PROVA TEÓRICA 2

SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS

OLIMPÍADAS INTERNACIONAIS DE 2021

Instruções Gerais

1. Cada aluno deve enviar um arquivo único no formato PDF pelo Classroom da seletiva;
2. O título do arquivo deverá seguir a formatação: " 'Nº aluno' - P2". Por exemplo, se seu número é 19, envie o arquivo com título "19 - P2";
3. As soluções de duas ou mais questões não podem estar em uma mesma página;
4. No canto superior esquerdo de TODAS as páginas informe: "Nº aluno - Q(Nº questão) ". Por exemplo, "19 - Q1", e no canto inferior direito informe o número da página, por exemplo, "p.1";
5. A duração da prova é de 3 (três) horas e meia e o tempo extra para escanear é de 20 (vinte) minutos, sem possibilidade de tempo adicional, a não ser em casos de imprevistos;
6. A prova é composta por 10 questões (totalizando 300 pontos), divididas nas seguintes categorias:
   - Questões Curtas - **5 questões**, sendo uma valendo 6 pontos, duas valendo 10 pontos e duas valendo 12 pontos.
   - Questões Médias - **2 questões**, sendo uma valendo 20 pontos e uma valendo 25 pontos.
   - Questões Longas - **3 questões**, sendo uma valendo 55 pontos e duas valendo 75 pontos.
7. A prova é individual e sem consultas. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada na página 2, assim como no Classroom da seletiva;
8. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas/com acesso a internet;
9. As resoluções das questões, numeradas de 1 a 10, podem ser feitas a lápis (bem escuro) ou caneta e devem ser apresentadas de forma clara, concisa e completa. Faça um retângulo ao redor da resposta de cada item. Recomendamos o uso de borracha, régua e compasso;
10. Você pode utilizar folhas de rascunho para auxiliar no processo de resolução da prova, mas elas não devem ser entregues no formulário.

Instruções Específicas

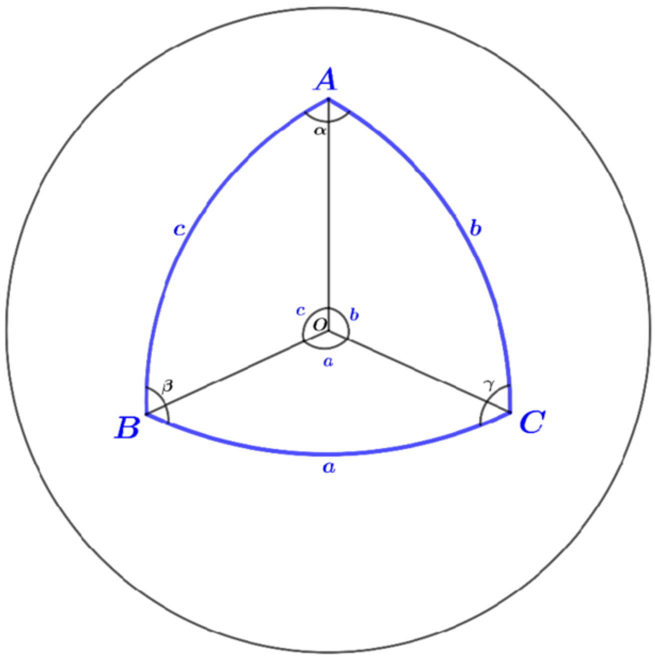
1. Só serão aceitos arquivos em pdf. Em caso de dúvidas, leia o passo a passo da OBA de como escanear suas soluções disponível no Classroom;
2. Os alunos só poderão se comunicar com o fiscal de sua sala por meio do chat da plataforma Zoom. São vedadas quaisquer dúvidas em relação ao conteúdo da prova;
3. Ao terminar a prova, avise o fiscal de sala pelo chat da plataforma Zoom e aguarde por instruções;
4. Os microfones deverão permanecer fechados a todo tempo. O estudante deve manter dois equipamentos conectados a sua sala zoom durante o curso da prova, de forma que possa ser visto durante toda sua duração;
5. O uso de aparelhos celulares ou câmeras fotográficas só são permitidos enquanto o aluno realiza o scan de suas soluções;
6. Para questões em branco, escreva no topo da questão subsequente "Pulei a questão anterior".

Tabela de Constantes

Massa ($M_\oplus$)	$5,98 \cdot 10^{24}\ kg$	**Terra**
Raio ($R_\oplus$)	$6,38 \cdot 10^{6}\ m$	
Aceleração da gravidade superficial ($g_\oplus$)	$9,8\ m/s^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23°27'$	
Ano Tropical	$365,2422$ dias solares médios	
Ano Sideral	$365,2564$ dias solares médios	
Albedo	$0,39$	
Dia sideral	$23h\ 56min\ 04s$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22}\ kg$	**Lua**
Raio	$1,74 \cdot 10^{6}\ m$	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^{8}\ m$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14°$	
Albedo	$0,14$	
Magnitude aparente (lua cheia média)	$-12,74\ mag$	
Massa ($M_\odot$)	$1,99 \cdot 10^{30}\ kg$	**Sol**
Raio ($R_\odot$)	$6,96 \cdot 10^{8}\ m$	
Luminosidade ($L_\odot$)	$3,83 \cdot 10^{26}\ W$	
Magnitude Absoluta ($\mathcal{M}_\odot$)	$4,80\ mag$	
Magnitude Aparente ($m_\odot$)	$-26,7\ mag$	
Diâmetro Angular	$32'$	
Velocidade de Rotação na Galáxia	$220\ km\,s^{-1}$	
Distância ao Centro Galático	$8,5\ kpc$	
Diâmetro da pupila humana	$6\ mm$	**Distâncias e tamanhos**
Magnitude limite do olho humano nu	$+6\ mag$	
$1\ UA$	$1,496 \cdot 10^{11}\ m$	
$1\ pc$	$206.265\ UA$	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$	**Constantes Físicas**
Constante Universal dos Gases (R)	$8,314\ N \cdot m \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$	
Constante de Planck (h)	$6,63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-2}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8\ km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	$3,0 \cdot 10^{8}\ m/s$	
Massa do Próton	$938,27\ MeV \cdot c^{-2}$	
$\lambda_{H\alpha}$ medido em laboratório	$656\ nm$	

Formulário

- Para um Triângulo Esférico:



Lei dos senos:

$$\frac{sen(a)}{sen(\alpha)} = \frac{sen(b)}{sen(\beta)} = \frac{sen(c)}{sen(\gamma)}$$

Lei dos cossenos:

$$cos(a) = cos(b) \cdot cos(c) + sen(b) \cdot sen(c) \cdot cos(\alpha)$$

- Critério de resolução de Rayleigh:

$$\theta_{min} \approx 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

- Pressão de radiação (reflexão perfeita e ângulo de incidência nulo):

$$P = \frac{2F}{c}$$

sendo F o fluxo de radiação e c a velocidade da luz

- Efeito Doppler Clássico:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_{rad}}{c}$$

- Primeira Equação de Friedmann:

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{\Omega_{r,0}}{a^4} + \frac{\Omega_{m,0}}{a^3} + \Omega_{\Lambda,0} + \frac{1 - \Omega_{r,0} - \Omega_{m,0} - \Omega_{\Lambda,0}}{a^2}$$

- Relação Massa-Luminosidade:

$$\begin{cases} \dfrac{L}{L_\odot} \approx 0,23 \left(\dfrac{M}{M_\odot}\right)^{2.3}, \ (M < 0,43M_\odot) \\ \dfrac{L}{L_\odot} \approx \left(\dfrac{M}{M_\odot}\right)^{4}, \ (0,43M_\odot < M < 2M_\odot) \\ \dfrac{L}{L_\odot} \approx 1,4 \left(\dfrac{M}{M_\odot}\right)^{3.5}, \ (2M_\odot < M < 55M_\odot) \\ \dfrac{L}{L_\odot} \approx 32000 \left(\dfrac{M}{M_\odot}\right), \ (M > 55M_\odot) \end{cases}$$

Questões Curtas

1. **Quisso? A Giulia Sumiu! (6 pontos)** Certo dia, Giulia resolve ir à praia. Contudo, ela se perde no meio do caminho durante a madrugada e repara que seu relógio marca 6h32min no nascer do Sol, enquanto espera por ajuda. Sabendo que ela se encontra no hemisfério Sul, qual a longitude que devemos ir resgatar Giulia?
Dados: O ângulo horário (H) do Sol em seu nascer era -80° e o horário civil de Giula é -3 GMT.

2. **Estrela Polar (10 pontos)** Em suas férias, Shell decide viajar para Roma ($\phi = 41,9^\circ$ N e $\lambda = 12,5^\circ$ L). Certo dia, ele decide observar uma estrela perto do polo que possui magnitude 6 quando no zênite de um observador qualquer. Qual a magnitude com a qual ele enxerga a estrela, sabendo que a maior magnitude com a qual ele enxerga a estrela Alkaid ($\alpha =$ 13h 48m, $\delta = 49^\circ\ 19'$, $L = 594 L_\odot$ e $p = 31,4$ mas) é 4,81?

3. **Ocultação de Regulus (10 pontos)** O astrônomo Carrit presencia, de seu observatório em Marília (SP), um fenômeno raro: durante a oposição de Júpiter em relação ao Sol, o gigante gasoso oculta a estrela *Regulus* (αLeo). Considerando as órbitas de Júpiter e da Terra coplanares e circulares, determine qual a distância angular entre Júpiter e *Regulus* medida pelo astrônomo 600 dias após a configuração citada.

   Dica: considere nula a latitude eclíptica da estrela (αLeo). Use, se necessário, que o raio da órbita de Júpiter é $R_J = 5,2\ UA$.

4. **Laser de Raul (12 pontos)** Raul IX é o comandante de um império intergaláctico num superaglomerado muito, muito distante. Como imperador, ele quer controlar os nascimentos de estrelas em certas regiões sob seu reinado. Para esse fim, um time de físicos desenvolveu uma poderosa fonte laser de 10^{35} W (quase uma galáxia!) que energiza nuvens de gás a ponto de não colapsarem em estrelas.

   O teste inicial será em uma nuvem composta por hidrogênio molecular com densidade numérica $n = 10^4$ partículas por $\mathbf{cm^3}$, massa $M = 5 \times 10^2 M_\odot$ e temperatura inicial $T_0 = 10$ K. Tudo estava correndo bem no dia do teste, até que um astrônomo desatento até então percebeu os efeitos da extinção interestelar, e calculou a profundidade óptica da fonte laser até a nuvem: $\tau = 0,82$. Qual o tempo mínimo t que os cientistas devem aplicar o laser na nuvem para terem sucesso no experimento?

   Considere em primeira aproximação que a nuvem não muda de tamanho, absorve toda a luminosidade incidente e esquenta uniformemente. Use também as seguintes expressões para a massa de Jeans e o calor específico molar a volume constante para moléculas diatômicas:

$$M_J = \left(\frac{5k_bT}{G\mu}\right)^{3/2}\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{1/2}$$

$$c_V = \frac{5}{2}R$$

   onde μ é a massa de uma molécula.

5. **Big Crunch (12 pontos)** Juvelino, um astronauta entusiasta, vive em um universo composto apenas por matéria e curvatura não nula e que obedece a métrica $FLRW$. Sabe-se que na atual idade do universo de Juvelino, sua constante de Hubble é dada por $H_0 = 55\ km/s/Mpc$ e que, para o momento em que seu fator de escala era de $a = 0,5$, sua constante de Hubble era dada por $H = 165\ km/s/Mpc$. Demonstre que o universo de Juvelino é fechado e calcule o maior fator de escala a_{max} que seu universo atinge antes que comece a contrair.

Questões Médias

6. **Estrela de Barnard (20 pontos)** Juvelino, em uma bela noite de observação estelar, tem em suas mãos um telescópio refletor $f/4.7$ com distância focal de 1200 mm. Ele deseja mensurar a magnitude da famosa Estrela de Barnard, na constelação de *Ofiúco*.

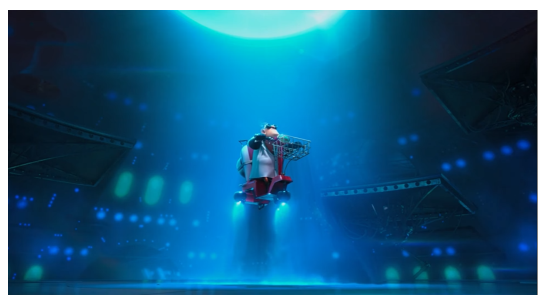
   (a) **(4 pontos)** Calcule a escala de placa do telescópio (em arcsec/mm), bem como o diâmetro de sua objetiva (em mm).

   (b) **(6 pontos)**Primeiro, Juvelino utiliza um método interessante, mas não muito eficiente, para estimar a magnitude da estrela de Barnard. Ele tampa, aos poucos, a objetiva do telescópio até o momento em que a visualização do objeto se torna impossível. Sabendo que a magnitude limite do olho de Juvelino é de $+6$ e que ele precisou tampar cerca de $98,65\%$ da área da objetiva para que tal fenômeno ocorresse, calcule a magnitude de Barnard.

   (c) **(10 pontos)** Nosso herói astronômo, muito curioso, agora deseja descobrir a menor magnitude que a estrela de Barnard atingirá vista a partir da Terra em um futuro distante. Ajude Juvelino e encontre essa magnitude. Desconsidere qualquer fonte de extinção.
   Dados: A distância à estrela de Barnard é $1,827$ pc, seu movimento próprio é de $\mu = 10393$ mas/ano e sua velocidade radial é de $-110,5$ km/s.

7. **Despedida do Doutor Nefário (25 pontos)** No icônico filme *"Meu Malvado Favorito 2"*, Doutor Nefário, após perceber que não levava jeito para produção de geleias, decide contar a Gru que recebeu uma proposta de emprego de outro supervilão. Então, Gru e seus minions decidem realizar uma cerimônia de despedida para o querido companheiro. Findada a homenagem, Dr. Nefário monta em sua mobilete tecnológica e segue em movimento ascendente para sair do laboratório por meio de um orifício no meio da cúpula, como mostram as duas figuras a seguir.

(a) Cerimônia de Despedida.



(b) Movimento Ascendente de Nefário.

Figura 1: Sequência do movimento do personagem. Fonte: Meu Malvado Favorito 2. Direção: Pierre Coffin e Chris Renaud. Produção: Illumination Entertainment. Estados Unidos: Universal Pictures, 2013. 1 DVD (98 min).

Entretanto, o veículo do Doutor é muito lento, fazendo com que o trajeto entre o chão e a parte superior da cúpula leve um longo tempo. Nesse intervalo, ele decide observar as estrelas de um céu limpo (i.e., não existe refração atmosférica) por meio do orifício. O personagem pretende analisar qual a fração de estrelas do céu noturno que ele pode observar durante sua trajetória ascendente. Visando simplificar o problema, considere que a estrutura do laboratório é uma calota esférica, assim como mostra a Figura 2.

Para esta tarefa, Dr. Nefário toma A_v como o número de estrelas dentro de seu campo de visão no intervalo de um ano sideral. Além disso, A_o é o número de estrelas espalhadas por toda a esfera celeste. Sendo assim, a fração de estrelas do céu que ele pode observar em uma dada posição é dada por A_v/A_o.

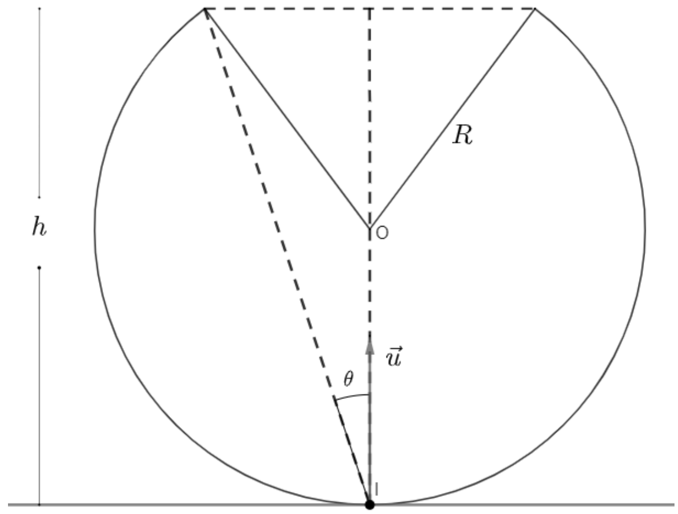


Figura 2: Esquema da cúpula. Considere que θ é o ângulo de abertura visto pelo doutor para um determinado tempo t.

Dados: Velocidade da moto: u. Raio da Cúpula: R. Altura da Cúpula: h. Latitude do local de observação: φ. Considere que as estrelas do céu estão uniformemente distribuídas no espaço. Saiba também que Doutor Nefário começa seu movimento em $t = 0$ a partir do ponto I.

(a) **(4 pontos)** Determine a equação temporal do ângulo de abertura, $\theta(t)$, em função dos dados do problema.

(b) **(1 ponto)** Encontre o valor $\theta(t = 0)$, que é o ângulo de abertura para quando Nefário se encontra no ponto I.

(c) **(20 pontos)** Determine uma expressão para A_v/A_o para $\theta(0) \leqslant \theta \leqslant \pi/2$.
Nota: Considere que $\theta(0) < 90 - \varphi$.

Questões Longas

8. **Férias em Andrômeda - Parte 2 (55 pontos)** Conforme mencionado na questão 1 da lista 3, Bruno decidiu passar suas férias em um planeta desprovido de água e com apenas uma lua em uma estrela na galáxia de Andrômeda. Contudo, ao sentir muita falta do mar, ele começou a imaginar como a lua desse planeta influenciaria as marés na superfície. Por isso, Bruno decidiu determinar uma expressão para calcular a força de maré em um ponto da superfície do planeta em função da anomalia verdadeira da órbita elíptica (Bruno sabia que uma expressão em função do tempo seria muito complicada, por isso ele escolheu a anomalia verdadeira).

   Para simplificar os cálculos, considere que no instante $t = 0$ a lua está no periastro, em sua máxima declinação ao norte e exatamente acima do meridiano de longitude de Bruno. Além disso, considere que a distância entre a lua e o centro do planeta é sempre muito maior que o raio do planeta.

   Todos os itens dessa questão devem ser resolvidos algebricamente em função de constantes físicas e dos seguintes parâmetros:

   - Massa do planeta (M_P)
   - Massa da lua (M_L)
   - Massa de Bruno (m)
   - Raio do planeta (R)
   - Semieixo maior da órbita da lua (a)
   - Excentricidade da órbita da lua (e)
   - Obliquidade da órbita da lua em relação ao Equador do planeta (ε)
   - Latitude de Bruno (ϕ)
   - Anomalia verdadeira (θ)

   Importante: Considere a massa da lua desprezível em relação à massa do planeta.

   Importante: A anomalia verdadeira corresponde ao ângulo entre o periastro o foco com o planeta e a posição da lua, com vértice no foco.

   (a) **(5 pontos)** Determine uma expressão para o valor inicial da força de maré que Bruno sentiria se ele estivesse no ponto da superfície do planeta localizado exatamente abaixo da lua no instante $t = 0$.

   (b) **(15 pontos)** Deduza uma expressão para determinar a distância entre a lua e o centro do planeta (r) em função da anomalia verdadeira.

   Dica: Uma boa estratégia seria escolher um ponto qualquer na elipse e montar um triângulo com esse ponto e dois outros pontos relevantes para a elipse.

   Dica: Lembre-se da definição matemática de uma elipse.

   (c) **(15 pontos)** Outro parâmetro importante é o ângulo α entre Bruno, o centro do planeta e a lua, com vértice no centro do planeta. Determine uma expressão para o valor desse ângulo em função da anomalia verdadeira.

   (d) **(20 pontos)** Deduza uma expressão para calcular a força de maré sobre Bruno em função da anomalia verdadeira. Para simplificar a expressão final, você pode simplesmente utilizar as variáveis r(θ) e $\alpha(\theta)$ sem substituir as expressões dos itens anteriores na sua resposta final.

   As seguintes aproximações podem ser úteis:

   - $(1 + x)^n \approx 1 + xn$ se x << 1.
   - $cos(\theta) \approx 1$ para ângulos muito pequenos.
   - $x + y \approx x$ se x >> y.

   Dica: Decomponha os vetores e trabalhe com cada eixo separadamente.

9. **Modelando a Terra Plana (75 pontos)** Imagine a possibilidade da existência de dois planetas similares à Terra, porém de formatos singulares: um disco preenchido uniformemente (Planeta 5H33L) e um disco oco (Planeta 5H00J1). Sendo os discos completamente planos, podemos imaginar esses dois planetas como possíveis "Terras Planas". Considere que os dois corpos possuem altura H, enquanto 5H33L possui massa específica ρ e 5H00J1 possui massa superficial σ.

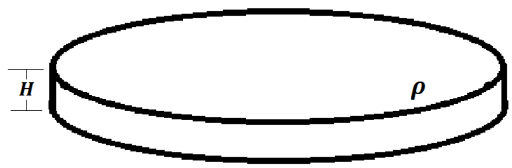


Figura 3: Modelo escolhido para os planetas.

Nessa questão, iremos estudar como o campo gravitacional se comporta nos arrredores dos centros desses objetos. Para isso, assuma que o plano é muito extenso quando comparado a qualquer outra dimensão, desprezando, assim, efeitos de borda. Aqui, você deve utilizar a referência dos sistemas coordenados como o centro de cada planeta, como mostra a figura 4.

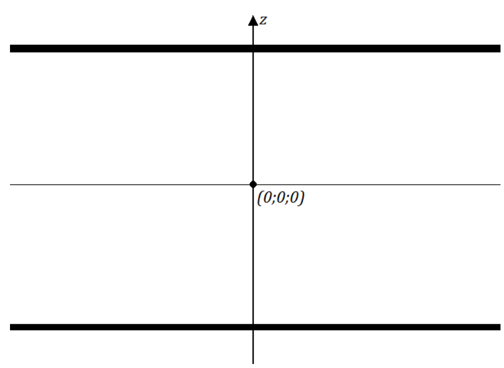


Figura 4: Eixo coordenado indicado para cada disco. Utilize a notação z_S para 5H33L e z_L para 5H00J1.

Tome $g(z)$ a intensidade do campo gravitacional como uma função da coordenada z, ou seja, a distância vertical entre o centro do planeta e o objeto de prova.

Parte A: Modelo de Campo

(a) **(15 pontos)** Encontre o intervalo de valores que $g(z)$ pode assumir para os planetas 5H33L e 5H00J1. Como esses intervalos se diferenciam? Deixe sua resposta em função de constantes físicas, de ρ, σ e z.

Dica: Lembre-se da Lei de Gauss para o campo elétrico, $\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = q/\epsilon$, em que $\epsilon = 1/(4\pi K_e)$, sendo K_e a constante eletrostática do meio. A partir de uma analogia, procure expressar o fluxo do campo gravitacional para calcular o que se pede.

(b) **(5 pontos)** Esboce o gráfico de $g(z)$ em função da coordenada z para cada um dos discos. Qual a principal diferença observada?

(c) **(5 pontos)** Considere que a Terra, 5H00J1 e 5H33L possuem a mesma gravidade superficial. Nesse caso, determine a espessura H_S, sabendo que 5H33L e a Terra possuem mesma densidade. A partir desse resultado, encontre o valor numérico da densidade superficial de 5H00J1, σ.

Dados: Densidade da Terra: $\rho = 5571 kg/m^3$. Raio da Terra: 6370 km.

Parte B: Viagem ao Centro da Terra

Suponha que foi construído um túnel em cada planeta capaz de ligar seus polos internamente, passando, assim, pelos seus centros.

(d) **(12 pontos)** Para estudar como funciona a intensidade desse campo gravitacional, uma equipe de cientistas abandonou uma bolinha no começo de cada túnel. Sendo t_T, t_S e t_L os tempos necessários para que a bolinha vá de um polo até o outro, determine esses valores. Esclareça o tipo de movimento descrito pela bolinha em cada caso, justificando a ocorrência ou não de uma trajetória.

(e) **(30 pontos)** Determine uma equação para o potencial gravitacional, $U(z)$, da Terra, de 5H33L e de 5H00J1 como função da coordenada z. Sua resposta deve ser literal e estar em função de constantes físicas, de ρ, σ e z.

Nota: Para 5H33LL e 5H00J1, adote o potencial gravitacional na superfície como $U_{sup} = 0$. Para a Terra, utilize como referência o infinito para a energia potencial gravitacional nula. Caso necessário, use M para a massa da Terra e R para o seu raio.

Dica (1): É possível escrever uma força conservativa em função do potencial da seguinte forma: $F = -dU/dx$.

Dica (2): Você não precisa de cálculo para resolver a questão: analise os gráficos esboçados no item (A.2) e tire suas conclusões.

Por causa de um defeito nos propulsores de emergência de uma das bolinhas de teste, ela ficou presa a uma distância $H/4$ do centro do planeta 5H33L. Agora os cientistas devem ajustar uma velocidade de lançamento capaz de devolvê-la para a superfície, a fim de realizar os devidos ajustes em seu sistema.

(f) **(5 pontos)** Calcule a velocidade inicial ,v_S, em m/s, necessária para a realização dessa manobra.

(g) **(3 pontos)** Se a bolinha estivesse presa a essa mesma distância, porém na Terra, quantas vezes a velocidade necessária seria maior ou menor para realizar a manobra análoga (ou seja, a partir da mesma distância em relação ao centro terrestre)? Expresse sua resposta na forma v_T/v_S, sendo v_T a velocidade mínima para o lançamento na Terra.

Observação: Exemplo de uso da Lei de Gauss para o Campo Elétrico:

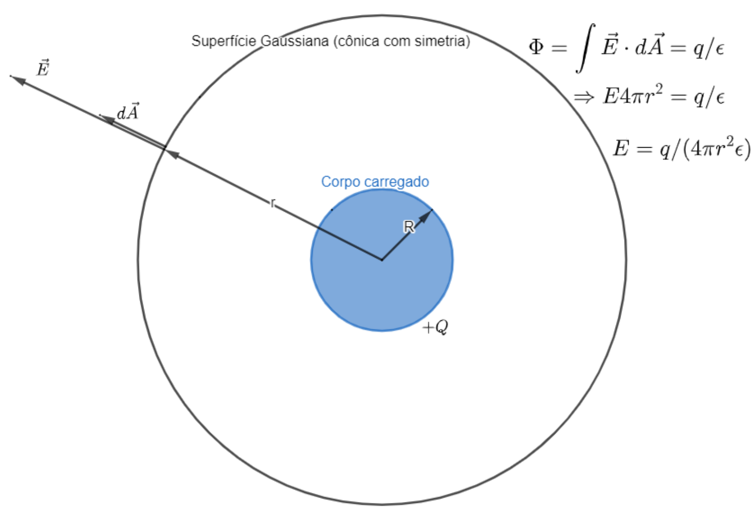
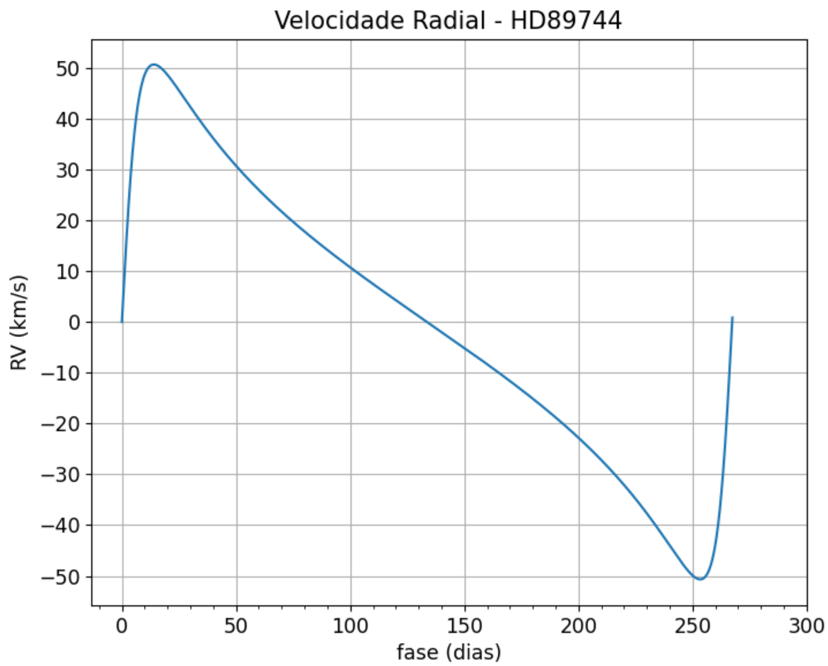
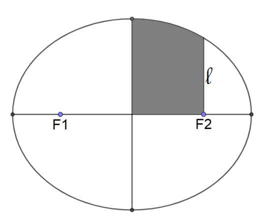


Figura 5: Não é necessário resolver a integral de maneira complexa. A partir de uma superfície gaussiana (superfície fechada e simétrica), o problema é resumido a uma simples soma. No exemplo acima, a soma de cada dA resulta na área da esfera que envolve o corpo carregado.

10. **HD 89744 b (75 pontos)** Para os astrônomos do planeta Kafsh, a curva de velocidade radial da estrela HD89744, localizada fora do sistema kafshminiano, é particularmente intrigante. O exoplaneta de HD89744, HD89744b, é bem conhecido pela comunidade interestelar. Ele possui alta excentricidade e massa de $8,35$ massas de Júpiter. Devido à posição da linha de visada com a órbita, essa excentricidade não se reflete nos máximos e mínimos da intrigante curva, como se pode verificar:

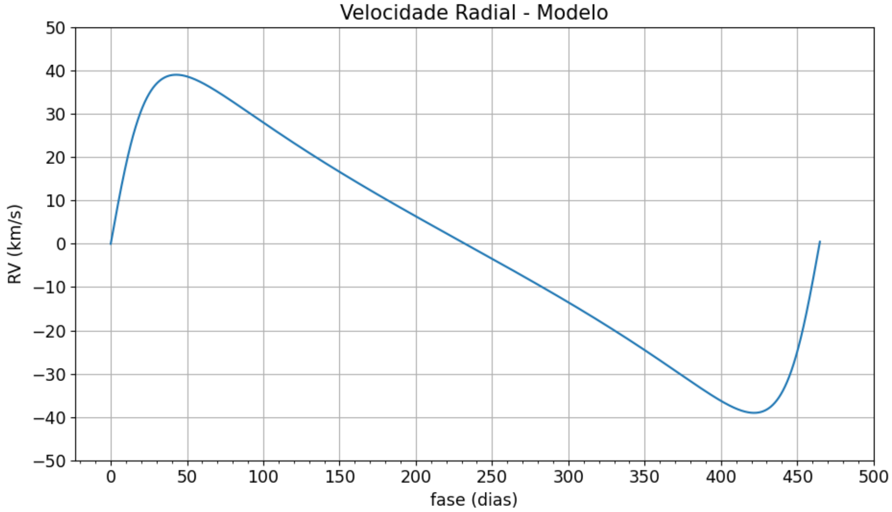


Sabe-se que a magnitude aparente observada da estrela de estudo é $6,65$ e a inclinação da órbita do exoplaneta é $i = 90^\circ$ para os kafshminianos, isto é, trata-se de um sistema eclipsante. Além disso, as velocidades radiais máxima e mínima acontecem nos *semi-latus rectum* da mencionada órbita. Considere a massa de Júpiter como sendo $M_J = 9,5425 \cdot 10^{-4}\ M_\odot$. **Dica**: a área destacada abaixo é igual a $\dfrac{ab}{2}\left(\arcsin(e) + e\sqrt{1-e^2}\right)$.



(a) **(2 pontos)** Qual é o período de translação do exoplaneta ao redor de sua estrela?

(b) **(12 pontos)** Para estudar a situação, os astrônomos produziram um modelo computacional com a mesma configuração do sistema do enunciado, porém com parâmetros arbitrários. Para um certo conjunto-exemplo, obtiveram a seguinte curva:



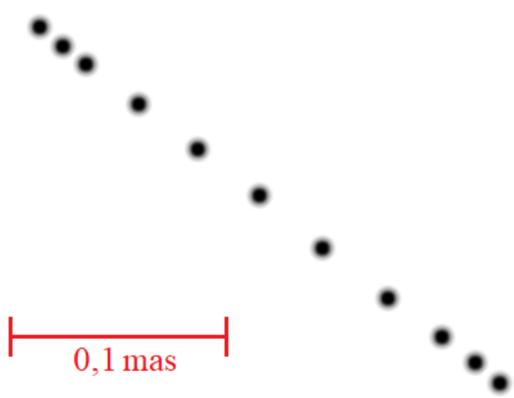
Interprete a situação da órbita de HD89744, bem como a do modelo, e encontre a excentricidade da órbita do sistema estelar de modelo.

(c) **(8 pontos)** Utilizando o procedimento do item (b) na curva real, obteve-se uma excentricidade de 0,677 para a órbita do exoplaneta e sua estrela. Agora, descubra o primeiro instante, em dias, no qual esse planeta passa por um ponto do seu eixo menor.

(d) **(14 pontos)** Determine o semi-eixo maior da órbita de HD89744b, em UA.

(e) **(5 pontos)** Encontre a massa da estrela HD89744, em massas solares.

Após estudos observacionais usando técnicas avançadas de interferometria, os kafshminianos puderam conceber a imagem da estrela HD89744 se movimentando devido ao exoplaneta:



(f) **(10 pontos)** Encontre a distância a HD89744, em pc, calculada pelo povo de Kafsh. Considere que o baricentro do sistema estelar se move apenas na direção radial do observador.

(g) **(12 pontos)** Sabe-se que a vizinhança estelar de Kafsh é bem empoeirada, poluída pela associação galáctica. Descubra a profundidade óptica do meio interestelar entre o planeta kafshminiano e a estrela estudada. Despreze a extinção atmosférica. **Dica**: lembre-se das diferentes maneiras de se encontrar luminosidade. Uma delas o ajudará.

(h) **(12 pontos)** Calcule os valores dos movimentos próprios da estrela, em mas/ano (milissegundos de arco por ano), quando ela estiver passando pelo seu periastro e apoastro.