Olimpíada Brasileira Online de Física

2ª Fase - 01 e 02 de novembro de 2024

Nome: ______________________

Série: ______________________

Nível Jr
Ensino Fundamental
6ª e 7ª séries

Instruções de Prova

I. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos dos **6ª e 7ª séries do nível fundamental.** Ela contém **10** questões.

II. A duração máxima desta prova é de **quatro horas**.

III. A prova deve ser feita individualmente e não é permitido falar sobre a solução das questões durante o período de aplicação da prova **dias 01 e 02 de novembro**.

IV. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: $\pi = 3,0$; $\sqrt{2} = 1,4$; $\sqrt{3} = 1,7$; $\sqrt{5} = 2,2$; $\sin 30° = 0,50$; $\cos 30° = 0,85$; $\sin 45° = \cos 45° = 0,70$; aceleração gravitacional na superfície da terra $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$; calor específico da água líquida $c_a = 1\,\mathrm{cal/(g\,°C)}$; calor latente de fusão do gelo $L = 80\,\mathrm{cal/g}$; $1\,\mathrm{cal} = 4,2\,\mathrm{J}$; densidade da água líquida $\rho = 1,0\,\mathrm{g/cm^3}$.

Apoio:

Questão 1. O Hemetrio decide fazer um vídeo viral para o tik tok do tipo "Quantas molas conseguem suportar o peso desse bloco?". Sabendo que ele colocou todas as molas em série, que a razão $\frac{m}{k} = 0,1\ \text{s}^2$ e que o bloco se deslocou 1 metro, diga quantas molas ele utilizou.

Solução:

Sabemos que a fórmula da associação de molas em série nos diz que:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + ... + \frac{1}{k_n}$$

Como todas molas tem o mesmo coeficiente elástico, temos que:

$$\frac{1}{k_{eq}} = N\frac{1}{k}$$

Assim,

$$k_{eq} = \frac{k}{N}$$

Pela lei de Newton, a contribuição da força elástica deve ser igual a da força peso para que haja repouso.

Assim:

$$k_{eq}\Delta x = mg$$

Onde Δx é o deslocamento do bloco e m é a massa do bloco.

Portanto:

$$\frac{1}{N}\Delta x = \frac{m}{k}g$$

$$\boxed{N = 1}$$

Questão 2. O grande professor Susu, que ama dar suas aulas de física, passou a lista de presença para seus alunos em uma delas. Sabendo que tinham $N = 25$ alunos nessa aula, a distância média entre dois alunos é de $x = 1,2$ m e que a lista gastou cerca de $t = 8$ min para ser assinada por todos, Qual foi a velocidade escalar média dessa lista de presença, em cm/s?

Solução:

Como a lista passa entre uma pessoa e outra N-1 vezes, a distância total percorrida é:

$$d = (N-1)x$$

Então, a velocidade média é:

$$v = \frac{(N-1)x}{t}$$

Com isso, chegamos no valor:

$$\boxed{v = 6\ \text{m/s}}$$

Questão 3. Gurjinho, que adora viajar pelo espaço, estava voltando para a terra, até que começou a sentir o campo gravitacional da mesma quando estava se aproximando da mesma. Sabendo que o campo gravitacional a uma distância r do centro de um objeto de massa M é dado pela fórmula:

$$g = \frac{GM}{r^2}$$

Onde G é a constante gravitacional. sabendo que o campo na superfície da terra ($r = 1$ raio terrestre) é igual a $g = 10$ m/s^2, qual é o campo que Gurjinho sente quando ele está à uma distância de 10 raios terrestres do centro da terra?

Solução:

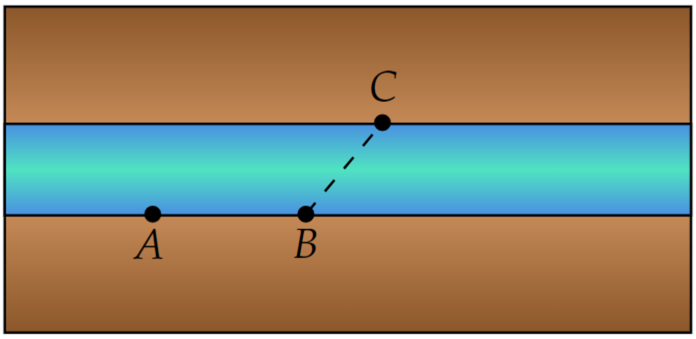
Com o valor da distância dado, temos:

$$g' = \frac{GM}{(10R)^2} = \frac{1}{100} \times \frac{GM}{R^2} = \frac{g}{100}$$

Com isso, chegamos ao valor:

$$\boxed{g' = 0,1 \text{ cm/s}^2}$$

Questão 4. JV estava querendo apostar uma corrida com Grujoão. O objetivo era sair do ponto A e chegar até o ponto C, do outro lado da margem de um rio.



Ambos tinham disponíveis um barco para realizar a travessia, mas JV é mais esperto e deixou seu barco atracado no ponto A, enquanto Grujão quis, sem sucesso, atravessar mais perto de C após fazer o percurso de A para B para chegar mais rápido.

Considerando que $AB = 9$ m, $BC = 15$ m e $A\hat{B}C = 120°$ responda as perguntas a seguir.

(a) Qual é o comprimento do caminho tomado por JV?

(b) Qual é o comprimento do caminho tomado por Grujoão?

(c) Qual é o maior caminho? E, se houver maior caminho, qual é a razão entre ele e o menor?

Solução:

a) Caminho tomado por JV será calculado a partir da lei dos cossenos no triângulo ABC:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC)\cos 120° \tag{1}$$

Sabendo que $\cos 120° = -1/2$, temos:

$$AC^2 = 441 \text{ m}^2 \implies \boxed{AC = 21 \text{ m}} \tag{2}$$

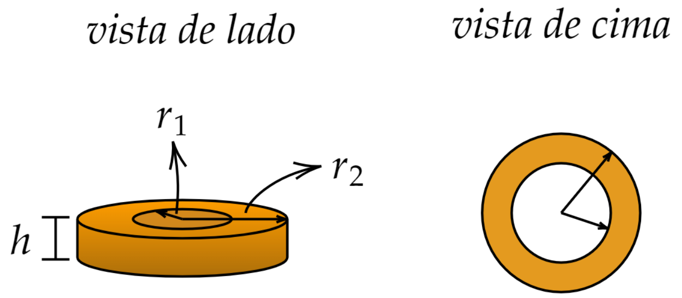
b) O caminho tomado por Grujoão será $AB + BC$, portanto:

$$\boxed{d_G = 24 \text{ m}} \tag{3}$$

c) O maior caminho é aquele escolhido por Grujoão. A razão r entre os caminhos é:

$$r = \frac{24}{21} \implies \boxed{r = \frac{8}{7}} \tag{4}$$

Questão 5. Grujoão estava ficando liso e teve que aderir a uma tática muito desonesta para não falir: pequenos furtos. Ele roubava anéis, que em média são compostos por uma casca cilíndrica de raio interno $r_1 = 17,2$ mm, raio externo $r_2 = 20$ mm e altura $h = 8$ mm, como mostra a figura abaixo.



Todas os anéis roubados eram feitos de ouro, que custa aproximadamente 460 reais por grama. A densidade do ouro é $19,32 \cdot 10^3$ kg/m^3. Sabendo dessas informações e que o volume de um sólido de seção transversal constante é $V = Ah$ onde A é a área de seção e h a altura, responda os itens a seguir:

(a) Qual é o volume de um só anel? Quanto vale sua massa?

(b) Grujoão conseguiu em suas ações malignas roubar 100 anéis. Ao total, quanto ele conseguirá de dinheiro vendendo todo o outo obtido?

Solução:

a) A área de seção transversal de um anel é dada por:

$$A = \pi(r_2^2 - r_1^2) \implies A \approx 327,23 \text{ mm}^2 \tag{5}$$

Daí, seu volume fica:

$$V = Ah \implies \boxed{V \approx 2,617 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} \tag{6}$$

Multiplicando pela densidade, encontramos a massa:

$$m = \rho V \implies \boxed{m \approx 50,58 \text{ g}} \tag{7}$$

b) Do item anterior, o dinheiro total arrecadado será:

$$Q = 100 \cdot 460 \cdot 5,58 \text{ brl} \implies \boxed{Q = 2,33 \cdot 10^6 \text{ brl}} \tag{8}$$

Mais de 2 milhões de reais!

Questão 6. No estudo da termologia, aprende-se que qualquer objeto com temperatura T pode emitir energia na forma de radiação a partir da seguinte equação:

$$Q = kAT^4 \Delta t$$

Essa equação é conhecida como equação de Stefan–Boltzmann, em que k é uma constante, A é a área do objeto, Δt é o intervalo de tempo analizado e Q é o calor que o corpo emite durante esse intervalo de tempo. Considerando que a energia de radiação por unidade de área por unidade de tempo, $\frac{\Delta E}{A\Delta t}$ vinda do Sol equivale a I_{Sol}, calcule:

a) A unidade de medida da constante k

b) O valor da temperatura de um satélite de área A que localiza-se entre a Terra e o Sol. Despreze a radiação vinda da Terra.

Solução:

a) Por análise dimensional da equação dada:

$$Q = kAT^4 \Delta t \rightarrow \text{J} = \text{k} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4 \text{s}$$

Como $\text{J} = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$:

$$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3 = \text{k} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4 \text{s}$$

Logo:

$$\boxed{k = \text{kg}/(\text{K}^4 \cdot \text{s}^4)}$$

b) No equilíbrio térmico:

$$Q_{sat} + Q_{Sol} = 0$$

$$-kAT_{Sat}^4 \Delta t + I_{Sol} A \Delta t = 0$$

Logo:

$$\boxed{T_{Sat} = \sqrt[4]{\frac{I_{Sol}}{k}}}$$

Questão 7. Wellington Musk, CEO de uma famosa fabricante de foguetes, se cansou da responsabilidade de fazer foguetes bilionários e decide se aventurar no mundo dos foguetes de garrafinha PET. Sabendo que Wellington Musk não se contenta em fazer foguetes PET convencionais e coloca neles um propulsor que fornece uma aceleração horizontal constante $a = 5$ m/s^2, indique qual ângulo o foguete fará com a horizontal na sua chegada se o ângulo de lançamento for $\theta = 45°$.

Utilizando a equação da velcoidade de um M.R.U.V., temos que:

$$v_y(t) = v_{y0} - gt$$

$$v_x(t) = v_{x0} + at$$

Cujo sinal negativo na velocidade em y vem do fato dela apontar contra o eixo "y", ou seja, para "baixo". O tempo do lançamento vai ser o dobro do tempo de subida. Como no ponto de altura máxima, temos que

$$v_y = 0$$

Podemos concluir que:

$$0 = vy0 - gt_s$$

$$t_s = \frac{v_{y0}}{g}$$

E o tempo total de lançamento é o dobro disso, logo:

$$t = 2\frac{v_{y0}}{g}$$

Substituindo o tempo total na função das velocidades, temos que:

$$v_y(t) = v_{y0} - g \cdot 2\frac{v_{y0}}{g}$$

$$v_x(t) = v_{x0} + a \cdot 2\frac{v_{y0}}{g}$$

Logo:

$$v_y = -v_{y0}$$

$$v_x = v_{x0} + v_{y0}$$

onde o sinal negativo indica que a velocidade aponta para "baixo".

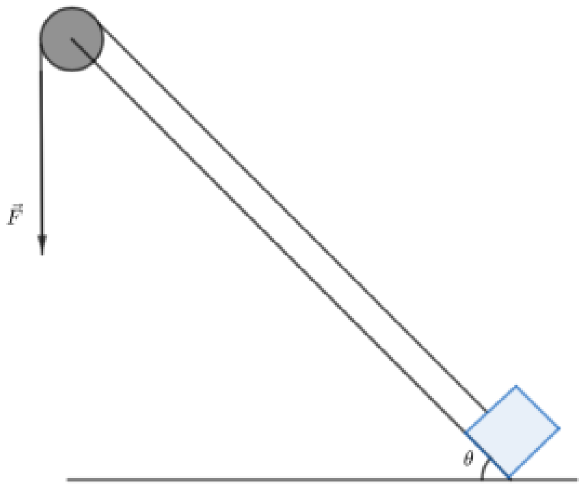
Como o angulo de lançamento é de 45°,

$$v_{x0} = v_{y0}$$

O ângulo que o foguete faz com a horizontal pode ser definido a partir da velocidades.

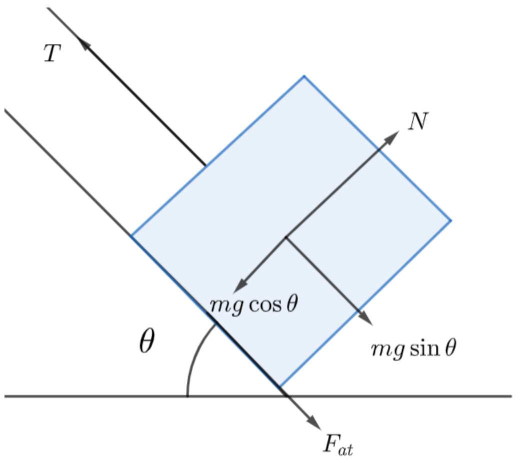
$$Tg(\alpha) = \frac{|v_y|}{v_x} = \frac{v_{y0}}{2v_{y0}} = \frac{1}{2}$$

Questão 8. Eloisa está treinando tréceps em uma academia com um bloco de massa de 30 kg em um plano inclinado. Ela aplica uma forçaa para baixo na corda, para realizar um movimento de extensão de tréceps, como na imagem abaixo. Sabendo que o plano inclinado forma um ângulo de 45° com a horizontal e que o coeficiente de atrito entre o bloco e o plano é de 0,5, qual deve ser a força mínima que Eloisa precisa exercer para levantar o bloco?



Solução:

Realizando o diagrama de forças:



Logo,

$$T = mg\sin\theta + F_{at}$$

$$N = mg\cos\theta$$

Além disso, $F_{at} = N\mu$ e $F = T$

Portanto,

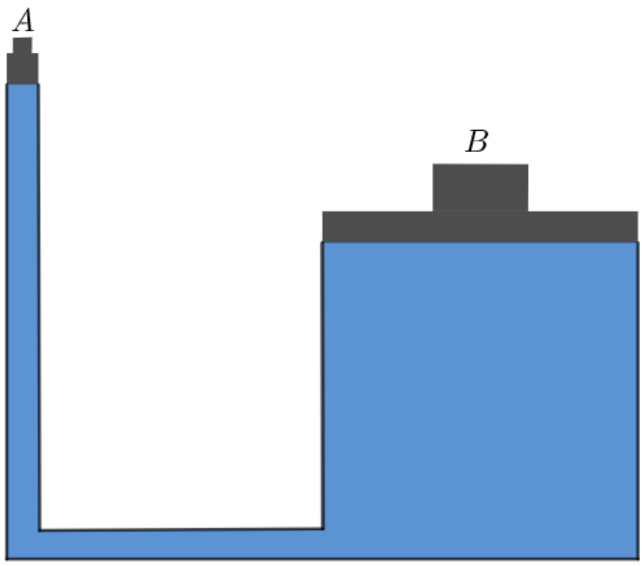
$$F = mg\sin\theta + mg\cos\theta\mu$$

Sendo, $\theta = 45°$, $\mu = 0,5$ e $m = 30$ kg

$$F = 50 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 50 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0,5$$

$$\boxed{F \approx 530 \text{ N}}$$

Questão 9. Ao realizar a troca de um pneu que furou durante uma longa viagem, Takashi utiliza um equipamento chamado "macaco", que funciona como uma prensa hidráulica. O modelo de macaco utilizado por Takashi emprega um fluido incompressível (de densidade constante) e possui dois cilindros acoplados a pistões, A e B. Esses cilindros têm raios r_A e r_B, com $r_B > r_A$, respectivamente. Nesse equipamento, Takashi acopla a parte B ao seu carro, que possui uma massa de aproximadamente 1600 kg, enquanto aplica a força de seu peso em A para levantar o carro. Considerando que Takashi tenha massa de 60 kg e que, nessa configuração, haja equilíbrio dinâmico, calcule a razão entre os raios $\frac{r_A}{r_B}$.



Solução:

No equilíbrio dinâmico, a pressão em A deve ser a mesma que a pressão em B. Logo:

$$P_A = P_B$$

$$\frac{m_{Talashi}g}{\pi r_A^2} = \frac{m_{carro}g}{\pi r_B^2}$$

Logo:

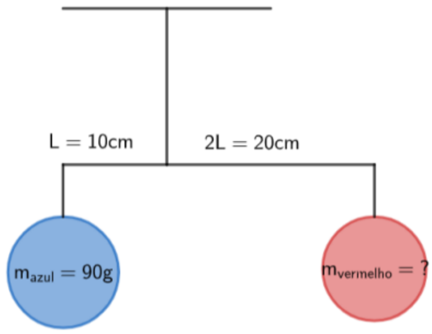
$$\frac{r_A}{r_B} = \sqrt{\frac{m_{Takashi}}{m_{carro}}}$$

Substituindo os valores:

$$\boxed{\frac{r_A}{r_B} \approx 0,19}$$

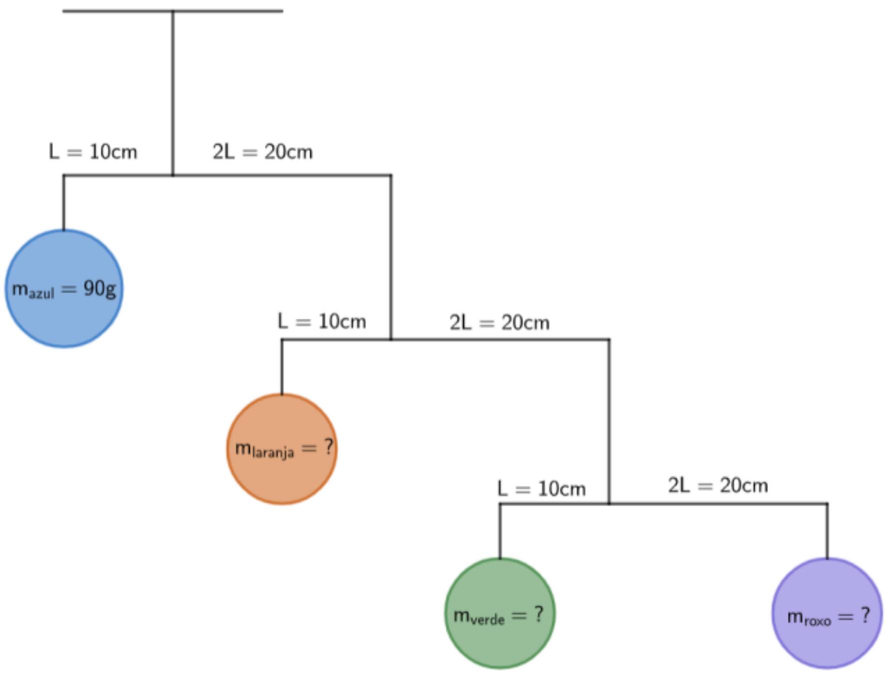
Questão 10. Grujão, um excelente físico, acaba de realizar seu maior sonho: ter um filho, chamado Grujão Jr. Para celebrar o nascimento de seu filho e, por ser um pai dedicado, Grujão decide construir um móbile (um objeto de decoração para berços) para o recém-nascido

a) Inicialmente, Grujão opta por construir o móbile com duas esferas, como ilustrado na figura:



Sabendo que a esfera azul tem uma massa $m = 90$ g, qual deve ser a massa da esfera vermelha, em gramas, para que o móbile permaneça em equilíbrio e não tombe?

b) No entanto, Grujão Jr. não se interessou muito por essa decoração. Assim, Grujão resolveu tornar o móbile mais complexo, utilizando quatro esferas desta vez. Sabendo que a esfera azul ainda tem uma massa de $m = 90$ g, qual deve ser a massa das outras esferas, em gramas, para manter o equilíbrio do móbile?



Solução:

a) Como o sistema está em equilíbrio, a somatória dos torques deve ser zero. Logo,

$$\tau_{azul} + \tau_{vermelho} = m_{azul} g \cdot L - m_{vermelho} g \cdot 2L = 0$$

$$m_{azul} - m_{vermelho} \cdot 2 = 0$$

$$m_{azul} = 2m_{vermelho}$$

$$m_{vermelho} = \frac{m_{azul}}{2}$$

Portanto, sendo $m_{azul} = 90$ g

$$\boxed{m_{vermelho} = 45 \text{ g}}$$

b) Novamente, o sistema está em equilíbrio, então a somatória dos torques também deve ser zero. Entretanto, nesse caso, existem 3 equilíbrios que devem ser satisfeitos:

- Verde e Roxo:

$$\tau_{verde} + \tau_{roxo} = 0$$
$$m_{verde} g \cdot L - m_{roxo} g \cdot 2L = 0$$
$$m_{verde} = 2m_{roxo}$$

- Laranja e sistema Verde + Roxo

$$\tau_{laranja} + \tau_{verde+roxo} = 0$$
$$m_{laranja} g \cdot L - m_{verde+roxo} g \cdot 2L = 0$$
$$m_{laranja} = 2(m_{verde} + m_{roxo})$$
$$m_{laranja} = 6m_{roxo}$$

- Azul e sistema Laranja + Verde + Roxo

$$\tau_{azul} + \tau_{laranja+verde+roxo} = 0$$
$$m_{azul} g \cdot L - m_{laranja+verde+roxo} g \cdot 2L = 0$$
$$m_{azul} = 2(m_{laranja} + m_{verde} + m_{roxo})$$
$$m_{azul} = 18m_{roxo}$$

Sabendo que $m_{azul} = 90$ g , a massa da esfera roxa é:

$$m_{roxo} = \frac{m_{azul}}{18}$$
$$\boxed{m_{roxo} = 5 \text{ g}}$$

Então, a massa da esfera verde é

$$m_{verde} = 2m_{roxo}$$
$$\boxed{m_{laranja} = 10 \text{ g}}$$

E, a massa da esfera laranja é

$$m_{laranja} = 6m_{roxo}$$
$$\boxed{m_{laranja} = 30 \text{ g}}$$