SELETIVA ONLINE
SIMULADO P1

Instruções Gerais

1. A duração da prova é de **duas** (2 horas).
2. A prova é composta por 20 questões (totalizando 20 pontos).
3. A prova é individual e sem consultas.
4. O uso de calculadoras é permitido desde que não sejam programáveis.

1. **(1 ponto)** MaiFel estava treinando o uso de telescópios para as seletivas 2025 junto com seu amigo Rama que també estava estudando para elas. Em um determinado momento, eles decidiram realizar um desafio onde um deles indicaria as coordenadas de uma estrela em algum sistema de coordenadas e o outro teria que apontar para a estrela no menor tempo possível. Qual o sistema de coordenadas mais indicado para informar a posição de uma estrela nessa situação e que possibilite o menor tempo para encontrá-la, sabendo que o telescópio não estava em uma montagem equatorial?

   (a) Geográficas

   (b) Equatoriais

   (c) Horizontais

   (d) Horárias

   (e) Galácticas

   Solução:

   Como o telescópio não está calibrado como equatorial, ou seja, seu eixo e escalas não estão alinhados com o sistema de coordenadas equatoriais, então o melhor sistema que poderia ser utilizado para indicar as coordenadas de uma estrela no céu, em uma situação em que ambos os observadores estão na mesma latitude é o sistema horizontal, ou alta-azimutal, uma vez que esse sistema utiliza como referência o zênite e pontos cardeais, que para eles serão os mesmos.

   Resposta: (c)

2. **(1 ponto)** Recentemente, um asteroide denominado 2024 PT5 foi detectado e está previsto para orbitar temporariamente a Terra, ganhando o apelido de "mini lua". Esse fenômeno ocorre quando um pequeno asteroide é capturado pela gravidade da Terra, entrando em uma órbita temporária ao redor do nosso planeta. O 2024 PT5 permanecerá nessa órbita entre 29 de setembro e 25 de novembro de 2024, retornando, então, para sua trajetória pelo espaço. Sabendo que a magnitude do 2024 PT5 é aproximadamente 23, qual seria o diâmetro mínimo da objetiva de um telescópio, em metros, necessário para observar essa mini lua?

   (a) 12 m

   (b) 13 m

   (c) 14 m

   (d) 15 m

   (e) 16 m

   Solução:

   A magnitude limite de um telescópio é obtida pela seguinte fórmula em função do diâmetro D em mm:

$$m_{lim} = 2,1 + 5\log(D)$$

$$m_{lim} - 2,1 = 5\log(D)$$

$$\frac{m_{lim} - 2,1}{5} = \log(D)$$

$$D = 10^{\frac{m_{lim}-2,1}{5}}$$

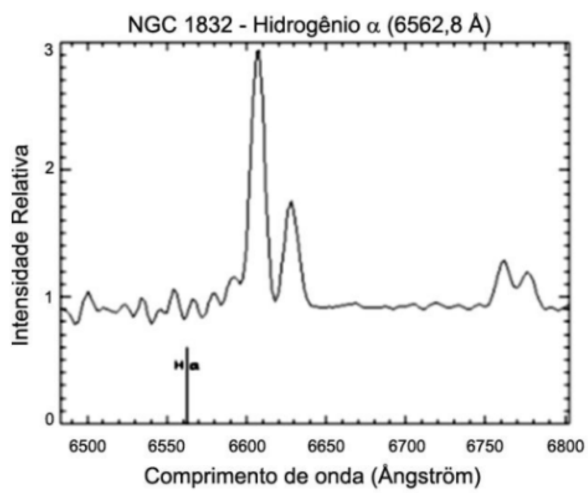
$$D \approx 15135 \text{ mm}$$

$$\boxed{D \approx 15,135 \text{ m}}$$

Dessa maneira, dentre as alternativas, o único diâmetro que possibilitaria observar a mini lua é o diâmetro igual a 16 metros.

Resposta: (e)

3. **(1 ponto)** Gustavinho está analisando o espectro da galáxia NGC 1832 com o objetivo de calcular sua distância da Terra. No entanto, ele encontra dificuldades para interpretar o gráfico, que mostra o espectro da galáxia próximo à linha de emissão Hα. Esta linha, a mais intensa no gráfico, corresponde a um comprimento de onda de repouso medido em laboratório, que vale $\lambda_{\text{Lab}} = 6562.8$ Å, conforme indicado na parte inferior do gráfico.



Com base nos dados apresentados e nos seus conhecimentos, selecione a alternativa que indica corretamente a distância da galáxia NGC 1832 até a Terra, em Mpc:

(a) $25,8$ Mpc

(b) $26,8$ Mpc

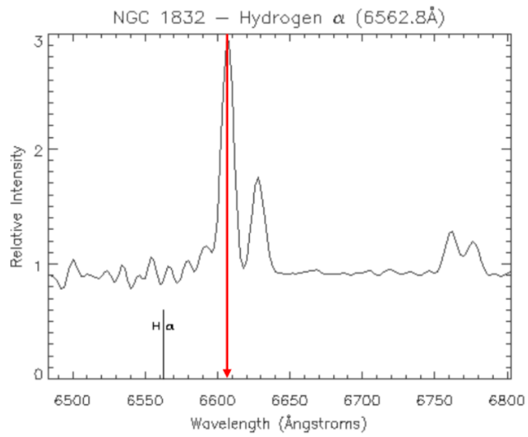
(c) $27,8$ Mpc

(d) $28,8$ Mpc

(e) $29,8$ Mpc

Solução:

A partir da análise do gráfico, determinamos que o comprimento de onda observado é $\lambda \approx 6607$ Å.



O desvio para o vermelho (redshift) pode ser calculado usando a fórmula:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_{\text{Lab}}}{\lambda_{\text{Lab}}}$$

$$z = \frac{6607 - 6562.8}{6562.8} \approx 6.7 \times 10^{-3}$$

Sabemos também que o redshift está relacionado à velocidade de recessão pela equação:

$$z = \frac{v}{c}$$

$$v = zc = 6.7 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{5} \text{ km/s}$$

$$v \approx 2020.5 \text{ km/s}$$

De acordo com a Lei de Hubble, a velocidade de recessão está relacionada com a distância pela fórmula:

$$v = H_0 d$$

$$2020.5 \text{ km/s} = 67.8 \text{ km/s/Mpc} \cdot d$$

Portanto, a distância da galáxia é:

$$\boxed{d \approx 29.8 \text{ Mpc}}$$

Resposta: (e)

4. **(1 ponto)** A fotometria é o ramo da astrofísica que nos permite relacionar a radiação eletromagnética com as características das estrelas no universo. Leis fundamentais como a de Stefan-Boltzmann e a de Wien desempenham um papel crucial nesse processo. Aiam é um estudante da seletiva online que decidiu aplicar seus conhecimentos na prática e foi estudar uma estrela específica com raio R e comprimento de onda correspondente ao pico de emissão λ. Qual dos seguintes comprimentos de onda λ está associado ao caso em que a estrela observada tem a maior luminosidade possível?

(a) 300nm

(b) 400nm

(c) 500nm

(d) 600nm

(e) 700nm

Solução:

A lei de Wien estabelece que, para um corpo negro com temperatura T e comprimento de onda associado ao pico de emissão λ:

$$\lambda \cdot T = b$$

Onde b é uma constante igual a $2,898 \cdot 10^{-3}\text{m} \cdot \text{K}$.

Além disso, a lei de Stefan-Boltzmann estabelece que a luminosidade L de uma estrela pode ser expressa em função de seu raio R e temperatura T:

$$L = 4\pi\sigma R^2 T^4$$

Onde σ é uma constante igual a $5,67 \times 10^{-8}\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$.

Relacionando as duas leis acima, chegamos à equação:

$$L = 4\pi\sigma R^2 \left(\frac{b}{\lambda}\right)^4$$

Portanto:

$$L \propto \lambda^{-4}$$

Assim, a maior luminosidade corresponde ao menor comprimento de onda.

Resposta: (a)

5. **(1 ponto)**

Durante o ciclo de vida de estrelas com massa semelhante à do Sol, um estágio importante envolve a formação de nebulosas planetárias e anãs brancas. Qual das alternativas abaixo descreve corretamente a relação entre esses dois fenômenos?

(a) As anãs brancas se formam diretamente a partir da explosão de supernovas, enquanto as nebulosas planetárias são criadas a partir do material expelido durante a fase de gigante vermelha de estrelas de alta massa.

(b) Nebulosas planetárias são formadas quando uma estrela semelhante ao Sol se expande para uma gigante vermelha e, em seguida, expulsa suas camadas externas, deixando para trás um núcleo quente que se torna uma anã branca

(c) Anãs brancas são o resultado da fusão nuclear de hidrogênio em hélio na fase de sequência principal, enquanto as nebulosas planetárias se formam a partir de estrelas que ainda estão em fase de queima de hidrogênio.

(d) A formação de uma nebulosa planetária ocorre apenas em estrelas de baixa massa, enquanto anãs brancas se formam a partir de estrelas de alta massa que colapsam após uma explosão de supernova.

(e) Tanto as anãs brancas quanto as nebulosas planetárias são produtos finais de estrelas de alta massa que evoluem diretamente para buracos negros.

Solução:

Resposta: (b) Nebulosas planetárias são formadas quando uma estrela semelhante ao Sol se expande para uma gigante vermelha e, em seguida, expulsa suas camadas externas, deixando para trás um núcleo quente que se torna uma anã branca.

6. **(1 ponto)**

A astrofotógrafa Meyriele decide tirar uma foto do trilho que as estrelas fazem no céu ao longo de um tempo usando a técnica de longa exposição. Nessa técnica, a câmera fica capturando a imagem por um longo período de tempo, de forma que o caminho das estrelas fica registrado. Se Meyriele tirou a foto acima no Hemisfério Sul, e o caminho das estrelas representa um deslocamento de aproximadamente 30°, é correto afirmar que:

(a) As estrelas se deslocam aproximadamente para cima ao longo de um tempo de exposição de 15 horas

(b) As estrelas se deslocam aproximadamente para baixo ao longo de um tempo de exposição de 2 horas

(c) As estrelas se deslocam aproximadamente para cima ao longo de um tempo de exposição de 2 horas

(d) As estrelas se deslocam aproximadamente para baixo ao longo de um tempo de exposição de 15 horas

(e) As estrelas se deslocam aproximadamente para cima ao longo de um tempo de exposição de 1 hora

Solução:

Resposta: (b) Se Meyriele está no hemisfério Sul, o Polo Celeste Elevado é o Polo Celeste Sul. Vemos as estrelas contornando um ponto aproximadamente a esquerda, portanto, a câmera está apontada para a direita do Polo Sul, onde fica o Oeste - região em que as estrelas se põem (descem).

Além disso, por regra de 3, podemos concluir que o tempo de espera para essa foto é de:

$\frac{360^\circ}{24h} = \frac{30^\circ}{x}$

x = 2 horas

7. **(1 ponto)** Gutts, um astrônomo do sertão brasileiro, observou que a posição de uma estrela, em

relação a uma galáxia muito distante, muda ao longo do tempo. Ele notou que, em um intervalo de 3 meses, a variação angular da posição dessa estrela é de 2 segundos de arco. Calcule a distância entre Gutts e a estrela em Unidades Astronômicas (UA).

(a) $1,03 \times 10^5$ UA

(b) $2,08 \times 10^5$ UA

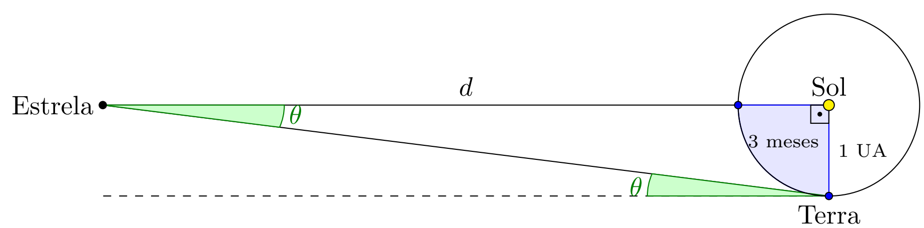
(c) $3,12 \times 10^5$ UA

(d) $4,08 \times 10^5$ UA

(e) $5,16 \times 10^5$ UA

Solução:

Observe a representação do problema:



Considerando o triângulo Sol-Estrela-Terra, temos:

$$\tan\theta = \frac{1\,U.A.}{d}$$

Utilizando radianos e aplicando a aproximação para pequenos ângulos:

$$\tan\theta = \frac{1\,U.A.}{d} \Leftrightarrow d = \frac{1\,U.A.}{\theta\,[RAD]}$$

Convertendo $2''$ em radianos e substituindo:

$$d = \frac{1\,U.A.}{\frac{2}{206265}\,[RAD]} \approx 1,03 \times 10^5\,UA$$

Resposta: (a)

8. **(1 ponto)** Calcule o ângulo, em graus, entre Mercúrio e a Terra quando Mercúrio se encontra na máxima elongação, considerando um observador no centro do Sol.
(Dados: Distância entre a Terra e o Sol: 1 UA; Distância entre Mercúrio e o Sol: 0.39 UA)

(a) 34°

(b) 43°

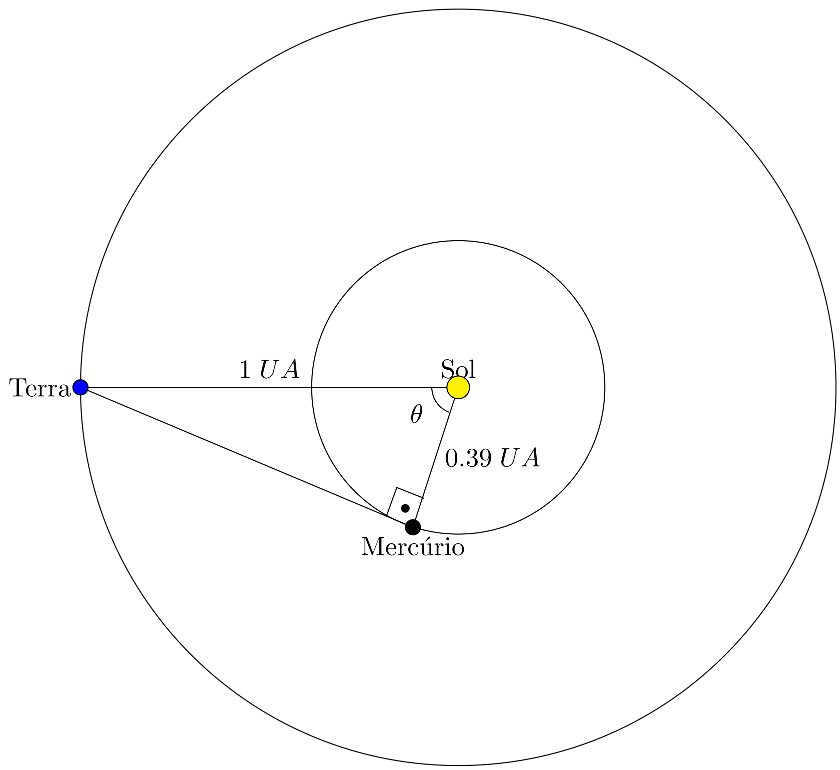
(c) 54°

(d) 67°

(e) 90°

Solução:

Observe a representação do problema:

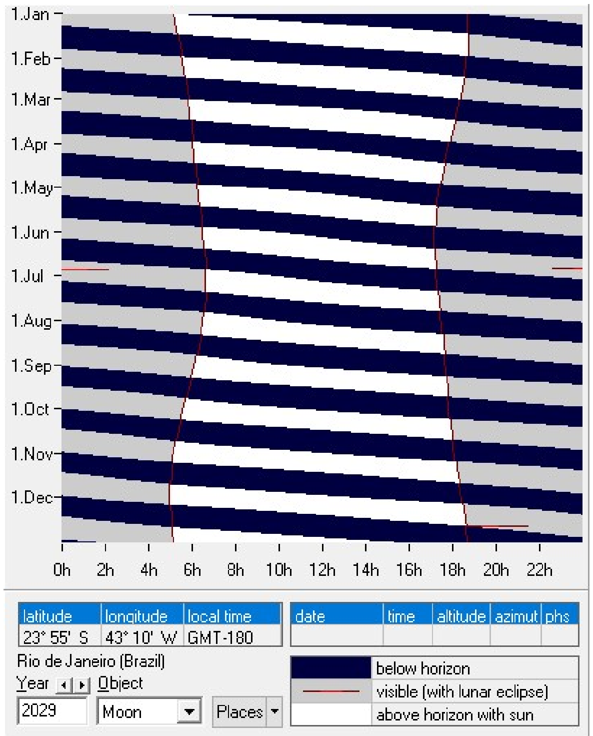


Pela geometria do problema:

$$\theta = \arccos\left(\frac{0.39}{1}\right) = 67^\circ$$

Resposta: (d)

9. **(1 ponto)** O gráfico a seguir apresenta a visibilidade diária da Lua, representada no eixo das abscissas, ao longo do ano de 2029, mostrado no eixo das ordenadas, na cidade do Rio de Janeiro, RJ.



No gráfico, a cor branca indica os momentos em que o astro está acima do horizonte junto com o Sol. Já o tom cinza representa quando a Lua está visível no céu. A faixa azul indica quando o astro está abaixo do horizonte, enquanto a linha vermelha marca o nascer e o pôr do Sol. Além disso, há pequenas marcações vermelhas dentro das faixas cinzas, que correspondem aos momentos em que ocorrem eclipses lunares.

Agora, avalie as afirmações a seguir e assinale a opção correta:

I. Entre os meses de junho e julho ocorreu o maior número de eclipses em um único mês.

II. Os eclipses desse ano ocorreram na mesma fase da Lua.

III. A alternância entre faixas brancas e azuis está relacionada aos ciclos da Lua.

IV. Além dos eclipses lunares, também existem os solares, que ocorrem sempre na fase de quarto crescente.

(a) As afirmações II, III e IV são verdadeiras.

(b) As afirmações I e IV são verdadeiras.

(c) Todas as afirmações são verdadeiras.

(d) As afirmações I, II e III são verdadeiras.

(e) As afirmações I e III são verdadeiras.

Solução:

I. Verdadeira. Entre 1º de junho e 1º de julho ocorreram dois eclipses, o maior número de eclipses em um mês neste ano.

> **II. Verdadeira**. Eclipses lunares ocorrem quando o Sol e a Lua estão em oposição no céu, portanto, acontecem durante a fase de Lua cheia.
>
> **III. Verdadeira**. A alternância entre as faixas brancas e azuis no gráfico está relacionada aos ciclos da Lua, conforme a Lua se move em sua órbita ao redor da Terra.
>
> **IV. Falsa**. Eclipses solares ocorrem quando o Sol e a Lua estão em conjunção no céu, isto é, durante a fase de Lua nova, e não em quarto crescente.
>
> **Resposta: (d)**

10. **(1 ponto)** Uma sonda foi enviada para estudar o cometa Halley, que orbita o Sol em uma trajetória elíptica. Em determinado momento, a sonda está no periélio e, depois de algum tempo, se encontra no afélio. A razão entre as distâncias no afélio e no periélio é 4:1, e a razão entre as velocidades é 1:2. Isso indica que:

    (a) A Segunda Lei de Kepler é violada, pois as áreas varridas não são iguais.

    (b) A sonda se move mais lentamente no afélio para compensar a maior distância, mantendo as áreas varridas constantes em tempos iguais.

    (c) A velocidade no afélio deveria ser maior para que a área varrida fosse proporcional à distância maior.

    (d) A velocidade no periélio deveria ser menor para que as áreas varridas fossem equivalentes às distâncias.

    (e) N.D.A.

> **Solução:**
>
> **Resposta: (b)** A segunda lei de Kepler é valida para qualquer ponto da órbita, fazendo com que a velocidade areolar (área varrida por unidade de tempo) seja consntane. No periélio, o vetor posição precisa varrer um ângulo maior do que no afélio para varrer a mesma área, portantanto, uma das implicações direata da Segunda Lei de Kepler é que quanto mais longe do ponto central, menos a velocidade.

11. **(1 ponto)** Em quanto variaria o período de Júpiter se sua massa repentinamente fosse diminuída a zero?

    Dados: A massa do Sol é 1048 vezes maior que a massa de Júpiter. E o semi eixo maior de Júpiter é de $5,2$ UA.

    (a) Aumento de 2,066 dias terrestres.

    (b) Diminuição de 8,255 dias terrestres.

    (c) Diminuição de 4,129 dias terrestres.

    (d) Aumento de 8,270 dias terrestres.

    (e) Diminuição de 2,065 dias terrestres.

> **Solução:**

Resposta: **(a)** O período inicial é de:

$$T_0 = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{G(M_\odot + M_J)}} \approx 3,7457 \cdot 10^8 \text{ s}$$

Já o período final é de:

$$T_F = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_\odot}} \approx 3,7475 \cdot 10^8 \text{ s}$$

Com isso, podemos fazer $\boxed{\Delta T = T_F - T_0 \approx 2,066 \text{ dias.}}$

12. **(1 ponto)** Além da representação polar de uma órbita, ela pode ser representada em coordenadas cartesianas ou em polares para as cordenadas x e y separadamente. Considere a órbita de um planeta com coordenadas:

$$x = B\cos\theta$$
$$y = A\,\mathrm{sen}\,\theta$$

Com A, B e θ constante, onde $A > B$.

Sabendo que a estrela, de massa M se encontra nas coordenadas $(0; -C)$, onde $C = \sqrt{A^2 - B^2}$, encontre a velocidade máxima do planeta em função de A, B, G e M.

(a) $v = \sqrt{\dfrac{GM(B + \sqrt{A^2 - B^2})^2}{AB^2}}$

(b) $v = \sqrt{\dfrac{GM(A + \sqrt{A^2 - B^2})^2}{AB^2}}$

(c) $v = \sqrt{\dfrac{GM(A + \sqrt{A^2 - B^2})^2}{A^2B}}$

(d) $v = \sqrt{\dfrac{GM(A + B)^2}{A^2B}}$

(e) $v = \sqrt{\dfrac{GM(A^2 + B^2)}{AB^2}}$

Solução:

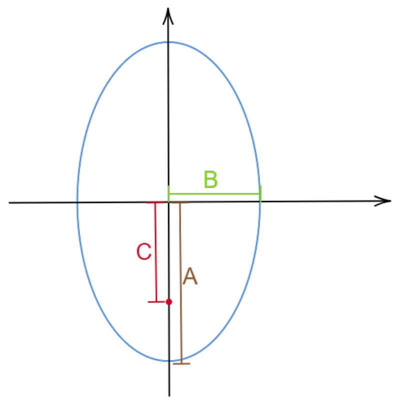
Para encontrar a expressão da órbita em uma relação de x para y, é preciso desenvolver as expressões dadas para chegar no formato de uma função de y por x:

$$\cos^2\theta = \left(\frac{x}{B}\right)^2$$
$$\mathrm{sen}^2\,\theta = \left(\frac{y}{A}\right)^2$$

Somando as duas expressões:

$$\left(\frac{x}{B}\right)^2 + \left(\frac{y}{A}\right)^2 = 1$$

Essa expressão é a representação em coordenadas cartesianas de uma elipse com eixo maior no eixo das ordenadas e centro em $(0;0)$. Representando a situação da órbita com a estrela:



Como a energia mecânica de uma órbita elíptica é;

$$E = -\frac{GMm}{2A}$$

Além disso, a energia mecânica é a soma da energia cinética mais a pontencial e a energia cinética será máxima no periélio, a velocidade máxima será:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{A-C} = -\frac{GMm}{2A}$$

$$\frac{mv^2}{2} = GMm\left(\frac{2A - A + C}{2A(A-C)}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{GM(A+\sqrt{A^2-B^2})^2}{AB^2}}$$

Resposta: (b)

13. **(1 ponto)** Durante uma campanha de observação no telescópio ALMA, Bomi está estudando galáxias muito distantes para medir suas velocidades de recessão e calcular o redshift de cada uma. Ele observam duas galáxias, a Galáxia A e a Galáxia B. A Galáxia A tem uma linha de emissão que normalmente está centrada em $\lambda_0 = 500.7\,\text{nm}$, mas foi observada com um comprimento de onda $\lambda_{\text{obs}} = 510.7\,\text{nm}$. A Galáxia B tem a mesma linha de emissão observada em $\lambda_{\text{obs}} = 520.7\,\text{nm}$.

O redshift, z, é calculado pela fórmula:

$$z = \frac{\lambda_{\text{obs}} - \lambda_0}{\lambda_0}.$$

Bomi quer determinar a razão das velocidades de recessão das duas galáxias. Sabendo que a velocidade de recessão v está relacionada ao redshift pela equação $v = c \cdot z$, onde c é a velocidade da luz ($c \approx 3 \times 10^8$ m/s), determine a razão $\frac{v_A}{v_B}$ das velocidades de recessão das entre as galáxias A e B.

(a) $\frac{v_A}{v_B} = 0.25$

(b) $\frac{v_A}{v_B} = 0.50$

(c) $\frac{v_A}{v_B} = 1.00$

(d) $\frac{v_A}{v_B} = 1.25$

(e) $\frac{v_A}{v_B} = 2.00$

Solução:

Primeiro, vamos calcular o redshift z_A para a Galáxia A:

$$z_A = \frac{510.7\,\text{nm} - 500.7\,\text{nm}}{500.7\,\text{nm}} = \frac{10.0}{500.7} \approx 0.01997.$$

Agora, calculamos o redshift z_B para a Galáxia B:

$$z_B = \frac{520.7\,\text{nm} - 500.7\,\text{nm}}{500.7\,\text{nm}} = \frac{20.0}{500.7} \approx 0.03995.$$

As velocidades de recessão das galáxias são proporcionais aos seus redshifts:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{z_A}{z_B} = \frac{0.01997}{0.03995} \approx 0.500.$$

Portanto, a razão entre as velocidades de recessão é 0.50.

Resposta: (b)

14. **(1 ponto)** Uma estrela de massa $M = 3M_\odot$ e raio $R = 2R_\odot$ está sendo estudada para determinar sua densidade central aproximada.No entanto, a densidade central, ρ_c, é geralmente maior do que a densidade média. Um modelo simples para a distribuição da densidade de uma estrela sugere que a densidade central pode ser aproximadamente o dobro da densidade média. Baseado nisso calcule a densidade central ρ_c da estrela em questão. ($M_\odot = 1.99 \times 10^{30}$ kg e $R_\odot = 6.96 \times 10^8$ m)

(a) $0,86$ g/cm^3

(b) $0,91$ g/cm^3

(c) $1,06$ g/cm^3

(d) $1,17$ g/cm^3

(e) $1,37$ g/cm^3

Solução:

Primeiro, calculamos a densidade média da estrela usando a fórmula:

$$\rho_{\text{média}} = \frac{3M}{4\pi R^3}.$$

Substituímos os valores fornecidos:

$$\rho_{\text{média}} = \frac{3 \times 3 \times 1.99 \times 10^{30}}{4\pi(2 \times 6.96 \times 10^{8})^{3}} = 528,4\ kg/m^{3}$$

Agora, usando a relação $\rho_c \approx 2\rho_{\text{média}}$, podemos encontrar a densidade central $\rho_c = 528,4 \cdot 2 = 1056,8\ kg/m^3 = 1,0568 g/cm^3$.

Resposta: (c)

15. **(1 ponto)** Gmail e Maxneutro estão investigando duas estrelas, a Estrela X e a Estrela Y, cujas magnitudes aparentes são $m_X = 8.0$ e $m_Y = 11.0$, respectivamente. Eles sabem que a Estrela X está a uma distância de 500 parcecs da Terra, enquanto a Estrela Y está a uma distância de 2000 parcecs. Foi descoberto por Gmail também que a Estrela Y está localizada em uma região do espaço com absorção interestelar significativa, que obscurece sua luz em 2 mag/kpc devido ao meio interestelar. Dado os dados coletados por nossos dois astrônomos marque o item falso:

    (a) A Estrela Y é aproximadamente 40 vezes mais luminosa que a Estrela X.

    (b) A Estrela Y é intrinsecamente mais brilhante, mas obscurecida.

    (c) A diferença de magnitude absoluta é de 4, e a diferença de magnitude aparente é 3, aproximadamente.

    (d) A absorção interestelar não afeta a luminosidade intrínseca das estrelas.

    (e) Caso o efeito da extinção não fosse considerado os astrônomos substimariam a distância da estrela Y.

Solução:

Note que pela extinção interestelar temos que a magnitude aparente da estrela Y seria $11 - 2 \cdot 2000/1000 = 7$, ao olhar a fórmula que relaciona a distância com a magnitude aparente e absoluta:

$$5 \log\left(\frac{d}{10}\right) = m - M,$$

Temos que quanto maior a magnitude aparente maior a distância até a estrela, logo ao ignorar o efeito da extinção estelar os astrônomos utilizariam o valor de 11 para m ao invés de 7 e portanto superestimariam a distância até Y.

Resposta: (e)

16. **(1 ponto)** Ao longo da história, diversas culturas tinham diferentes mitos sobre o céu e as estrelas. Cada povo, observa o céu de uma maneira distinta, enxergando diferentes constelações e asterismos. Na figura abaixo, está o asterismo da constelação do Homem Velho, típica da cultura Tupi-Guarani.

Obsrvando a imagem, assinale a alternativa que contém o nome de uma das 88 constelações oficiais (de acordo com a UAI) que compõe o asterismo do homem velho.

(a) Cruzeiro do Sul

(b) Touro

(c) Ursa Maior

(d) Cassiopeia

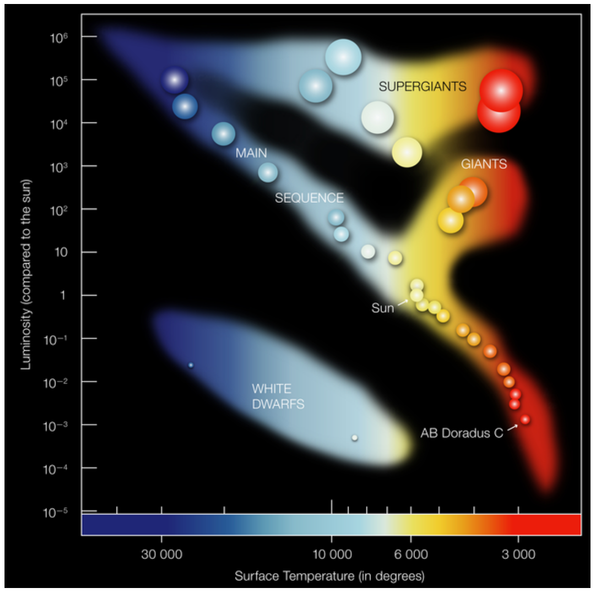
(e) Centauro

Solução:

Resposta: (b) Touro

17. **(1 ponto)** Existem diferentes tipos de estrelas, como as Anãs Brancas, Gigantes Vermelhas

ou estrelas que estão na Sequência Principal. Estrelas de um mesmo tipo possuem algumas características semelhantes, como a relação entre sua luminosidade e temperatura. Essa relação e a separação de estrelas podem ser observadas em um diagrama HR, como o representado a seguir:



A partir das informações fornecidas pelo diagrama e de seus conhecimentos, julgue as afirmações a seguir e marque a alternativa correta:

I. Anãs brancas sempre são mais quentes que supergigantes vermelhas.

II. Existem estrelas da sequência principal em praticamente todos os intervalos de temperatura ou luminosidade mostrados no diagrama.

III. Supergigantes vermelhas sempre são mais brilhantes no céu do que anãs brancas.

IV. Estrelas na sequência principal são, em geral, mais estáveis e utilizam a fusão de hidrogênio em hélio para gerar energia.

V. Em uma mesma faixa de temperatura, supergigantes gigantes vermelhas são o tipo de estrelas mais luminosas.

(a) Apenas as afirmações IV e V são incorretas.

(b) Apenas as afirmações I e IV são corretas.

(c) Todas as afirmações são corretas.

(d) Apenas as afirmações I e III são incorretas.

(e) Apenas a afirmação I é incorreta.

Solução:

I. **Falsa**. Analisando o diagrama HR mostrado, pode-se observar que as anãs brancas têm temperaturas que variam de aproximadamente 6000 K até valores muito elevados, em torno de 30000 K. Portanto, algumas anãs brancas possuem temperaturas inferiores a determinadas supergigantes, uma vez que a temperatura dessas estrelas pode ultrapassar os 10000 K.

II. **Verdadeira**. Estrelas da sequência principal variam em temperatura e luminosidade, e, no diagrama HR, é mostrado que essas estrelas vão de temperaturas menores que 3000 K até mais de 30000 K. A luminosidade, por sua vez, varia de $10^{-4}L_\odot$ até $10^6L_\odot$. Portanto, existem estrelas da sequência principal em praticamente todos os intervalos de temperatura e luminosidade representados no diagrama.

III. **Falsa**. No diagrama HR, supergigantes vermelhas são mais luminosas do que as anãs brancas, mas isso não significa que elas sempre sejam mais brilhantes no céu. A luminosidade intrínseca (potência total emitida) não determina diretamente o brilho aparente de uma estrela no céu, que depende também da distância da estrela à Terra. Muitas anãs brancas podem parecer mais brilhantes no céu por estarem muito mais próximas do que supergigantes distantes.

IV. **Verdadeira**. Estrelas na sequência principal estão em uma fase estável de suas vidas, onde a fusão de hidrogênio em hélio no núcleo fornece energia suficiente para manter o equilíbrio hidrostático. Esta é a fase mais longa na vida de uma estrela.

V. **Verdadeira**. Em uma mesma faixa de temperatura, supergigantes vermelhas são o tipo de estrelas mais luminosas, devido à sua maior massa e tamanho.

Resposta: (d)

18. **(1 ponto)** A relação Massa-Luminosidade permite que os astronômos e astrofísicos façam importantes estimativas sobre o tempo que determinadas estrelas permanecerão na sequência principal. Usando a relação Massa-Luminosidade, determine o tempo que uma estrela de 100 $M_\odot$ (massas solares) permanecerá na sequência principal. Utilize que $L \propto M^3$ e que o Sol permanece na sequência principal $t_\odot \approx 10^{10}$ anos.

Dica: A luminosidade é inversamente proporcional ao tempo: $L \propto \frac{1}{t}$.

(a) 10 anos

(b) 100 anos

(c) 1.000 anos

(d) 10.000 anos

(e) 100.000 anos

Solução:

Utilizando a relação Massa-Luminosidade, a razão entre a luminosidade do Sol e de uma estrela pode ser escrita como:

$$\frac{L_\odot}{L} = \frac{M_\odot^3}{M^3}$$

Como a luminosidade é inversamente proporcional ao tempo da estrela na sequência principal:

$$\frac{t}{t_\odot} = \left(\frac{M_\odot}{M}\right)^3$$

$$t = t_\odot \left(\frac{M_\odot}{M}\right)^3 = 10^{10} \left(\frac{1}{100}\right)^3 = 10.000 \text{ anos}$$

Resposta: (d) 10.000 anos

19. **(1 ponto)** Durante sua volta ao mundo para divulgar os resultados de sua pesquisa, o cientista Geométrico se deparou com um fenômeno muito interessante. A duração do dia, determinada pelo intervalo de tempo entre o nascer e pôr do Sol, era diferente para cada localidade e época. Determinado a encontrar uma resposta para esse fenômeno, ele decidiu aplicar seus conhecimentos e encontrar a duração do dia, em 10 de outubro, para a cidade de Kathmandu, Nepal, a qual cediou a 3ª edição da IOAA Jr. Com essas informação, determine e assinale a alternativa que contém a duração do dia para Kathmandu nessa data.

Dados:

- Declinação do Sol em 10/10: $\delta_\odot = -6°25'$
- Latitude de Kathmandu: $\phi = +27°42'$

Dica: A seguinte relação da trigonometria esférica pode ser útil:

$$\operatorname{sen} h = \operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}\delta + \cos\phi\cos\delta\cos H$$

onde H representa o ângulo horário de um astro e h sua altura na esfera celeste.

(a) $t \approx$ 5h 46min

(b) $t \approx$ 14h 22min

(c) $t \approx$ 18h 37min

(d) $t \approx$ 11h 33min

(e) $t \approx$ 2h 49min

Solução:

Utilizando a equação que relaciona o ângulo horário e altura:

$$\operatorname{sen} h = \operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}\delta + \cos\phi\cos\delta\cos H$$

No momento do ocaso, a altura do Sol é $h_\odot = 0°$. Assim,

$$0 = \operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}\delta + \cos\phi\cos\delta\cos H$$

$$-\operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}\delta = \cos\phi\cos\delta\cos H$$

$$-\tan\phi\tan\delta = \cos H$$

$$H = \cos^{-1}(-\tan\phi\tan\delta)$$

Sabe-se que o ângulo horário é medido a partir do meridiano local, logo, o tempo que o astro passa acima do horizonte é duas vezes o ângulo horário ($t = 2H$). Dessa forma,

$$t = 2\cos^{-1}(-\tan\phi\tan\delta)$$

Substituindo os valores:

$$t = 11\text{h } 32\text{min } 55\text{s} \approx 11\text{h } 33\text{min}$$

Resposta: (d) $t \approx 11\text{h } 33\text{min}$

20. **(1 ponto)** No estudo da astronomia, a determinação de distâncias é uma tarefa complexa, porém fundamental. Dentre as técnicas existentes para realizar essa tarefa, a determinação do *redshift* é uma das técnicas mais utilizadas para determinar a distância até galáxias e aglomerados de galáxias, por exemplo. Sabendo uma galáxia, dentro de um aglomerado de galáxias, possui um *redshift* $z = 0.925$, determine a distância aproximada entre a Terra e o aglomerado de galáxias.

Dados:

- Constante de Hubble: $H_0 = 72,0$ km s^{-1}Mpc^{-1}
- Velocidade da Luz: $c = 3,00 \times 10^8$ m/s

Dica: A equação do *redshift* relativístico pode ser útil:

$$\frac{v}{c} = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$$

(a) 1200 Mpc

(b) 2400 Mpc

(c) 2400 Gpc

(d) 1200 Gpc

(e) 1720 Mpc

Solução:

Utilizando a expressão do redshift relativístico:

$$\frac{v}{c} = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$$

$$v = 1,72 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Agora que a velocidade de afastamento entre a galáxia e a Terra é conhecida, podemos aplicar a Lei de Hubble e determinar a distância até o astro.

$$v = H_0 d$$

$$d = \frac{v}{H_0} = \frac{1,72 \times 10^5}{72} = 2388,9 \approx 2400 \text{ Mpc}$$

Resposta: (b) 2400 Mpc