

TREINAMENTO 1 - PROVA TEÓRICA
TREINO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA
XIV IOAA e XI OLAA de 2020

1 Instruções (leia atentamente)

- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos;
- Há um tempo adicional de 10 minutos para escanear as suas resoluções, compilar o arquivo final e mandar ao e-mail solicitado;
- Garanta que as suas resoluções estejam **visíveis** ao escanear;
- A prova é individual e sem consulta;
- Para resolver a prova, você pode utilizar: uma calculadora científica não programável, a tabela de constantes, caneta, lápis, borracha, folhas de papel em branco e o caderno de questões;
- Uma mesma página deve conter a resolução de apenas uma única questão;
- Identifique corretamente cada página com o número da questão (X) e a sua identificação (Y): QX - NY;
- A prova contém três tipos de questões, totalizando **300 pontos**:
 - **4 questões curtas** valendo 10 ou 15 pontos cada, totalizando **50 pontos**;
 - **4 questões médias** valendo 20 ou 30 pontos cada, totalizando **100 pontos**;
 - **2 questões longas** valendo 70 ou 80 pontos cada, totalizando **150 pontos**.

2 Tabela de Constantes

Massa (M_{\oplus})	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	Terra
Raio (R_{\oplus})	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Aceleração da gravidade (g)	$9,8 \text{ m/s}^2$	
Obliquidade da Eclíptica	$23^{\circ}27'$	
Ano Tropical	365,2422 dias solares médios	
Ano Sideral	365,2564 dias solares médios	
Albedo	0,39	
Dia sideral	$23\text{h}56\text{min}04\text{s}$	
Massa	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$	Lua
Raio	$1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$	
Distância média à Terra	$3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Inclinação Orbital com relação à Eclíptica	$5,14^{\circ}$	
Albedo	0,14	
Magnitude aparente (lua cheia média)	-12,74	
Massa (M_{\odot})	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	Sol
Raio (R_{\odot})	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$	
Luminosidade (L_{\odot})	$3,83 \cdot 10^{26} \text{ W}$	
Magnitude Absoluta (M_{\odot})	4,80 <i>mag</i>	
Diâmetro Angular	0,5 <i>graus</i>	
Velocidade de Rotação na Galáxia	220 km s^{-1}	
Distância ao Centro Galáctico	8,5 <i>kpc</i>	
Diâmetro da pupila humana	6 <i>mm</i>	Distâncias e tamanhos
Magnitude limite do olho humano nu	+6	
1 <i>UA</i>	$1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$	
1 <i>pc</i>	206.265 <i>UA</i>	
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	Constantes Físicas
Constante de Planck (h)	$6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Constante de Boltzmann (k_B)	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-2}$	
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	
Constante de Hubble (H_0)	$67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$	
Velocidade da luz no vácuo (c)	299.792.458 <i>m/s</i>	
Massa do Próton	$938,27 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$	

3 Questões Curtas

1. **(A Grande Aposta - 10 pontos)** Juventino e Carrit estão, cada um em sua nave, em uma órbita circular em torno da Terra cujo raio é igual ao diâmetro do nosso planeta. Eles decidem então apostar uma corrida: quem chegar primeiro à superfície da Terra, vence. Carrit opta por uma transferência de Hohmann com perigeu na superfície do planeta. Juventino escolhe aplicar um impulso de modo que sua nave fique com velocidade nula em relação à Terra e caia em direção ao planeta. Calcule o tempo de viagem de cada um e conclua: quem venceu a corrida?
2. **(Temperatura de Cor Linear - 10 pontos)** O astrocurioso Nathan quer saber a temperatura de uma estrela conhecida como 3, porém precisa trabalhar um pouco com alguns dados. Ele sabe que a estrela 1 tem índice de cor intrínseco $(B - V)_{0,1} = 0,4$ mag e temperatura $T_1 = 6880$ K e a estrela 2 tem $(B - V)_{0,2} = 0,8$ mag e $T_2 = 5280$ K, respectivamente. Também, tinha que para sua estrela 3 $(B - V)_3 = 0,66$ mag e a distância era $d_3 = 314$ pc. Qual foi a temperatura encontrada por Nathan? Considere que para a posição do corpo luminoso no céu, $a_V = 1,00$ mag/kpc, $\frac{A_V}{E_{B-V}} = 3,0$ e a relação entre o índice de cor intrínseco e a temperatura é linear para $0,4 \leq (B - V)_0 \leq 0,8$.

3. **(Sol Verdadeiro - 15 pontos)** Desconsiderando a excentricidade da órbita da Terra, calcule os valores de declinação do Sol verdadeiro nos quais a velocidade angular em ascensão reta do Sol verdadeiro é igual à velocidade angular em ascensão reta do Sol médio. Quantas vezes essas velocidades igualam-se ao longo de um ano trópico?

A velocidade angular em ascensão reta instantânea é definida como a taxa de variação da ascensão reta em relação ao tempo.

4. **(Lugar Geométrico - 15 pontos)** Um fato curioso é que é uma esfera o lugar geométrico dos pontos onde a força gravitacional da Terra tem mesmo módulo que a força gravitacional do Sol. Encontre o raio e o centro dessa esfera. Para tal, considere o seguinte sistema de referência em coordenadas retangulares:

- a origem dos eixos se encontra no centro da Terra;
- as coordenadas do centro do Sol são constantes e igual a $(a, 0, 0)$, em que a é igual à distância Terra-Sol;
- o eixo y aponta para o polo norte eclíptico e o eixo z aponta para o mesmo sentido de movimento da Terra ao redor do Sol.

Suas respostas devem ser algébricas e devem ficar em função de a , M_\odot (massa do Sol) e M_\oplus (massa da Terra). Despreze a atração gravitacional de outros corpos do Sistema Solar.

4 Questões Médias

5. **(Duas Estrelas - 20 pontos)** Considere um sistema binário composto pelas estrelas A e B. Para um observador na Terra, as magnitudes aparentes delas no filtro V são: $V_A = 6,45$ e $V_B = 7,21$. Considere que a estrela mais brilhante é uma estrela semelhante ao Sol. Além disso, assuma que a extinção interestelar equivale a $a_V = 1,00$ mag/kpc e que a profundidade óptica da atmosfera da Terra, no comprimento de onda do filtro V, é de $\tau = 0,480$. Caso necessário, considere que a correção bolométrica do Sol é nula.

- (a) **(6 pontos)** Calcule qual seria a magnitude aparente da estrela mais brilhante desconsiderando apenas a extinção atmosférica.
- (b) **(7 pontos)** Calcule qual seria a magnitude aparente da estrela mais brilhante desconsiderando a extinção atmosférica e a extinção interestelar.
- (c) **(3 pontos)** Calcule a distância do sistema binário à Terra.
- (d) **(4 pontos)** Calcule a magnitude absoluta da estrela menos brilhante
6. **(Telescópios - 20 pontos)** Bruno, Katarine, Lais, Nathan e Shell observaram astros em uma certa noite, cada um com um telescópio. Cada astro só era possível de ser observado por um telescópio que tinha todos os parâmetros necessários para fazer a observação, ou seja, o telescópio de Bruno não poderia observar o astro que estava sendo observado por Shell, assim como o telescópio de Shell não poderia observar o astro que estava sendo observado por Bruno, nem por nenhum dos demais amigos.
- (a) **(12 pontos)** A tabela a seguir apresenta dados de cada telescópio. Faça os cálculos necessários e complete a tabela.

Todos os telescópios eram equipados por um CCD de matriz quadrada, de 1024x1024 pixels, com 20mm de lado

Observador	D(mm)	F(mm)	λ (nm)	θ_R (")	θ_p (")	m_{lim}
Bruno	200	1000	700	0,88		
Katarine		1500	630	0,79	2,69	13,6
Lais	500	1300		0,28	3,10	15,6
Nathan	500		450	0,23	2,37	15,6
Shell	800	2000	400		2,01	16,6

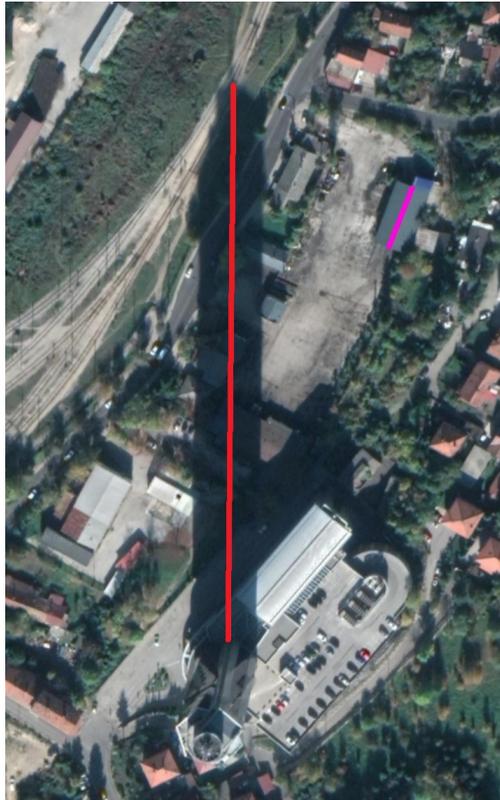
Sendo D o diâmetro do telescópio, F a distância focal, λ o comprimento de onda observado, θ_R o poder de resolução, θ_p a escala de placa e m_{lim} a magnitude limite do telescópio

- (b) **(8 pontos)** A tabela a seguir traz informações sobre três astros. Faça os cálculos necessários e indique quais foram as três pessoas que observaram esses astros (associe cada uma das três pessoas a um dos astros).

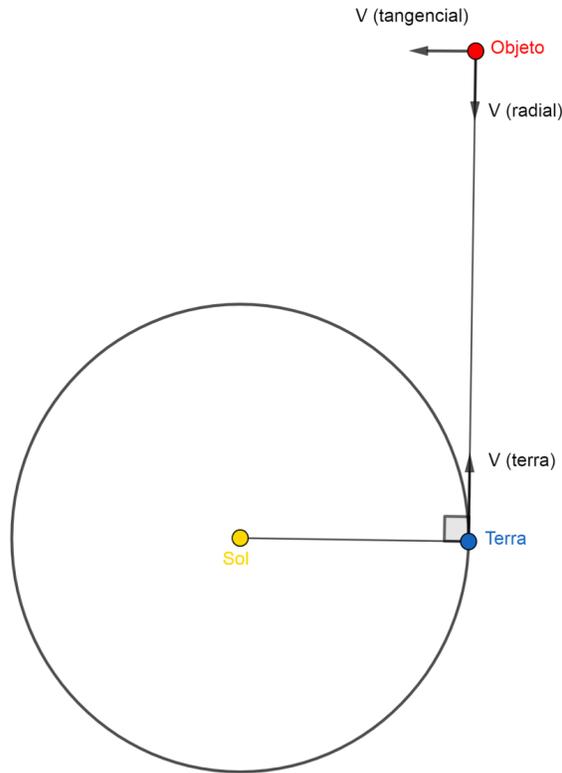
Astro	Descrição
1	Grupo com 30 estrelas, sendo que cada uma delas possui magnitude aparente igual a 18 e ocupa uma região no céu de 45'. Considere todas as estrelas iguais.
2	Sistema binário eclipsante, no qual a separação angular das estrelas é de 0,25" e a magnitude aparente do sistema é igual a 16
3	Estrela dupla, na qual a separação angular entre elas é de 1.3" e essa distância corresponde a $9,5 \cdot 10^{-3} mm$ no sensor da câmera CCD .

Leve em consideração que um telescópio seria considerado apropriado para realizar a observação de um astro se o astro pudesse ser completamente visto no campo angular da matriz e se sua magnitude aparente não ultrapassasse a magnitude limite do telescópio.

7. **(Latitude da Torre - 30 pontos)** A imagem abaixo é uma fotografia via satélite feita de uma torre no Hemisfério Norte. Sabe-se que a imagem foi tirada no dia 08 de outubro de 2019 às 10 h 18 min no horário solar local (desconsidere fuso-horários). A altura da torre é de 150 m (sem se levar em consideração a antena no topo). Sabendo que a linha rosa possui 25 m na escala da figura, e que a razão entre o tamanho da linha vermelha (sombra da torre) e o da rosa é de 8,52, calcule:



- (a) **(10 pontos)** A declinação do Sol no dia em que a imagem foi retirada. Considere que o Equinócio de Setembro se deu no dia 23 de setembro e que o Sol se move com velocidade angular constante no decorrer da Eclíptica.
- (b) **(20 pontos)** A latitude do local da torre.
8. **(Corpo Luminoso - 30 pontos)** Um estranho corpo luminoso foi detectado no céu noturno terrestre! Foi descoberto que este estava a uma distância de $2,40 UA$ da Terra e que sua trajetória pertencia ao plano da Eclíptica. Soube-se, também, que havia um blueshift de $0,0650 nm$ do corpo quando se observava sua emissão em um comprimento de onda de laboratório igual a $524 nm$. Sabendo que, no momento da observação, o movimento aparente do corpo no céu terrestre era de $35,0''/hora$ e que a distância angular entre o corpo e o Sol (visto da Terra) era de $90,0^\circ$, calcule:



- (a) **(5 pontos)** A velocidade do corpo no referencial do Sol em km/s no momento da observação. Considere, para fins de aproximação, que o corpo se encontrava no zênite do observador.
- (b) **(10 pontos)** A distância periélica do corpo em UA . Qual o formato da órbita? Desconsidere a atração gravitacional de qualquer planeta sobre o corpo.
- (c) **(15 pontos)** O intervalo de tempo decorrido (em *anos*) para o corpo ir da posição em que estava quando foi observado até a posição de seu periélio. Explique qualquer aproximação utilizada.

5 Questões Longas

9. **(Juventauro - 70 pontos)** Juvelino é um amante da astrofotografia que passa noites a fio observando o céu. Ele possui um telescópio refletor de diâmetro 40 cm e razão focal $f/9,0$. No jornal astronômico, saiu a notícia que um novo cometa foi descoberto, o qual foi apelidado de Juventauro pelo astrônomo amador. Juventauro possui uma órbita elíptica, praticamente no plano da eclíptica, com *latus rectum* $l = 2,48\text{ UA}$ e excentricidade $e = 0,71$. Ele também se move no mesmo sentido de translação da Terra. Considere que esse cometa possui albedo 1 e é um corpo esférico.
 - (a) **(15 pontos)** Quando o cometa se encontra na sua configuração de menor distância possível em relação à Terra, sua magnitude tem valor 7 mag . Sendo assim, calcule a menor magnitude possível do cometa quando o mesmo se encontra no afélio, por favor.

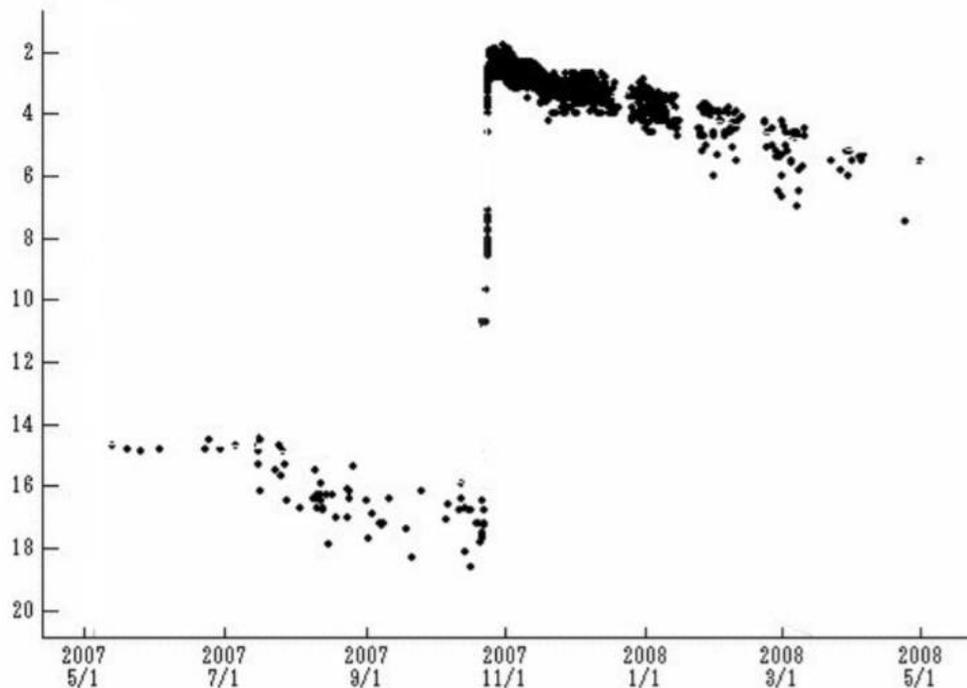
- (b) **(7 pontos)** É possível que Juvelino consiga ver Juventauro quando ele se encontra no afélio? Justifique.

Para conseguir identificar melhor o cometa, Juvelino instalou uma câmera CCD de 2048×2048 pixels, sendo cada pixel um quadrado de lado $9 \mu\text{m}$. O tempo mínimo de detecção da câmera é de 250 s para um objeto com magnitude 19 mag no filtro V.

- (c) **(8 pontos)** O astrônomo conseguiu calibrar perfeitamente o sistema para que o telescópio acompanhe Juventauro no afélio. Na configuração do *item a*, qual o tempo mínimo de exposição necessário para que Juvelino identifique o cometa?
- (d) **(8 pontos)** Na verdade, Juvelino percebeu que o objeto demorou mais do que esperado para ser identificado pelo CCD. Foram exatos 300 s de exposição. Ele já conhecia o tempo teoricamente ideal (calculado no *item c*), porém não sabia o valor da profundidade óptica da atmosfera. Sabendo que o Juventauro se encontra no zênite, ajude-o e calcule esse valor.

Subitamente, quando o cometa se encontra no afélio, sofre uma explosão isotrópica, formando uma grande nuvem de partículas que reflete toda a radiação incidente. O gráfico abaixo foi feito por Juvelino e identifica a mudança de magnitude do cometa, em detrimento da explosão, em função do tempo. Ele já possui correção de extinção atmosférica.

Magnitude do cometa Juventauro em função do tempo



- (e) **(16 pontos)** Sabendo que, no momento da explosão, Juventauro se encontra em oposição, estime a densidade de partículas no dia 1/11/2007. O diâmetro angular da nuvem é $1,83''$. Considere que, nesse caso, a magnitude é proporcional à área de reflexão, a densidade é pequena o suficiente para que as partículas não se sobreponham e a distribuição de partículas na nuvem é isotrópica.

Aconteceu algo bem interessante. Algumas partículas, após a explosão, ficaram estáticas em relação ao Sol. Para o item posterior, assumamos que a radiação é totalmente absorvida por essas partículas estáticas, que elas são esféricas e possuem densidade $\rho = 5,75 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$ e que o Sol emite monocromaticamente em $\lambda = 500 \text{ nm}$. Despreze a atração gravitacional da própria nuvem e de planetas.

(f) **(16 pontos)** Calcule o diâmetro delas. Se esse diâmetro fosse duplicado, o que aconteceria?

10. **(Desaparecimento de Polaris - 80 pontos)** Polaris ($\alpha \text{ UMi}$) subitamente desapareceu! Nathan, Katarine e Lais, astrônomos de ponta, começam um intenso debate: qual o melhor método para determinar a posição do Polo Celeste Norte? Cada um propõe um procedimento distinto.

- (a) **(5 pontos)** Ao aplicar qualquer método, obtemos a posição de um Polo Imaginário. A distância angular entre esse Polo Imaginário e o Polo Celeste real determina o erro atrelado ao método. Sendo assim, calcule o erro do método utilizado antes de Polaris desaparecer. Para tanto, considere que o procedimento mais consagrado era simplesmente tomar Polaris como o Polo Imaginário.
- (b) **(10 pontos)** Nathan sugere um método semelhante ao que utilizamos no hemisfério sul: prolongar a distância entre Circitores ($\varepsilon \text{ UMi}$) e Yildun ($\delta \text{ UMi}$) 1 vez no sentido norte, partindo de Yildun. Obtemos, assim, o ponto PCN1. Calcule o erro do método de Nathan.
- (c) **(10 pontos)** Katarine tem uma ideia parecida: prolongar a distância entre Merak ($\beta \text{ UMa}$) e Dubhe ($\alpha \text{ UMa}$) 5 vezes em direção ao norte, partindo de Dubhe. Obtemos, assim, o ponto PCN2. Determine o erro associado ao método de Katarine.
- (d) **(30 pontos)** Lais foi mais audaciosa: prolongar a distância entre Merak ($\beta \text{ UMa}$) e Dubhe ($\alpha \text{ UMa}$) e também a distância entre Circitores ($\varepsilon \text{ UMi}$) e Yildun ($\delta \text{ UMi}$). O ponto de intersecção entre os dois prolongamentos seria o PCN3. Novamente, determine o erro associado a este método.
- (e) **(5 pontos)** Qual o método fornece um Polo Imaginário mais próximo ao real após o desaparecimento de Polaris?
- (f) **(20 pontos)** Carrit, um pesquisador muito atento, estava observando Polaris em seu observatório particular em South Bend ($\phi = 41,67^\circ$) no momento do "desaparecimento" do astro. Ele notou que no exato instante da culminação inferior da estrela, ela se despreendeu da esfera celeste e continuou seu movimento com velocidade tangencial (constante) perpetuamente. Após um ano, quais as coordenadas de altura e azimute (medido a partir do norte) de Polaris que Carrit medirá em seu observatório? Determine também essas coordenadas após um tempo extremamente longo. Assumamos que a esfera celeste rotaciona e a Terra permanece parada.

Dados:

Estrela	Ascensão Reta	Declinação
$\alpha \text{ UMa}$	11h05m00s	+61°38'24"
$\beta \text{ UMa}$	11h03m05s	+56°16'15"
$\alpha \text{ UMi}$	2h58m15s	+89°21'05"
$\delta \text{ UMi}$	17h25m38s	+86°34'16"
$\varepsilon \text{ UMi}$	16h43m55s	+82°00'00"