Olimpíada Brasileira Online de Física

2ª Fase - 01 e 02 de novembro de 2024

Nome: ______________________________

Série: ______________________________

Nível EFP
Ensino Médio
3ª série

Instruções de Prova

I. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos dos **3ª série do nível médio.** Ela contém **10** questões.

II. A duração máxima desta prova é de **quatro horas**.

III. A prova deve ser feita individualmente e não é permitido falar sobre a solução das questões durante o período de aplicação da prova **dias 01 e 02 de novembro**.

IV. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: $\pi = 3,0$; $\sqrt{2} = 1,4$; $\sqrt{3} = 1,7$; $\sqrt{5} = 2,2$; $\sin 30° = 0,50$; $\cos 30° = 0,85$; $\sin 45° = \cos 45° = 0,70$; aceleração gravitacional na superfície da terra $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$; calor específico da água líquida $c_a = 1\,\mathrm{cal/(g\,°C)}$; calor latente de fusão do gelo $L = 80\,\mathrm{cal/g}$; $1\,\mathrm{cal} = 4,2\,\mathrm{J}$; densidade da água líquida $\rho = 1,0\,\mathrm{g/cm^3}$.

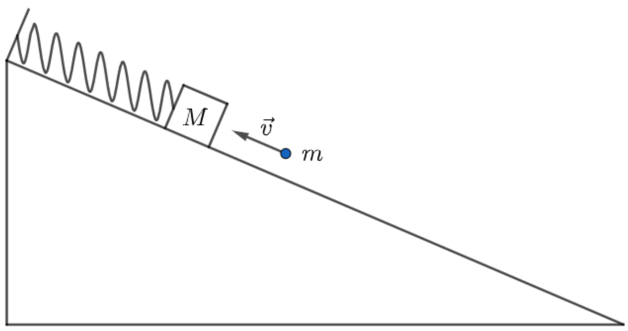
Apoio:

Curiosidades:

Elisa Frota Pessoa, nascida Elisa Esther Habbema de Maia (Rio de Janeiro, 17 de janeiro de 1921 — Rio de Janeiro, 28 de dezembro de 2018) foi uma física experimental brasileira. Pioneira da ciência no Brasil, foi uma das fundadoras do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF). Elisa também foi uma das primeiras mulheres a se formar em física no Brasil, em 1942. Destacou-se pelos seus estudos de radioatividade com emulsões nucleares; reações e desintegrações de mésons-K e π em emulsões nucleares; e reações de prótons e dêuterons com núcleos de massas médias

---

Questão 1. Certo dia, Akira estava muito entediado e decidiu calcular o coeficiente de atrito de um plano inclinado de uma maneira diferente. Para isso, ele lançou uma pequena bola de massa m na direção de um bloco de massa M, provocando uma colisão parcialmente elástica, com coeficiente de restituição e, conforme mostra a figura. A bola colide com o bloco com velocidade v. O bloco, que está conectado a uma mola ideal de comprimento relaxado nulo, começa a oscilar até parar na posição $L = \dfrac{mg}{k}$. Determine o coeficiente de atrito μ.



Solução:

Conservando a quantidade de movimento durante a colisão:

$$mv = Mv_M + mv_m$$

Pelo coeficiente de restituição:

$$\frac{v_M - v_m}{v} = e$$

Com isso, podemos encontrar que

$$v_M = \frac{m(1+e)}{M+m} v$$

Pelo teorema da energia cinética:

$$-F_{at} d = -\left(\frac{1}{2} m v_M^2 + mg\Delta y\right)$$

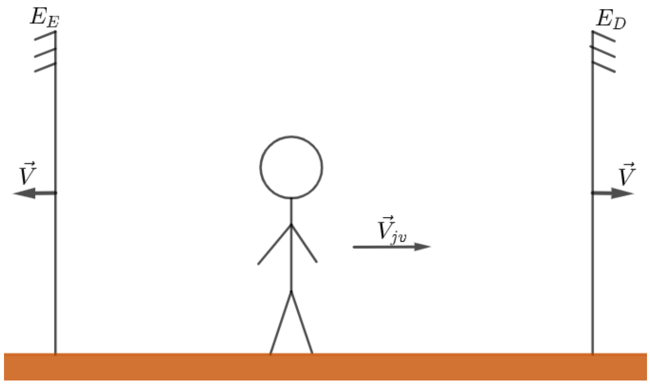
$$\mu g \cos\theta d = \frac{1}{2} v_M^2 + g(L - x_0)\sin\theta$$

Assim, encontramos:

$$\boxed{\mu = \frac{m}{M+m}\frac{(1+e)v}{2gd\cos\theta} + \frac{L - x_0}{d}\tan\theta}$$

OBS: No enunciado, faltou a informação de que $d = L - x_0$. Por causa disso, iremos considerar na correção as respostas em função da distância percorrida como corretas.

Questão 2. Jão Vitinho é um sujeito desprovido de beleza. Na verdade, ele se acha tão feio que foge do espelho, e o espelho foge dele! Certo dia, Jão Vitinho, ficou entre dois espelhos planos, E_d e E_e, que se afastam de João Vitinho com velocidade $V = 3$ cm/s, em relação ao solo, cada um. Indignado com a situação, João Vitinho decide correr em direção ao espelho da direita com velocidade $V_{jv} = 5$ cm/s, como mostra a figura abaixo.



a) Determine a velocidade da primeira imagem do espelho E_d em relação ao João Vitinho.

b) Determine a velocidade da Primeira imagem do espelho E_d em relação à primeira imagemdo espelho E_e

Solução:

a) Veja que, no referencial do espelho da direita, João Vitinho está se aproximando com velocidade $V_{rel} = 2$ m/s. Logo, a primeira imagem de João Vitinho se aproxima do espelho com a mesma velocidaed. Fazendo a mudança para o referencial de João Vitinho, encontramos que a primeira imagem do espelho E_d aproxima-se com velocidade

$$\boxed{V_1 = 4 \text{ m/s}}$$

b) De forma análoga ao item anterior, encontramos que a primeira imagem do espelho E_e afasta-se desse espelho com velocidade $V_{rel} = -8$ m/s.

Note que o sinal -"apenas indica que a velocidade dessa imagem é para a esquerda.

Assim, em relação ao João Vitinho:

$$V_2 = -16 \text{ m/s}$$

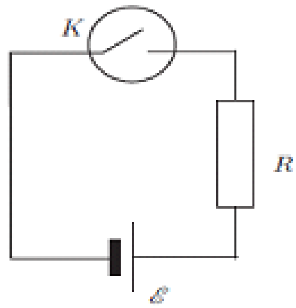
Portanto, a primeira imagem de E_d afasta-se da primeira imagem de E_e com velocidade

$$\boxed{V = 20 \text{ m/s}}$$

Questão 3. Um grupo de pesquisadores desenvolveram um novo dispositivo K que é acoplado num sistema que contém força eletromotriz $\varepsilon = 100$ V e resistência $R = 8\ \Omega$. O dispositivo possui diferença depotencial que depende da corrente através da seguinte expressão:

$$U_k = 10\text{V} + \frac{100}{\text{I}}\text{VA}$$

Sendo I é a corrente que passa pelo circuito. Sabe-se que U_k só funciona para valores menores que 30 V. Para valores maiores que 30 V, o circuito fica aberto.



Para esta configuração, determine o valor da corrente no circuito.

Solução:

Pela lei das malhas:

$$\varepsilon - RI - U_k = 0$$

Substituindo os valores:

$$100 - 8l - 10 - \frac{100}{l} = 0 \rightarrow 8l^2 - 90l + 100 = 0$$

$$l = \frac{90 \pm \sqrt{90^2 - 4 \cdot 8 \cdot 100}}{2 \cdot 8} = \frac{90 \pm 70}{16}$$

Assim, temos os seguintes valores para l:

$$l_1 = 10 \text{ A}$$

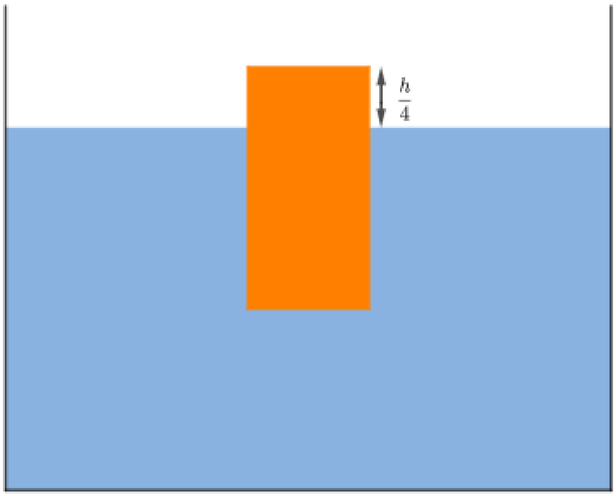
$$l_2 = 1,25 \text{ A}$$

Perceba que a corrente I_2 gera um valor de U_k maior que $30; \text{V}$. Por isso, essa resposta não convém. Logo, a corrente que atravessa o circuito vale

$$\boxed{I = 10 \text{ A}}$$

Questão 4. Caião é um pesquisador de física muito famoso e deseja demonstrar suas habilidades de hidrostática para seus alunos por meio de alguns experimentos. Inicialmente, ele dispõe de um cilindro com área da base A, altura $h = 20$ cm e densidade desconhecida. Além disso, Caião também possui um fluido homogêneo também de densidade desconhecida.

a) Caião então coloca o cilindro na água e espera que o sistema atinja o equilíbrio. No equilíbrio, o seguinte cenário é observado:



Com isso, Caião imediatamente desobre a razão entre a densidade do fluido e do cilindro. Calcule essa razão.

b) Em seguida, ele decide colocar o cilindro no fundo do recipiente que contém o fluido e medir o tempo que o cilindro demora até sua extremidade superior atingir a superfície. Sabendo que Caião mede um tempo $t = 1$ s, qual é a altura do recipiente? Desconsidere quais quer efeitos relacionados ao movimento do fluido.

c) Após realizar os dois experimentos, Caião deixou o cilindro em equilíbrio, como em (a). Desta vez, porém, depois de o sistema alcanãar o equilíbrio, ele aplicou um leve toque na parte superior do cilindro, provocando um movimento harmônico simples (MHS) com velocidade angular ω. Determine o valor de ω. Considere que o recipiente é muito maior que o cilindro.

Solução:

a) Para que se verifique o equilíbrio, o empuxo deve equilibrar com o peso:

$$E = P$$

$$\rho_{fluido} g V_{imerso} = mg$$

$$\rho_{fluido} g V_{imerso} = \rho_{cilindro} V_{total} g$$

$$\rho_{fluido} A \frac{3h}{4} = \rho_{cilindro} A h$$

$$\frac{3\rho_{fluido}}{4} = \rho_{cilindro}$$

Logo, a razão é:

$$\boxed{\frac{\rho_{fluido}}{\rho_{cilindro}} = \frac{4}{3}}$$

b) Quando o cilindro está completamente imerso, temos que:

$$E - P = ma$$

$$\rho_{fluido} g V_{imerso} - mg = ma$$

$$\rho_{fluido} g V_{imerso} - \rho_{cilindro} g V_{total} = \rho_{cilindro} V_{total} a$$

$$\rho_{fluido} g A h - \rho_{cilindro} g A h = \rho_{cilindro} A h a$$

$$\rho_{fluido} g - \rho_{cilindro} g = \rho_{cilindro} a$$

Logo, a aceleração do cilindro é dada por:

$$a = \left(\frac{\rho_{fluido}}{\rho_{cilindro}} - 1\right) g$$

Pelo resultado obtido em (a):

$$a = \frac{g}{3}$$

Então, o movimento em que o cilindro está completamente imerso no fluido é um movimento uniformemente variado, já que a aceleração é constante.
Portanto,

$$(H - h) = \frac{at^2}{2}$$

$$(H - h) = \frac{gt^2}{6}$$

$$H = \frac{gt^2}{6} + h$$

Sendo $g = 10\text{m/s}^2$, $t = 1$ s e $h = 0,2$ m

$$H = \frac{10 \cdot 1}{6} + 0,2$$

$$\boxed{H = \frac{28}{15} \approx 1,87m}$$

c) Considerando que o toque leve provocará um deslocamento x. Temos que pela segunda Lei de Newton:

$$E - P = ma$$

$$\rho_{fluido} g V_{imerso} - \rho_{cilindro} g V_{total} = \rho_{cilindro} V_{total} a$$

$$\rho_{fluido} g A \left(\frac{3h}{4} - x\right) - \rho_{cilindro} g A h = \rho_{cilindro} A h a$$

$$\rho_{fluido} \left(\frac{3h}{4} - x\right) g - \rho_{cilindro} g h = \rho_{cilindro} h a$$

$$\frac{4}{3}\left(\frac{3h}{4} - x\right) g - gh = ha$$

$$\frac{4g}{3} x + ha = 0$$

$$\frac{4g}{3h} x + a = 0$$

Pela equação do MHS, temos que o perídodo é, portanto,

$$\omega^2 x + a = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4g}{3h}}$$

Sendo $g = 10$ m/s^2 e $h = 0,2$ m

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{20}{3}} \approx 2,58 \text{ s}}$$

Questão 5. O Professor Cadu, além de um grande professor, também é um ótimo cozinheiro. Ele estava utilizando uma panela de pressão com capacidade de 5 litros contém, a uma temperatura de $T_0 = 27$ C°, 4 litros de água líquida à pressão de 1 atm. Em seguida, ele a aquece até que a temperatura do vapor seja de $T = 127$ C°, o volume de água líquida caia para 3,5 litros e o número de moléculas do vapor aumenta 2,5 vezes. A panela começa a deixar escapar vapor por uma válvula, que entra em ação após a pressão interna do gás atingir um certo valor máximo. Considerando o vapor como um gás ideal, determine o valor dessa pressão máxima.

Solução:

Inicialmente, para o vapor da água, temos:

$$P_0 = 1 \text{ atm}; \mathrm{V}_0 = 1 \text{ l}; \mathrm{T}_0 = 300 \text{ K}$$

Quando a pressão começa a vazar:

$$V = 1,5 \text{ l}; \mathrm{T} = 400 \text{ K}$$

Usando a lei dos gases ideais para os dois instantes:

$$P_0 V_0 = nRT_0$$

$$PV = 2,5nRT$$

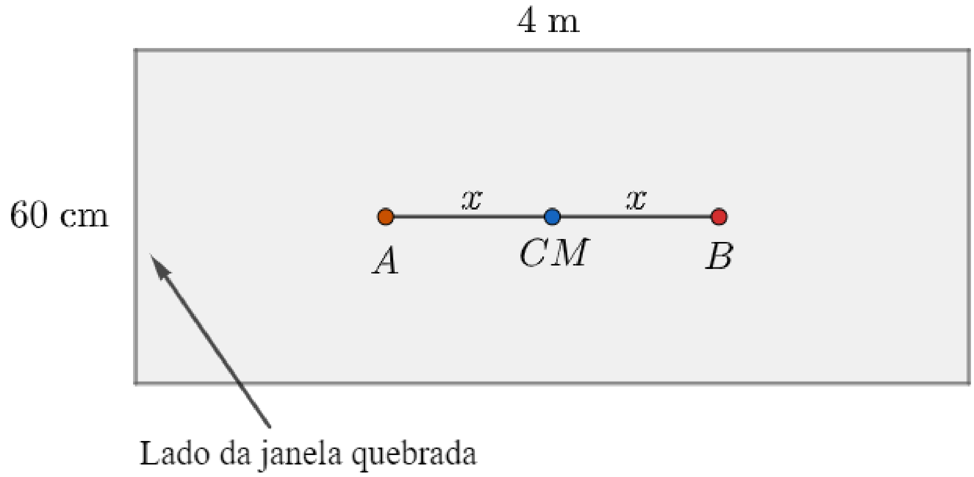
Dividindo a primeira pela segunda:

$$\frac{PV}{P_0 V_0} = 2,5\frac{T}{T_0} \rightarrow P = 2,5\frac{TP_0V_0}{VT_0}$$

Com isso:

$$\boxed{P = 2,22 \text{ atm}}$$

Questão 6. Murilo, um ótimo aluno de física, decide fazer algumas adaptações em sua lavanderia com o intuito de acelerar o processo de sacagem da roupa. Para isso, Murilo decide estudar dois diferentes cenários.



a) O garoto percebe que o movimento pode aumentar a velocidade de secagem e decide substituir as cordas de seu varal por uma mola de constante elástica $k = 200$ N/m. Suponha que a extremidade livre da mola relaxada esteja a uma distância vertical de 10 cm do ponto de equilíbrio. Murilo coloca o sistema varal-mola para oscilar. Qual é o período dessa oscilação?

b) Em outro local de sua lavanderia, uma das janelas tem um lado quebrado, de forma que roupas colocadas neste lado demoram mais tempo para secar. Visando colocar mais roupa do lado no qual a janela não está quebrada, Murilo compra um varal em forma de um retângulo homogêneo de medidas 60 cm (lado em que se colocam as roupas e que é perpendicular ao plano da janela) e 4 m (lado paralelo à janela em que nâo se colocam roupas) de massa 3 kg. A seguir há uma visão vertical da situação proposta, em que a corda que sustente o varal deve ser colocada em A ou B saindo do plano do papel, para cumprir o que é desejado por Murilo. Sabendo que ele deseja colocar 500 g de roupa no lado com a janela quebrada e o dobro no outro lado. Qual deve ser o valor de x? Em qual ponto (A ou B) ele deve colocar a corda saindo do plano do papel? Suponha que ele não deseje nenhuma rotação do varal e que as roupas são distribuídas uniformemente no mesmo lado, ou seja, o varal não rotaciona no eixo paralelo ao lado de 4 m.

Solução:

a) Primeiros devemos encontrar a massa:

$$mg = kx = 200 \cdot 0,1 = 20 \text{ N}$$

$$m = 2 \text{ kg}$$

Usando que $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ e $T = \frac{2\pi}{\omega}$, temos que :

$$\boxed{T = 0,6 \text{ s}}$$

b) Devemos balancear o torque com relação ao ponto escolhido. Primeiramente, devemos notar que o ponto escolhido deve ser o ponto B, já que é necessário balancear o peso excedente do lado não quebrado.

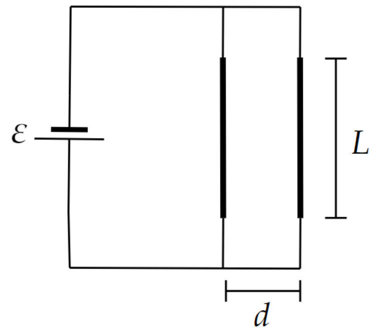
Calculando os torque com relação a esse ponto temos:

$$mgx + 0,5g(2+x) = 1,0g(2-x)$$

$$30x + 10 + 5x = 20 - 10x$$

$$\boxed{x = \frac{10}{45} = 0,22 \text{ m}}$$

Questão 7. Brincando em seu laboratório de eletricidade, Brandão monta um circuito com uma bateria de voltagem ε e dua barras cilíndricas condutoras muito longas de área de seção tranvesal A, comprimento L e resistividade ρ, separadas de uma distância d.



Despreze quaisquer efeitos indesejados relacionados à intereção do circuito com os campos magnéticos. Considere sempre o estado estacionário.

a) Encontre a corrente que percorre cada uma das barras condutoras.

b) Encontre a força entre as duas barras. Você pode usar a permeabilidade margnética do vácuo μ_0.

Solução:

a) A resistência total de cada uma das barras é:

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

Daí, a corrente total será:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

Substituindo:

$$\boxed{I = \frac{VA}{\rho L}}$$

b) A força que um fio sente é BIL, então:

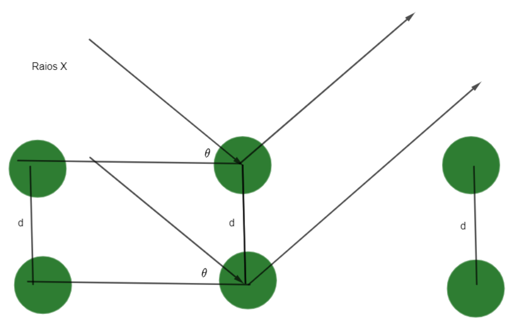
$$F = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi d}\right) IL$$

Daí,

$$\boxed{F = \frac{\mu_0 L}{2\pi d}\left(\frac{VA}{\rho L}\right)^2}$$

Questão 8. Fernando, um aluno de Ensino Médio apaixonado por química, estava correndo por uma floresta próxima de sua casa e esbarrou em um cristal. Estando fissurado por ela, ele percebe que em nenhum de seus livros tinha visto algum cristal similar e logo pensou que pudesse ter encontrado algo novo. Então, Fernando foi correndo para seu laboratório e foi tentar estudar a estrutura cristalina do objeto que achara. Para realizar as devidas medições da estrutura do cristal, Fenando realiza o experimento de difração de Bragg, que consiste na difralção de raios X.

a) A figura a seguir mostra um esquema da estrutura cristalina de um cristal genérico. Encontre a condição para que haja interferência constrututiva entre raios X que refletem em átomos vizinhos, assim como mostrado pela figura. Sua resposta deve conter o comprimento de onda λ do raio X, a distância d entre os átomos e o ângulo θ da figura, além de fatores numéricos relevantes.



b) Fernando, sabendo da existência da fórmula encontrada no item a) e desejando mapear o cristal, decide fazer um experimento utilizando raios de comprimento de onda de 10^{-10} m . Ele percebe que o primeiro máximo ocorre quando $\theta = 30°$. Qual é a distância entre átomos vizinhos do cristal encontrado por Fernando?

Solução:

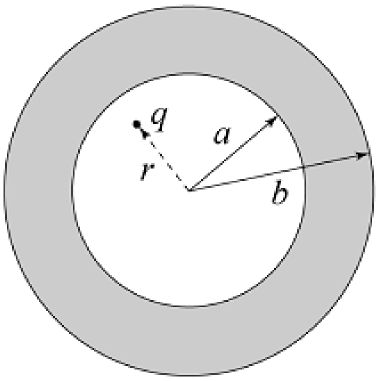
a) Para que haja interferência construtiva, precisamos que a diferença de caminho seja um múltiplo de λ. Pela geometria do problema, a condição de interferência será:

$$\boxed{2d \sin\theta = n\lambda}$$

b) Substituindo os valores na equação acima, encontra-se que

$$\boxed{d = \lambda = 10^{-10}\ \text{m}}$$

Questão 9. Uma carga pontual q está a uma distância r do centro O de uma casca condutora esférica descarregada, cujos raios interno e externo são iguais a a e b, respectivamente. Analise as sentenças sabendo que é $r < a$



a) Determine a densidade superficial de carga na superfície externa da casca.

b) Determine o potencial no centro O gerado pela configuração total de cargas (levando em conta a carga q e as cagas induzidas).

Solução:

a) Nesse sistema, ocorrerá indução total. Assim, na parte superfície interior da casca, a carga induzida será $-q$ e, portanto, na parte exterior, será $+q$. Embora a densidade de carga na parte interior não seja homogênea, na parte exterior será, pois ocorre um processo de blindagem eletrostática. Assim, podemos afirmar que:

$$\boxed{\sigma_{ext} = \frac{q}{4\pi b^2}}$$

b) O potencial para um ponto O (centro da esfera) é dado por

$$V_0 = V_{carga} + V_{casca\ int.} + V_{casca\ ext.}$$

$$\boxed{V_0 == \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 b}}$$

Questão 10. A rainha do reino da relatividade teve trigêmios na sua primeira gestação. Após muito tempo, os filhos cresceram e se tornaram viajantes do espaço. O Trigêmio A resolver permanecer na terra. O trigêmio B viaja com velocidade $4c/5$ até um planeta (que se encontra a distância L) e retorna à Terra. O Trigêmio C viaja para o mesmo planeta com velocidade $3c/4$ e depois retorna com velocidade velocidade necessária para voltar exatamente quando B o faz. Determine:

a) Quanto A envelheceu;

b) Quanto B envelheceu;

c) Quanto C envelheceu.

Vamos resolver todo o problema do ponto de vista de A. No referencial de A, B percorre uma distância total de $2L$ com velocidade $4c/5$, então o tempo total no referencial de A é $(2L)/(4c/5) = 5L/2c$.

A vê o relógio de B correr mais devagar por um fator de $\gamma_{4/5} = 5/3$. Assim, o tempo total no relógio de B é $(3/5)(5L/2c) = 3L/2c$.

Para encontrar o tempo total de C, precisamos encontrar sua velocidade de retorno. O tempo total da jornada de C no referencial de A deve ser $5L/2c$, então devemos ter $L/(3c/4) + L/v = 5L/2c \Rightarrow v = 6c/7$.

Observando as viagens de ida e volta de C, A diz que o relógio de C avança em

$$\frac{1}{\gamma_{3/4}}\left(\frac{L}{3c/4}\right) + \frac{1}{\gamma_{6/7}}\left(\frac{L}{6c/7}\right) = \frac{\sqrt{7}}{4}\left(\frac{4L}{3c}\right) + \frac{\sqrt{13}}{7}\left(\frac{7L}{6c}\right) = \left(\frac{\sqrt{7}}{3} + \frac{\sqrt{13}}{6}\right)\frac{L}{c}.$$

Isso é aproximadamente igual a $1.48L/c$. Então, C é o mais jovem, e A é o mais velho.

Desse modo, no referencial de A

a) A envelhece

$$\boxed{t_A = 5L/2c = 2,5L/c}$$

b) B envelhece

$$\boxed{t_B = 3L/2c = 1,5L/c}$$

c) C envelhece

$$\boxed{t_C \approx 1,48L/c}$$