OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA

Prova Seletiva 1 - SOIF / 2025

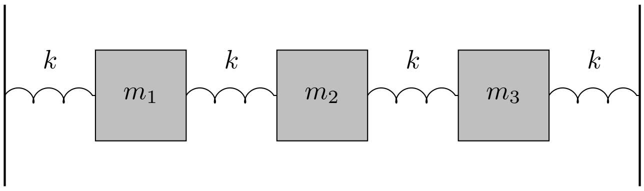
28 de setembro de 2024

INSTRUÇÕES

1. A prova é composta por 5 questões. Sem contar essa folha de rosto, ela contém 6 páginas.
2. A duração da prova é de 5 horas ininterruptas. **O tempo de prova começa no instante de acesso ao caderno de questões.**
3. **Todas as respostas devem ser justificadas**, ou seja, a resolução da questão compreendida pelas principais etapas que levam às respostas deve ser apresentada.
4. **As resoluções devem escritas de próprio punho** em folhas inicialmente em branco (não use editores de texto). É permitido apenas o uso de caneta, de cor **azul ou preta**, lápis preto de traço forte, régua e calculadora **não programável**.
5. As folhas com a resolução de cada questão devem ser escaneadas no formato PDF. Um documento PDF (documento resposta) para cada questão.
6. Cada documento resposta deve ser enviado (submetido) através da correspondente interface de respostas em `https://app.graxaim.org/soif/2025`.
7. Quando um documento resposta é enviado a questão é considerada respondida. Não é possível enviar um documento para substituir outro já enviado.
8. Você pode responder as questões (enviar os documentos) em qualquer ordem. **Atenção para não enviar o documento resposta de uma questão no lugar de outra.**
9. Durante a prova, é permitido o uso de celular ou computador **apenas** para acessar o site `https://app.graxaim.org/soif/2025`, ou para trocas de mensagens com os coordenadores da SOIF através do endereço equipeobf@graxaim.org. **Todos os demais usos (aplicativos gráficos e numéricos, consultas, busca na internet, etc) são proibidos.**
10. Questões enviadas após do 5 horas do início da prova (acesso ao caderno de questões) não serão avaliadas, apesar do sistema aceitar a submissão normalmente.

Q1 - Oscilações acopladas (10 pontos)

Três massas $m_1 = m_2 = m_3 = m$ estão conectadas em uma linha reta por quatro molas idênticas de constantes elásticas k. As extremidades das molas mais à esquerda e mais à direita estão fixas em duas paredes, como mostrado na figura abaixo. Os corpos estão livres para se movimentar apenas na direção horizontal.



Denote por x_1, x_2 e x_3 as posições de cada uma das massas, respectivamente, a partir da posição de equilíbrio do sistema $(x_1,x_2,x_3) = (0,0,0)$ na qual as molas encontram-se no seu comprimento natural. Faça o que se pede nos itens a seguir.

a.	Determine as equações diferenciais que descrevem a variação de x_1, x_2 e x_3 com o tempo.	2,0pt

b.	Determine a energia elástica U armazenada no sistema para uma configuração na qual as massas encontram-se em posições genéricas x_1, x_2 e x_3.	2,0pt

Uma oscilação qualquer das massas pode não ter uma frequência bem definida, mas sempre pode ser descrita como a superposição de três modos de oscilação com frequências angulares distintas, dadas por $\omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_3$. Essas frequências angulares podem ser escritas convenientemente em função de $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

c.	Determine os valores de ω_1, ω_2 e ω_3 em função de ω_0.	6,0pt

Q2 - Transferência de órbitas (10 pontos)

Um satélite de massa m encontra-se inicialmente em órbita circular C_1, de raio R, ao redor da Terra. Nesse problema, discutiremos como realizar a transferência do satélite dessa condição inicial para uma nova órbita circular C_2, de raio $2R$. Denote a massa da Terra por M. Considerando a órbita inicial do satélite, responda aos itens a seguir.

a.	Determine a velocidade orbital v do satélite na órbita C_1.	1,0pt

b.	Determine a energia E do satélite na órbita C_1. Adote o referencial de energia potencial gravitacional no infinito.	1,0pt

Para realizar a transferência de órbita desejada, dispomos de dois incrementos de velocidade impulsivos capazes de gerar uma variação $\Delta\vec{v}$ durante um intervalo de tempo muito menor do que o período de revolução do satélite. O primeiro impulso faz com que o satélite saia de sua órbita circular original e passe a descrever uma órbita elíptica E.

A seguir, em um determinado instante, um segundo impulso é acionado, a fim de transferir o satélite da órbita elíptica de transferência para a nova órbita circular desejada, C_2. Considere os impulsos ocorrem sempre na direção tangencial às trajetórias e são tais que o consumo de combustível é o menor possível.

c.	Determine o semi-eixo maior, a, da órbita E.	1,5pt

d.	Determine a energia E do satélite na órbita E.	1,5pt

e.	Determine o impulso Δv_1 do primeiro impulso.	3,0pt

f.	Determine o impulso Δv_2 do segundo impulso.	2,0pt

Q3 - Trocador de calor (10 pontos)

Neste problema, analisaremos um modelo simplificado de um trocador de calor entre fluidos. O trocador é composto de uma placa metálica muito fina de espessura w, largura L e semi-infinita no eixo $\hat{x}$. Acima da placa metálica passa um filme de água quente, e, abaixo, um filme de água fria. Ambos os fluxos de têm uma velocidade constante $\vec{v} = v\hat{x}$, e uma espessura pequena h.

Se a água quente entra no trocador (em $x = 0$) a uma temperatura T_1^0, e a água fria a uma temperatura T_2^0, o efeito do trocador é conduzir calor entre os fluidos e levá-los a um equilíbrio térmico ao longo do eixo x. Neste problema, estudaremos este fenômeno e a dependência das temperaturas de cada fluido em função da coordenada x.

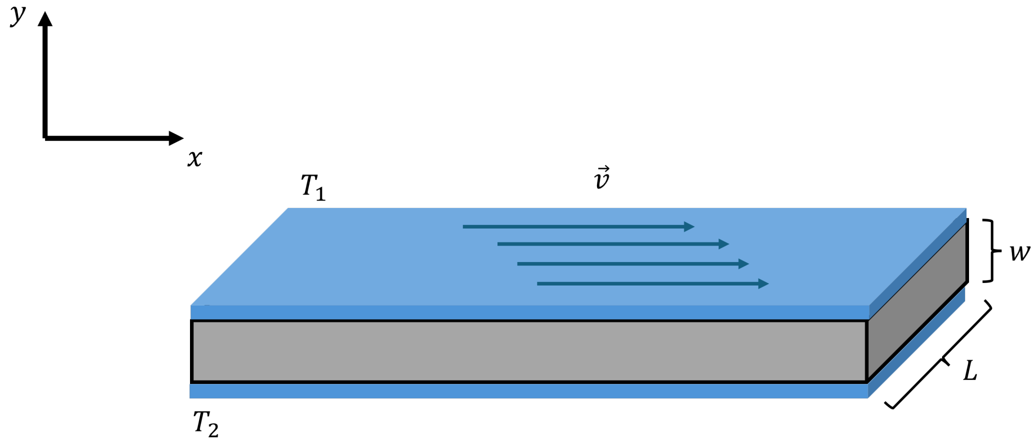


Figura 1: Movimento dos dois filmes de água nas duas faces da placa metálica.

Assumiremos que os filmes de água encontram-se em equilíbrio hidrodinâmico e que são suficientemente finos tal que sua temperatura depende apenas da coordenada x (e não de y). Dessa maneira, seja $T_1(x)$ a temperatura da face superior da placa, e $T_2(x)$ a temperatura da face inferior da placa. Seja ainda k a condutividade térmica do metal, ρ a densidade da água, e c sua capacidade térmica.

Considerando a condição de escoamento estacionário, faça o que se pede nos itens a seguir.

a.	Determine o valor de $T_1(x) + T_2(x)$ em função de T_1^0 e T_2^0 .	2,0pt
b.	Determine uma expressão para a diferença de temperatura entre os fluidos $$\theta(x) = T_1(x) - T_2(x)$$ em função da coordenada x.	7,0pt
c.	Determine $T_1(x)$ e $T_2(x)$ em função dos dados fornecidos no enunciado.	1,0pt

Q4 - Interferência por espelhos (10 pontos)

Considere o experimento de interferência ilustrado na Figura 2. No aparato experimental dispomos de uma fonte de luz pontual no ponto F, dois espelhos levemente inclinados com respeito à direção vertical articulados no ponto E, e um anteparo vertical em T. No anteparo, observaremos um padrão de interferência na intensidade da luz $I(y)$. Nesta questão, estudaremos este fenômeno e a função $I(y)$.

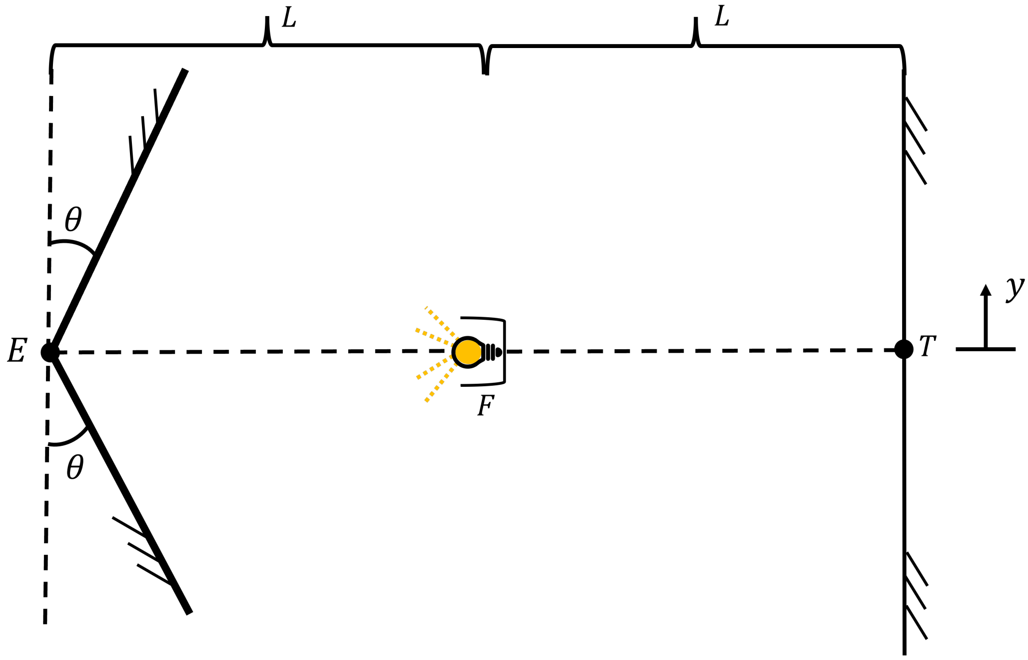


Figura 2: O aparato experimental. Na figura, a luz da fonte F está sendo parcialmente obstruída, e só pode incidir no anteparo incidindo primeiramente nos espelhos.

Considere que os espelhos estão inclinados a um ângulo θ, a distância entre a fonte F e o ponto E é L, a distância entre F e a tela T também é L e que o comprimento de onda da luz emitido pela fonte é λ. Assumiremos que $y \ll L$, e que o ângulo θ é pequeno suficiente para que podemos desconsiderar múltiplas reflexões da luz nos espelhos.

Sempre que for solicitado uma expressão da intensidade $I(y)$, forneça como resposta uma função que considere a intensidade máxima observada igual a I_{max}.

a.	Assumindo que a fonte de luz está sendo parcialmente obstruída como na Figura 2, tal que a luz da fonte F só pode incidir na tela através de uma reflexão nos espelhos, encontre a intensidade da luz na tela $I(y)$ em funcão de y.	3,0pt

b.	Agora, remova a obstrução sobre a fonte de luz F, tal que a luz pode incidir na tela ambos com e sem reflexão nos espelhos. Encontre $I(y)$.	4,0pt

c.	Para a situação sem obstrução do item **b.**, calcule para quais valores de y a intensidade $I(y)$ é máxima e mínima, e o valor da intensidade nestes pontos. Também esboçe um gráfico de $I(y)$.	3,0pt

Q5 - Óptica do arco-íris. (10 pontos)

Arco-íris surgem porque as gotas de chuva espalham a luz, preferencialmente em certas direções. Esse efeito de focalização resulta em um céu mais brilhante em determinada região, e esse brilho é o que chamamos de arco-íris. As cores do arco-íris são causadas pelas diferenças nos índices de refração da água para diferentes comprimentos de onda.

Parte I - Arco-íris primário (6,0 pontos)

Considere um raio de luz incidindo na superfície de uma gota de chuva, formando um ângulo genérico ϕ com a horizontal. Suponha que o índice de refração da água seja igual a $\frac{4}{3}$ e que as gotas de chuva sejam perfeitamente esféricas. O raio de luz é refratado, formando um ângulo β com a direção radial da gota, conforme mostrado na figura a seguir.

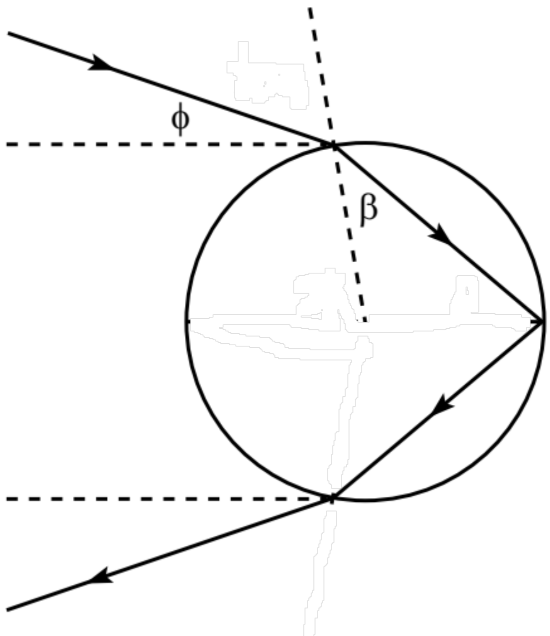


Figura 3: Esquema de uma reflexão total no interior de uma gota de chuva.

O ângulo de refração, β, dependerá do índice de refração específico de cada cor. Na figura acima se mostra o caso em que o raio refratado, após sofrer uma reflexão total interna na superfície posterior da gota, acaba sofrendo uma segunda refração e emerge da gota para o ar novamente.

a. Mostre que a equação que relaciona os ângulos ϕ e β é — 3,0pt

$$\phi = 2\beta - \arcsin\left(\frac{4}{3}\sin\beta\right)$$

Note que, β não pode ser maior do que $\arcsin\frac{3}{4}$, já que levaria a um valor de seno superior a 1. Este valor de β resulta no ângulo crítico para a interface ar/água.

b. Nesta equação podemos perceber que o ângulo ϕ tem um máximo para certo valor de $\beta_{\phi_{max}}$. Encontre esse ângulo e o valor de ϕ_{max} correspondente. — 3,0pt

Parte II. Arco-íris secundário (4,0 pontos)

Um segundo arco-íris pode ser formado a partir de duas reflexões internas totais na gota, antes de o raio sofrer a segunda refração. O resultado é um arco-íris invertido, ou seja, com as cores na ordem contrária. Este fato se explica porque a função $\phi(\beta)$ agora possui um mínimo em $\beta_{\phi_{min}}$.

c.	Encontre a nova expressão de $\phi(\beta)$, assim como β_{min} e $\phi(\beta_{min})$.	2,0pt

d.	Qual é o desvio angular total do raio refratado em relação ao incidente?	2,0pt