Olimpíada Brasileira Online de Física

2ª Fase - 01 e 02 de novembro de 2024

Nome: ______________________________

Série: ______________________________

Nível MN
Ensino Fundamental
8ª e 9ª séries

Instruções de Prova

I. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos dos **8ª e 9ª séries do nível fundamental.** Ela contém **6** questões.

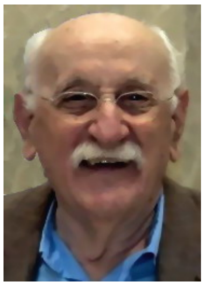
II. A duração máxima desta prova é de **quatro horas**.

III. A prova deve ser feita individualmente e não é permitido falar sobre a solução das questões durante o período de aplicação da prova **dias 01 e 02 de novembro**.

IV. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: $\pi = 3,0$; $\sqrt{2} = 1,4$; $\sqrt{3} = 1,7$; $\sqrt{5} = 2,2$; $\sin 30° = 0,50$; $\cos 30° = 0,85$; $\sin 45° = \cos 45° = 0,70$; aceleração gravitacional na superfície da terra $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$; calor específico da água líquida $c_a = 1\,\mathrm{cal/(g\,°C)}$; calor latente de fusão do gelo $L = 80\,\mathrm{cal/g}$; $1\,\mathrm{cal} = 4,2\,\mathrm{J}$; densidade da água líquida $\rho = 1,0\,\mathrm{g/cm^3}$.

Apoio:

Curiosidades:



Herch Moysés Nussenzveig (São Paulo, 16 de janeiro de 1933 – Rio de Janeiro, 5 de novembro de 2022), homenageado nesse nível, foi um físico, pesquisador e professor universitário brasileiro de origem judaica. Grande oficial da Grã-Cruz da Ordem Nacional do Mérito Científico e membro da Academia Brasileira de Ciências, Moysés era professor emérito da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Foi presidente da Sociedade Brasileira de Física de 1981 a 1983. Recebeu em 1986 o Prêmio Max Born, outorgado pela Optical Society a cientistas que tenham dado contribuições significativas no campo da óptica. Moysés contribuiu bastante para o ensino de física no Brasil com sua coleção de livros "Física Básica", os quais são usados amplamente em diversas universidades brasileiras.

Questão 1. Tamara está tentando economizar dinheiro para comprar um novo celular. Para isso, ela resolve, no inverno, tomar banho apenas 1 vez a cada 2 dias. Sabendo que ela costuma gastar 120 litros de água por banho, que a água que chega em sua casa tem temperatura inicial de 25°C, que seu chuveiro a esquenta até 37°C e que o preço da energia em sua cidade é de 0,92 reais para cada kWh, quanto ela irá economizar, aproximadamente, em 90 dias?

Solução: Devemos calcular a quantidade de energia poupada por Tamara. Para isso, primeiro calculamos quanto ela gasta por dia:

$$120 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot (37 - 25) = 6048000 \text{ J}$$

Ela poupará isso por 45 dias, logo:

$$6048000 \cdot 45 = 272160000 \text{ J}$$

Usando que 1 kWh $= 3,6 \cdot 10^6$ J, temos que ela poupa $\frac{272160000}{3,6 \cdot 10^6} = 75,6$ kWh

Como cada kWh vale 0,92 reais, ela economizará ao todo:

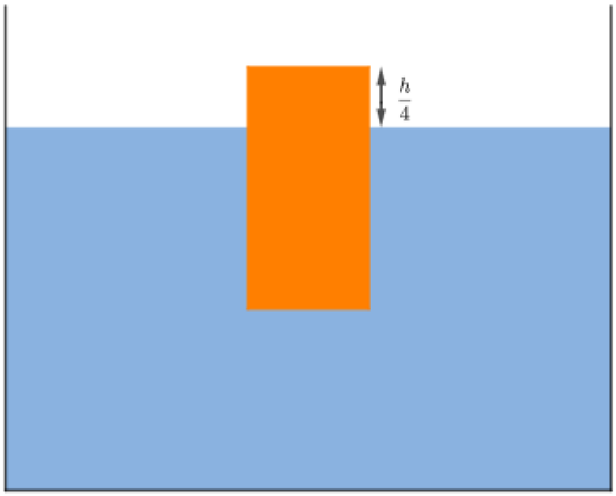
$$\boxed{75,6 \cdot 0,92 = 69,5 \text{ reais}}$$

Questão 2. Caião é um pesquisador de física muito famoso e deseja demonstrar suas habilidades de hidrostática para seus alunos por meio de alguns experimentos. Inicialmente, ele dispõe de um cilindro com área da base A, altura $h = 20$ cm e densidade desconhecida. Além disso, Caião também possui um fluido homogêneo também de densidade desconhecida.

a) Caião então coloca o cilindro no fluido e espera que o sistema atinja o equilíbrio. No equilíbrio, o seguinte cenário é observado:

Com isso, Caião imediatamente desobre a razão entre a densidade do fluido e do cilindro. Calcule essa razão.

b) Em seguida, ele decide colocar o cilindro no fundo do recipiente que contém o fluido e medir o tempo que o cilindro demora até sua extremidade superior atingir a superfécie. Sabendo que Caião mede um tempo $t = 1$ s, qual é a altura do recipiente? Desconsidere quaisquer efeitos relacionados ao movimento do fluido.



Solução:

a) Para que se verifique o equilíbrio, o empuxo deve equilibrar com o peso:

$$E = P$$

$$\rho_{fluido} g V_{imerso} = mg$$

$$\rho_{fluido} g V_{imerso} = \rho_{cilindro} V_{total} g$$

$$\rho_{fluido} A \frac{3h}{4} = \rho_{cilindro} A h$$

$$\frac{3\rho_{fluido}}{4} = \rho_{cilindro}$$

Logo, a razão é:

$$\boxed{\frac{\rho_{fluido}}{\rho_{cilindro}} = \frac{4}{3}}$$

b) Quando o cilindro está completamente imerso, temos que:

$$E - P = ma$$

$$\rho_{fluido} g V_{imerso} - mg = ma$$

$$\rho_{fluido} g V_{imerso} - \rho_{cilindro} g V_{total} = \rho_{cilindro} V_{total} a$$

$$\rho_{fluido} g A h - \rho_{cilindro} g A h = \rho_{cilindro} A h a$$

$$\rho_{fluido} g - \rho_{cilindro} g = \rho_{cilindro} a$$

Logo, a aceleração do cilindro é dada por:

$$a = \left(\frac{\rho_{fluido}}{\rho_{cilindro}} - 1\right) g$$

Pelo resultado obtido em (a):

$$a = \frac{g}{3}$$

Então, o movimento em que o cilindro está completamente imerso no fluido é um movimento uniformemente variado, já que a aceleração é constante.

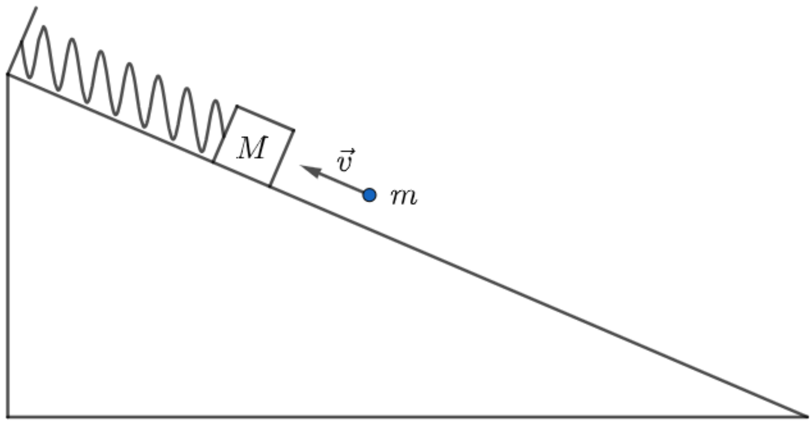
Portanto,

$$(H - h) = \frac{at^2}{2}$$
$$(H - h) = \frac{gt^2}{6}$$
$$H = \frac{gt^2}{6} + h$$

Sendo $g = 10\text{m/s}^2$, $t = 1$ s e $h = 0,2$ m

$$H = \frac{10 \cdot 1}{6} + 0,2$$
$$\boxed{H = \frac{28}{15} \approx 1,87m}$$

Questão 3. Certo dia, Akira estava muito entediado e decidiu calcular o coeficiente de atrito de um plano inclinado de uma maneira diferente. Para isso, ele lançou uma pequena bola de massa m na direção de um bloco de massa M, provocando uma colisão parcialmente elástica, com coeficiente de restituição e, conforme mostra a figura. A bola colide com o bloco com velocidade v. O bloco, que está conectado a uma mola ideal de comprimento relaxado nulo, começa a oscilar até parar na posição $L = \frac{mg}{k}$. Determine o coeficiente de atrito μ.



Solução:

Conservando a quantidade de movimento durante a colisão:

$$mv = Mv_M + mv_m$$

Pelo coeficiente de restituição:

$$\frac{v_M - v_m}{v} = e$$

Com isso, podemos encontrar que

$$v_M = \frac{m(1+e)}{M+m}v$$

Pelo teorema da energia cinética:

$$-F_{at}d = -\left(\frac{1}{2}mv_M^2 + mg\Delta y\right)$$

$$\mu g \cos\theta d = \frac{1}{2}v_M^2 + g(L - x_0)\sin\theta$$

Assim, encontramos:

$$\boxed{\mu = \frac{m}{M+m}\frac{(1+e)v}{2gd\cos\theta} + \frac{L-x_0}{d}\tan\theta}$$

OBS: No enunciado, faltou a informação de que $d = L - x_0$. Por causa disso, iremos considerar na correção as respostas em função da distância percorrida como corretas.

Questão 4. Wellington Musk, CEO de uma famosa fabricante de foguetes, se cansou da responsabilidade de fazer foguetes bilionários e decide se aventurar no mundo dos foguetes de garrafinha PET. Sabendo que

Wellington Musk não se contenta em fazer foguetes PET convencionais e coloca neles um propulsor que fornece uma aceleração horizontal constante $a = 5$ m/s^2, indique qual ângulo o foguete fará com a horizontal na sua chegada se o ângulo de lançamento for $\theta = 45°$.

Utilizando a equação da velcoidade de um M.R.U.V., temos que:

$$v_y(t) = v_{y0} - gt$$

$$v_x(t) = v_{x0} + at$$

Cujo sinal negativo na velocidade em y vem do fato dela apontar contra o eixo "y", ou seja, para "baixo".
O tempo do lançamento vai ser o dobro do tempo de subida. Como no ponto de altura máxima, temos que

$$v_y = 0$$

Podemos concluir que:

$$0 = vy0 - gt_s$$

$$t_s = \frac{v_{y0}}{g}$$

E o tempo total de lançamento é o dobro disso, logo:

$$t = 2\frac{v_{y0}}{g}$$

Substituindo o tempo total na função das velocidades, temos que:

$$v_y(t) = v_{y0} - g \cdot 2\frac{v_{y0}}{g}$$

$$v_x(t) = v_{x0} + a \cdot 2\frac{v_{y0}}{g}$$

Logo:

$$v_y = -v_{y0}$$

$$v_x = v_{x0} + v_{y0}$$

onde o sinal negativo indica que a velocidade aponta para "baixo".
Como o angulo de lançamento é de 45°,

$$v_{x0} = v_{y0}$$

O ângulo que o foguete faz com a horizontal pode ser definido a partir da velocidades.

$$\boxed{Tg(\alpha) = \frac{|v_y|}{v_x} = \frac{v_{y0}}{2v_{y0}} = \frac{1}{2}}$$

Questão 5. No estudo da termologia, aprende-se que qualquer objeto com temperatura T pode emitir energia na forma de radiação a partir da seguinte equação:

$$Q = kAT^4\Delta t$$

Essa equação é conhecida como equação de Stefan–Boltzmann, em que k é uma constante, A é a área do objeto, Δt é o intervalo de tempo analizado e Q é o calor que o corpo emite durante esse intervalo de tempo. Considerando que a energia de radiação por unidade de área por unidade de tempo, $\frac{\Delta E}{A\Delta t}$ vinda do Sol equivale a I_{Sol}, calcule:

a) A unidade de medida da constante k

b) O valor da temperatura de um satélite de área A que localiza-se entre a Terra e o Sol. Despreze a radiação vinda da Terra.

Solução:

a) Por análise dimensional da equação dada:

$$Q = kAT^4\Delta t \rightarrow \mathrm{J} = \mathrm{k} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}^4\mathrm{s}$$

Como $\mathrm{J} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^3$:

$$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^3 = \mathrm{k} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}^4\mathrm{s}$$

Logo:

$$\boxed{k = \mathrm{kg}/(\mathrm{K}^4 \cdot \mathrm{s}^4)}$$

b) No equilíbrio térmico:

$$Q_{sat} + Q_{Sol} = 0$$

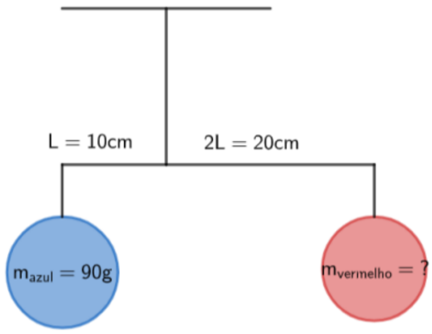
$$-kAT_{Sat}^4\Delta t + I_{Sol}A\Delta t = 0$$

Logo:

$$\boxed{T_{Sat} = \sqrt[4]{\frac{I_{Sol}}{k}}}$$

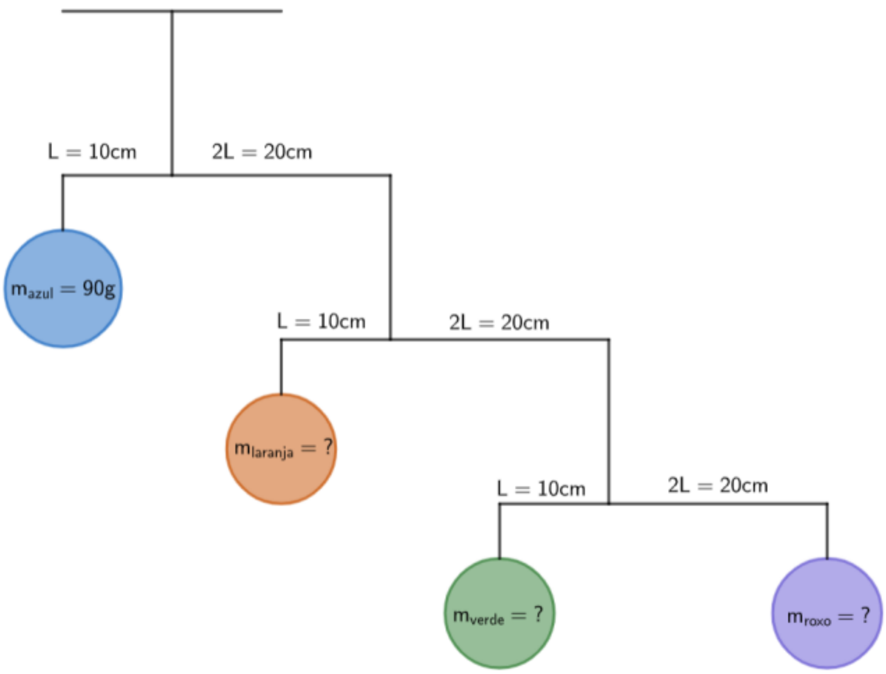
Questão 6. Grujão, um excelente físico, acaba de realizar seu maior sonho: ter um filho, chamado Grujão Jr. Para celebrar o nascimento de seu filho e, por ser um pai dedicado, Grujão decide construir um móbile (um objeto de decoração para berços) para o recém-nascido

a) Inicialmente, Grujão opta por construir o móbile com duas esferas, como ilustrado na figura:



Sabendo que a esfera azul tem uma massa $m = 90$ g, qual deve ser a massa da esfera vermelha, em gramas, para que o móbile permaneça em equilíbrio e não tombe?

b) No entanto, Grujão Jr. não se interessou muito por essa decoração. Assim, Grujão resolveu tornar o móbile mais complexo, utilizando quatro esferas desta vez. Sabendo que a esfera azul ainda tem uma massa de $m = 90$ g, qual deve ser a massa das outras esferas, em gramas, para manter o equilíbrio do móbile?



Solução:

a) Como o sistema está em equilíbrio, a somatória dos torques deve ser zero. Logo,

$$\tau_{azul} + \tau_{vermelho} = m_{azul}g \cdot L - m_{vermelho}g \cdot 2L = 0$$

$$m_{azul} - m_{vermelho} \cdot 2 = 0$$

$$m_{azul} = 2m_{vermelho}$$

$$m_{vermelho} = \frac{m_{azul}}{2}$$

Portanto, sendo $m_{azul} = 90$ g

$$\boxed{m_{vermelho} = 45 \text{ g}}$$

b) Novamente, o sistema está em equilíbrio, então a somatória dos torques também deve ser zero. Entretanto, nesse caso, existem 3 equilíbrios que devem ser satisfeitos:

- Verde e Roxo:

$$\tau_{verde} + \tau_{roxo} = 0$$
$$m_{verde}g \cdot L - m_{roxo}g \cdot 2L = 0$$
$$m_{verde} = 2m_{roxo}$$

- Laranja e sistema Verde + Roxo

$$\tau_{laranja} + \tau_{verde+roxo} = 0$$
$$m_{laranja}g \cdot L - m_{verde+roxo}g \cdot 2L = 0$$
$$m_{laranja} = 2(m_{verde} + m_{roxo})$$
$$m_{laranja} = 6m_{roxo}$$

- Azul e sistema Laranja + Verde + Roxo

$$\tau_{azul} + \tau_{laranja+verde+roxo} = 0$$
$$m_{azul}g \cdot L - m_{laranja+verde+roxo}g \cdot 2L = 0$$
$$m_{azul} = 2(m_{laranja} + m_{verde} + m_{roxo})$$
$$m_{azul} = 18m_{roxo}$$

Sabendo que $m_{azul} = 90$ g , a massa da esfera roxa é:

$$m_{roxo} = \frac{m_{azul}}{18}$$
$$\boxed{m_{roxo} = 5 \text{ g}}$$

Então, a massa da esfera verde é

$$m_{verde} = 2m_{roxo}$$
$$\boxed{m_{laranja} = 10 \text{ g}}$$

E, a massa da esfera laranja é

$$m_{laranja} = 6m_{roxo}$$
$$\boxed{m_{laranja} = 30 \text{ g}}$$