, U e I , referentes à direção em que Acrux está e, também, a magnitude absoluta de Acrux na banda V :

$$a_B = 1,27 \text{ mag/Kpc}$$

$$a_U = 1,57 \text{ mag/Kpc}$$

$$a_I = 0,87 \text{ mag/Kpc}$$

$$V_0 = -4,30 \text{ mag}$$

Dica: Utilize a seguinte relação:

$$E_{B-V} = \frac{A_V}{3,1} = \frac{a_V d}{3,1}$$

Onde $E_{B-V} = (B - V) - (B - V)_0$ se trata do excesso de cor para o índice de cor $(B - V)$.

- (6 pontos)** Qual seria a distância d de Acrux à Terra em parsecs que Davi encontrou?
- (4 pontos)** Quais seriam as magnitudes absolutas de cada banda restante B_0, U_0 e I_0 ?
- (6 pontos)** Sabendo de todos esses dados, quais seriam as luminosidades da estrela em cada filtro L_B, L_V, L_I e L_U ?

(d) **(4 pontos)** Considerando que os filtros tenham bandas que não tenham interseções e que fora deles o fluxo é desprezível, qual seria a temperatura da estrela? O diâmetro angular de Acrux é $\theta = 5,08 \cdot 10^{-4}$ arcsec.

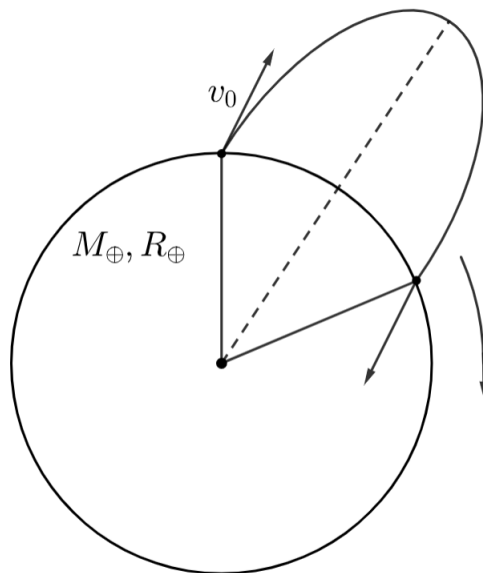
5. Naufrago (30 pontos) Eduardo estava em seu iate particular fazendo uma viagem de 50 dias sozinho em alto mar no hemisfério sul sem bússola, tentando se guiar apenas pelas estrelas, como modo de descansar em suas férias do ITA. Com seu drone, gravou vídeos incríveis da natureza intocada de ilhas remotas. Em determinado momento, ele cochilou e acordou com o som de sua embarcação se quebrando na beira de uma praia estranha. Ele imediatamente vê uma cabana abandonada e percebe que está em apuros.

(a) **(10 pontos)** Na cabana, Eduardo achou um velho almanaque astronômico em uma língua estranha. Tudo o que conseguiu perceber foi que estava escrita a variação do azimute do Sol naquela ilha ao longo de um ano ($\Delta A = 80,1^\circ$). Qual é a latitude de Eduardo?

(b) **(6 pontos)** Como Eduardo é um homem excêntrico e que viaja bastante, o seu relógio de pulso marca o Tempo Sideral de Greenwich, que ele acha mais conveniente. Por sorte, quando $TSG = 3h13min31s$, ele conseguiu observar o nascer de Sirius, estrela esta que ele sabe as coordenadas de cabeça ($\alpha = 06h45m09s, \delta = -16^\circ 42' 58''$). Qual é a longitude de Eduardo?

(c) **(14 pontos)** Sabendo onde estava, Eduardo sabia que agora poderia, de alguma forma, pedir ajuda. Comendo alguns cocos e conversando com sua bola de vôlei, Eduardo teve uma ideia genial: mandar o seu drone com um pedido de ajuda para um ponto sobre a superfície terrestre onde ele tinha visto a guarda costeira ($\phi = -54^\circ 57' 39'', \lambda = -67^\circ 22' 33''$). Considerando a direção norte com $A = 0^\circ$, para qual direção, em azimute, ele deve ser mandado?

6. A Terra é Oca! (40 pontos) Em um universo paralelo, a Terra é oca, de modo que sua massa superficial é $M = M_\oplus$, seu raio é $R = R_\oplus$ e sua velocidade angular de rotação é extremamente alta, com $\omega = 30\omega_\oplus$. Paulinho, residente desse universo que se situava no equador terrestre, decidiu um dia lançar um foguete de sua casa até a moradia de seu amigo Mychel, que também se localizava no equador terrestre. Sabe-se que, contando a partir do meridiano de Greenwich, a longitude de Paulinho é λ_P e a de Mychel λ_M , e que o foguete é lançado com velocidade v_0 no referencial do centro da Terra. Contudo, em seus cálculos, Paulinho esqueceu de considerar o movimento relativo de Mychel devido à rotação terrestre, que nesse universo, não era desprezível. Assim, seu modelo se tornou extremamente simplificado e falho. Sabendo disso, responda:



- (a) **(5 pontos)** Determine o semi-eixo maior a e a excentricidade e da órbita do foguete lançado por Paulinho assumindo que ele atingiria Mychel e ignorando a rotação da Terra. Deixe sua resposta em função de M_{\oplus} , R_{\oplus} , λ_P e λ_M e assuma que $a \geq R_{\oplus}$. Você pode deixar a expressão da excentricidade em função de a .
- (b) **(5 pontos)** Escreva uma expressão para o tempo t_0 que o foguete levaria para atingir Mychel, ignorando a rotação da Terra. Deixe sua resposta em função de a , e , M_{\oplus} , R_{\oplus} , λ_P e λ_M .

Devido a rotação terrestre, passado um intervalo de tempo $t = t_0$, Mychel terá se deslocado angularmente de $\alpha = \omega t_0$ em relação ao centro da Terra, de tal modo que ele não será atingido pelo foguete de Paulinho. Consequentemente, o foguete irá continuar em sua trajetória e passará a se mover ao longo do interior da Terra oca. Devido a isso, a sua órbita será precessionada periodicamente. Felizmente, para Paulinho, também como resultado da precessão do foguete, passado certo intervalo de tempo $t = t'$, a órbita do foguete irá inevitavelmente se intersectar com a localização geográfica de Mychel e, finalmente, o atingir. No item (c), você não precisa substituir os valores de a , e e t_0 encontrados anteriormente. Com base nisso:

- (c) **(14 pontos)** Escreva uma expressão para o ângulo $\Delta\varphi$ em que a órbita do foguete é precessionada a cada período de translação.
- (d) **(16 pontos)** Considerando $v_0 = 8$ km/s, $\lambda_P = 70^\circ$ e $\lambda_M = 160^\circ$, determine o valor do tempo $t = t'$, em horas, para que o foguete lançado por Paulinho atinja Mychel.

Questões Longas

7. **Manchas Solares (65 pontos)** As manchas solares são extremamente importantes para a astronomia e astrofísica, sendo cruciais para determinação de diversos parâmetros, dentre os quais se destacam a curva de velocidade angular do Sol. Como já é conhecido por diversos cientistas, a rotação do Sol não é constante e, portanto, varia dependendo da latitude. Nessa questão, proporemos um modelamento teórico simplificado para esse fenômeno e utilizaremos de manchas solares para a sua comprovação experimental. Todas as partes da questão são **independentes** entre si.

Parte A: Rotação Diferencial do Sol

Diversos modelos foram criados ao longo dos anos para modelar a rotação diferencial do Sol. Nessa parte da questão, assumiremos que o Sol é uma esfera de raio R e massa M , composta principalmente por gás ideal de massa molar μ , temperatura T no núcleo e densidade ρ . Devido à turbulência atmosférica, não podemos considerar que a superfície solar é equipotencial, tendo assim que recorrer à condições de equilíbrio hidrostático. Uma vez que o Sol está rotacionando, a equação de equilíbrio hidrostático também deve levar em conta a força centrífuga, de modo que:

$$\frac{\Delta P}{\Delta r} = -\rho g_{eff}$$

em que g_{eff} é a gravidade efetiva em um ponto de latitude φ .

- (a) **(5 pontos)** Mostre que, para baixos valores de ω , o valor de g_{eff} pode ser aproximado para:

$$g_{eff} \approx g_0 - \omega^2 r \cos^2 \varphi$$

em que r é a distância da partícula de prova até o centro do Sol, ω é a sua velocidade angular em uma latitude φ , e g_0 é o valor de sua gravidade em repouso.

Dado: Se necessário use que $(1+x)^n \approx 1+nx$ para $x \ll 1$. Você pode desprezar termos de ordem maior que ω^2 .

Para modelar a pressão interna do Sol, devemos contabilizar o termo devido ao gás ideal e à pressão magnética. Com isso, é importante calcular o campo magnético gerado devido a correntes no plasma solar. Para o que segue, assuma que a densidade de elétrons no Sol é dada por η_e e considere que o campo magnético em certa latitude φ é aproximado para a de um anel de raio $r_A = R \cos \varphi$, tal que:

$$B \approx \frac{\mu_0 I}{r_A} \approx \frac{\mu_0 \rho_e R^2 v_\varphi}{r_A}$$

em que v_φ é a velocidade dos elétrons na superfície da latitude φ e ρ_e é a densidade volumétrica de carga no plasma.

(b) **(3 pontos)** Demonstre, com base no que foi visto, que:

$$B \approx \mu_0 \eta_e e \omega R^2$$

Já a pressão magnética devido às correntes no plasma solar pode ser calculada pela seguinte fórmula:

$$P_M = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Perceba que P_M é proeminente principalmente na superfície solar, uma vez que o campo magnético na superfície é mais intenso do que no núcleo.

(c) **(14 pontos)** Assumindo que a pressão do gás ideal no núcleo do Sol seja bem maior que em sua superfície, $P \gg P_0$, e que toda a sua massa esteja concentrada em seu núcleo, mostre que, pela condição de equilíbrio hidrostático:

$$\omega \approx a + b \cos^2 \varphi$$

e encontre os valores das constantes positivas a e b . Pela expressão acima, podemos dizer que a velocidade angular do Sol aumenta ou diminui com a latitude?

Observação: Para fins de estimativa, use que:

$$\frac{\Delta P}{\Delta r} \approx -\frac{P - P_M}{R}$$

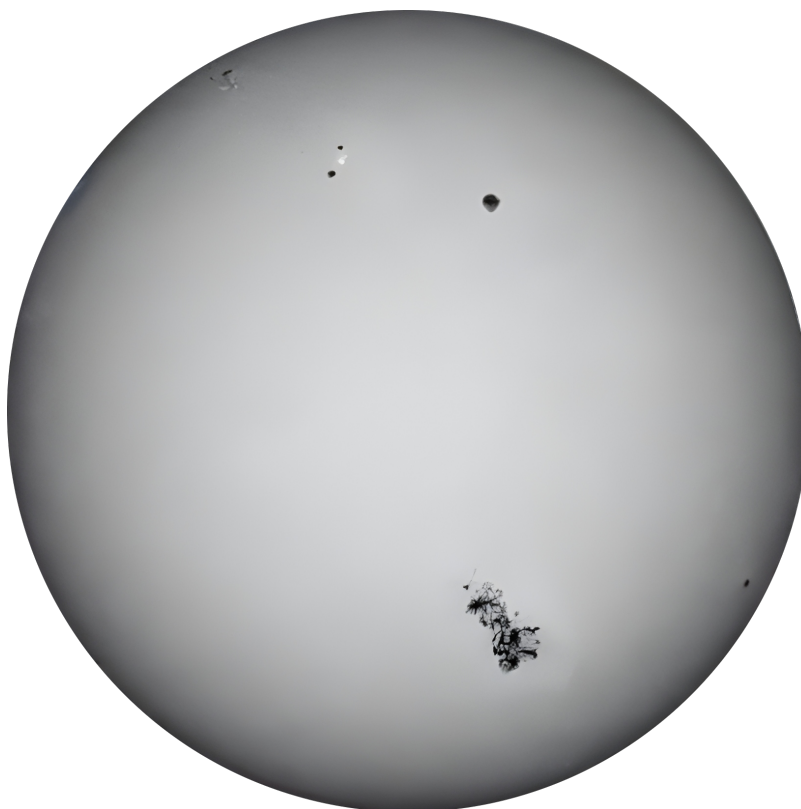
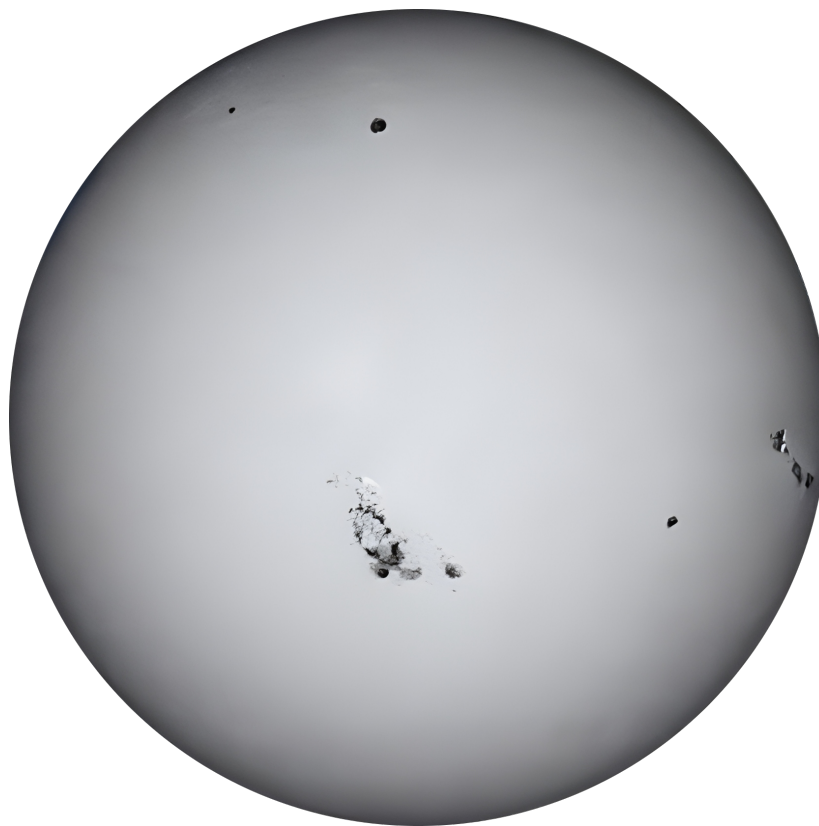
Assuma também que:

$$\rho \ll \mu_0 \eta_e^2 e^2 R^2$$

Dado: Se necessário, use que $(1 + x)^n \approx 1 + nx$ para $x \ll 1$.

Parte B: Mapeamento de Manchas Solares

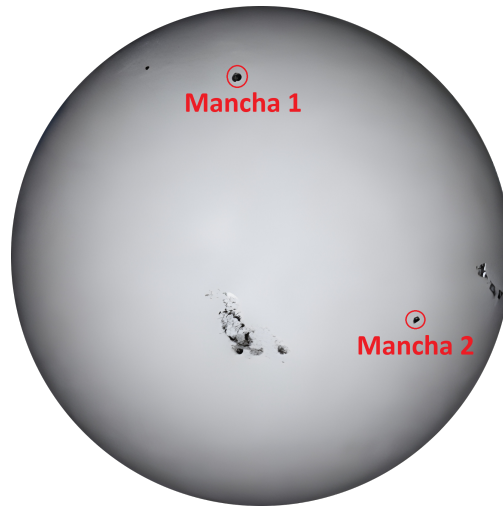
Para confirmarmos que os resultados anteriores realmente são um bom modelo para representar a velocidade angular do Sol em função da latitude, brinquemos um pouco. Veja as imagens abaixo do Sol com suas manchas solares em dois dias diferentes retiradas do banco de imagens da NASA:



- (d) **(7 pontos)** Nas imagens, desenhe o equador do Sol. Considere que a inclinação entre o equador do Sol e a eclíptica é nula.
- (e) **(3 pontos)** Com base no item anterior, desenhe, aproximadamente, onde se encontram os polos do Sol na imagem. Não é preciso especificar qual é o sul e qual é o norte. Não esqueça de, ao final da prova, escanear essa imagem também (e escaneie de forma que fique **bem** visível).

Agora, tentaremos encontrar a velocidade angular de rotação de uma dada latitude do Sol a partir das medidas que podemos fazer nas imagens. Suponha que uma dada mancha solar está a uma distância angular D do centro do Sol quando vista da Terra (**medida em raios angulares do Sol**), e que a inclinação do segmento que vai do centro do Sol até a mancha em relação ao equador solar é i .

- (f) **(8 pontos)** Encontre a expressão para a latitude φ da mancha, contada a partir do equador do Sol, e para distância angular θ entre a mancha e a Terra quando vista do centro do Sol. Deixe suas respostas em termos de D e i .
- (g) **(4 pontos)** A partir do item anterior, encontre uma expressão para a magnitude λ da distância angular entre a mancha e o meridiano que é perpendicular ao equador e passa pelo centro do Sol quando visto da Terra.
- (h) **(20 pontos)** As figuras da página anterior mostram duas imagens do Sol, separadas por um intervalo de tempo $\Delta t = 2$ dias. Utilize as manchas indicadas na figura a seguir para realizar suas medidas com a régua e calcule φ , λ_1 (primeira imagem) e λ_2 (segunda imagem) para elas utilizando as fórmulas dos itens anteriores. A partir dos resultados, calcule a velocidade angular em cada latitude e preencha a tabela a seguir, onde θ_{\odot} representa o raio angular do Sol (novamente, **não se esqueça de escaneá-la ao final da prova**). O resultado concorda com o modelo previsto na parte A dessa questão?



Mancha	$D_1(\theta_{\odot})$	$D_2(\theta_{\odot})$	$i_1(^{\circ})$	$i_2(^{\circ})$	$\lambda_1(^{\circ})$	$\lambda_2(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	$\omega(^{\circ}/\text{dia})$
1								
2								

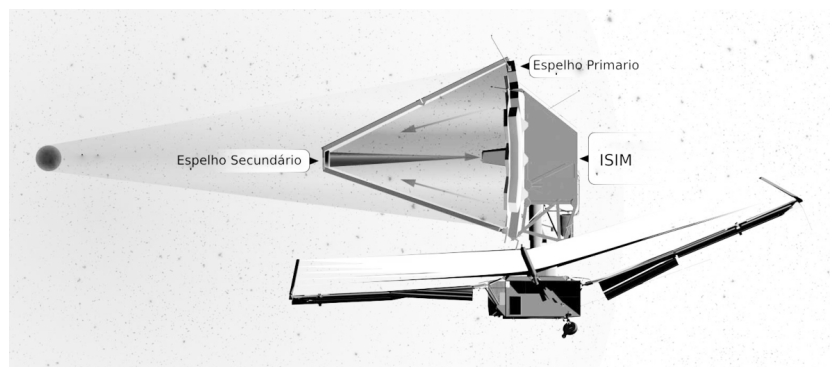
8. **James Webb Space Telescope (75 pontos)** Nessa questão, estudaremos as propriedades orbitais, ópticas e termodinâmicas do telescópio espacial James Webb (JWST), que foi lançado pela NASA em dezembro de 2021. Para o que segue, considere que o aparato está localizado no segundo ponto de Lagrange (L2), externo a órbita terrestre na linha que liga a Terra e o Sol, que a área efetiva de seu espelho primário é $A_m = 25 \text{ m}^2$ e que sua razão focal é $f/20$. Todas as partes da questão são **independentes** entre si.

Parte A: Parâmetros Orbitais

- (a) **(4 pontos)** Assumindo que o L2 é um dos pontos em que um satélite aparenta estar em repouso quando visto pela Terra, calcule a distância entre JWST e a Terra.
Dado: Se necessário use que $(1 + x)^n \approx 1 + nx$ para $x \ll 1$.
- (b) **(4 pontos)** Sabendo que o telescópio se movimenta ao redor do L2 em uma órbita circular de raio r , em que r é a menor distância para o que JWST não seja ocultado pelo cone da sombra terrestre, determine o valor numérico de r em km.

Parte B: Parâmetros Ópticos

Já agora, uma vez que sabemos que o telescópio não será ocultado pela Terra, estamos prontos para estudar a formação de imagens no James Webb Space Telescope e suas propriedades ópticas. Considere, para tanto, que o JWST é um telescópio do tipo Cassegrain, possuindo dois espelhos, sendo um primário, de formato parabólico e foco $f = 3,31972 \text{ m}$, e um secundário, de formato esférico, concavo, e raio $R = 0,37 \text{ m}$. Além disso, a distância entre os espelhos é dada por $d = 7,00 \text{ m}$. Abaixo, segue um esquema para a formação de imagens no telescópio.



Fonte: NASA. Formação de imagens no JWST.

- (c) **(15 pontos)** A partir da imagem acima, dos seus conhecimentos de óptica geométrica, e do que foi dito, determine o comprimento focal efetivo f_{ef} do JWST.
- (d) **(5 pontos)** Calcule também a magnitude limite no visível, o poder de resolução médio (em segundos de arco) e a escala de placa (em $''/\text{m}$) do James Webb Space Telescope. Considere que a refletividade dos espelhos do telescópio é de 98%.
- Dado:** O JWST opera entre os comprimentos de onda de 0.6 a 28.5 microns.

Considere agora as observações do JWST de uma estrela de temperatura $T = 3600 \text{ K}$, magnitude no visível $m = -2,91$ e magnitude absoluta no visível $M = -5,09$.

- (e) **(7 pontos)** Determine (i) se o telescópio conseguirá observar e distinguir a estrela. Calcule (ii) o raio da imagem da estrela no CCD. Por fim, considerando que o CCD não é resfriado e só pode perder calor por meio da radiação na parte superior de sua superfície, e apenas no local onde sua

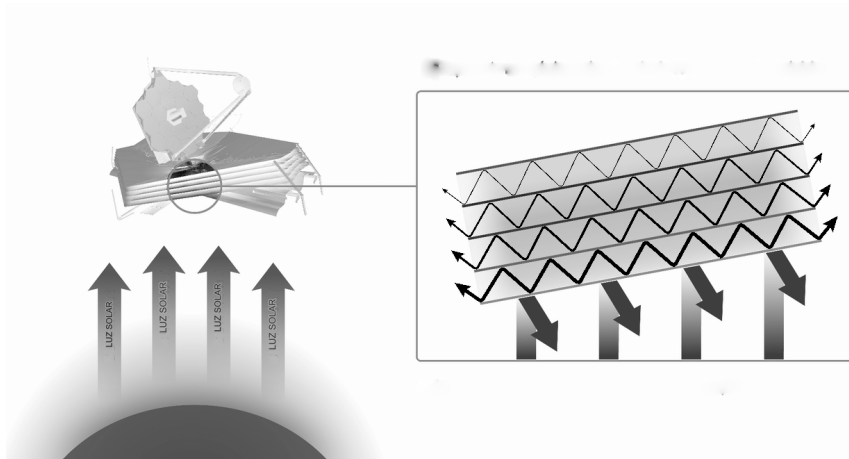
imagem é formada, obtenha (iii) a sua temperatura de equilíbrio. Considere o CCD como um corpo cinza de emissividade $\epsilon = 0,05$ e não se esqueça que a refletividade dos espelhos do JWST é de 98%.

Dado: Considere o comprimento de onda no visível como 600 nm.

Eventualmente, caso o cenário anterior fosse possível, e o JWST não fosse resfriado, o seu CCD seria danificado e, conseqüentemente, o telescópio não conseguiria realizar observações astronômicas.

Parte C: Parâmetros Termodinâmicos

Visando evitar hiperaquecimento, o JWST possui um sistema de resfriamento complexo que impede que o seu CCD seja danificado por altas temperaturas. Nessa parte da questão, tentaremos modelar esse sistema de uma forma simples, assumindo que ele seja composto por **5 placas idênticas mais o CCD, todos com a mesma área e paralelos entre si**. Assuma que a distância entre duas placas consecutivas ou entre a última placa e o CCD são pequenas o suficiente para desprezar a energia que escapa entre eles. Tanto as placas quanto o CCD possuem área S e emissividade ϵ . Suponha que a temperatura do espaço é desprezível e que as placas são finas com temperaturas iguais nas duas faces.



Fonte: Nasa. Sistema de Resfriamento do CCD do JWST

- (f) **(18 pontos)** Para nos prepararmos para resolver a questão, considere duas placas consecutivas, chamadas de A e B , ambas com área S e emissividade ϵ . Se a placa A está sendo mantida a uma temperatura T_A e a placa B está sendo mantida a uma temperatura T_B , prove que a energia total que flui por unidade de tempo da placa A para a placa B é dada por

$$Q_{AB} = \alpha(\epsilon)S\sigma(T_A^4 - T_B^4)$$

E encontre uma expressão para a constante α , que só depende de ϵ .

Dica: Lembre-se que um corpo com emissividade ϵ possui absorvidade ϵ e refletividade $1 - \epsilon$.

- (g) **(20 pontos)** Assuma que um fluxo F_0 vindo do Sol incida sobre a primeira placa após passar pelo aparato óptico do JWST. Escreva as equações de conservação de energia para o sistema das 5 placas e o CCD, chamando a temperatura da i -ésima placa de T_i ($i \in \{1,2,3,4,5\}$) e a temperatura do CCD de T_6 . A partir de seu sistema de equações, encontre uma expressão para T_6 em termos de F_0 , σ e ϵ . Caso você não tenha resolvido o item anterior, deixe sua resposta também em termos de α .
- (h) **(2 pontos)** Assumindo valores de $F_0 = 1360 \text{ W/m}^2$ e $\epsilon = 0,05$, calcule o valor numérico da temperatura do CCD do James Webb Space Telescope em Kelvin.