



TREINAMENTO 1 - PROVA TEÓRICA
SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA
XIII IOAA e XI OLAA de 2019

NOME:

PROVA TEÓRICA
CADERNO DE QUESTÕES

Instruções

- A duração da prova é de 4 horas;
- A prova é individual e sem consultas;
- Suas respostas deverão estar nas folhas de respostas correspondentes a cada questão. Use o verso da folha se necessário;
- Os cálculos podem ser a lápis, mas a resposta deve ser a caneta;
- A prova contém três tipos de questões:
 - **8 questões** curtas valendo **1 ponto cada**
 - **4 questões** médias valendo **2 pontos cada**
 - **2 questões** longas valendo **6 pontos cada**
- Questões sem os respectivos cálculos não serão consideradas.

Parte I - Questões Curtas

Questão 1

Um cometa orbita o Sol e as distâncias máxima e mínima do cometa ao Sol valem:

$$r_{\max} = 31,5 \text{ U.A. e } r_{\min} = 0,5 \text{ U.A.}$$

- Calcule o período orbital deste cometa (T_{cometa});
- Calcule a área varrida pelo raio vetor do cometa por unidade de tempo (Ω = velocidade areal do cometa). Expresse em unidades de (U.A.)²/ano.

Questão 2

Uma espaçonave pousa na superfície de um asteroide com rotação desprezível. O diâmetro do asteroide é $d = 2,0 \text{ km}$ e sua densidade média é $\rho = 2,0 \text{ g/cm}^3$.

Determine se é possível para um astronauta dar uma volta completa, a pé, ao longo do equador do asteroide em $T = 2$ horas.

Questão 3

Um certo telescópio tem um campo de visão de $10' \times 10'$, que é registrado por um chip de CCD de 2048×2048 pixels.

- qual é o ângulo no céu que corresponde a 1 pixel?

O *Seeing* é um termo usado na astronomia para se referir ao efeito distorcido da atmosfera nas imagens de objetos astronômicos e determina a melhor resolução angular possível para uma observação astronômica. Ele é causado pela turbulência atmosférica causando variações de densidade que deformam o caminho óptico percorrido pelos raios de luz de objetos fora da atmosfera, e que faz com que a imagem de uma estrela mude de direção constantemente dentro de um disco chamado de disco de *seeing*. Nas melhores condições de observação este disco tem um diâmetro de 0,4 segundo de arco.

- Neste CCD, qual é o diâmetro, em pixels, de um disco de *seeing* típico de 1 segundo de arco?

Questão 4

Um detector de raios gama, de área igual a $0,5 \text{ m}^2$, observou uma erupção de raios gama (GRB *Gamma Ray Burst*, em inglês) e registrou fótons com um total de 10^8 Joules de energia.

Se esta erupção ocorreu a uma distância de 1000 Mpc, calcule o total de energia liberado, assumindo que a energia foi distribuída igualmente em todas as direções.

Questão 5

A estrela Rigel (β Orion) tem ascensão reta de $5^{\text{h}} 13^{\text{m}} 30^{\text{s}}$.

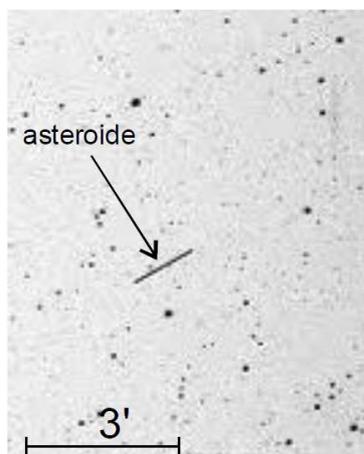
- Qual o tempo sideral quando ela passa pelo meridiano local?
- Você dispõe de um relógio que se adianta $3^{\text{m}} 56^{\text{s}}$ por dia solar. Isso significa que ele pode ser usado como um medidor de tempo sideral e você acertou esse relógio com a estrela Rigel.

Às $08^{\text{h}} 15^{\text{m}} 04^{\text{s}}$ de tempo sideral, dado pelo relógio, uma estrela cruza o meridiano local.

Qual a ascensão reta dessa estrela?

Questão 6

A figura a seguir mostra o caminho que um asteroide deixou em uma chapa fotográfica durante uma noite de observação.



Se assumirmos que o asteroide descreve uma órbita circular heliocêntrica a uma distância de 3,5 U.A., calcule o tempo de exposição da fotografia.

Utilize a escala de placa que está no canto inferior esquerdo.

Use a imagem maior na folha de resposta.

Questão 7

Em 20 de março, uma estrela está em culminação inferior ao mesmo tempo em que o Sol está em culminação superior.

Qual será, aproximadamente, a diferença de ascensões retas entre o Sol e a estrela em 1 de julho?

Questão 8

O satélite WMAP, lançado em 2001 pela NASA, fez detalhadas observações da radiação cósmica de fundo de microondas, a radiação de corpo negro que preenche o Universo e que detectamos hoje à temperatura de 2,73 K. Estas observações permitiram, em particular, estimar o seguinte valor para a constante de Hubble (taxa atual de expansão do Universo): $H_0 \approx 72$ km/s/Mpc.

O Universo tornou-se transparente à radiação cósmica de fundo de microondas na altura em que se tornou neutro – época da recombinação, quando que se formaram os átomos dos elementos leves (hidrogênio, hélio, algum lítio) a partir dos núcleos e dos elétrons que preenchiam o Universo. Nessa época, o Universo era bem mais quente e a radiação cósmica de fundo era, de fato, radiação de um corpo negro à temperatura de cerca de 3000 K. O que acontece é que o comprimento de onda dos fótons dessa radiação é alterado ao longo do seu percurso através de um Universo em expansão, desviando-se para o vermelho e dando origem a uma distribuição de corpo negro que observamos hoje com uma temperatura bastante inferior (os 2,73 K já mencionados). Pode-se pensar neste efeito fazendo uma analogia com o efeito Doppler.

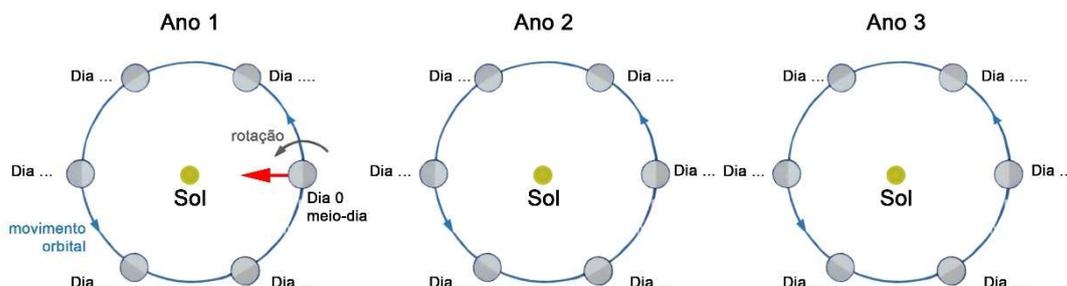
Use a lei de Wien para a radiação de corpo negro para determinar o desvio para o vermelho (*redshift*, z) da época da recombinação.

Parte II - Questões Médias

Questão 9

O esquema abaixo representa a órbita de Mercúrio durante 3 períodos completos de revolução. A seta vermelha representa um observador parado (fixo) na superfície do planeta. No Dia 0 (zero) é meio-dia para o observador e o Sol está diretamente sobre sua cabeça.

Considere que o período de rotação de Mercúrio seja de 59 dias (terrestres) e que seu período orbital seja de 88 dias (terrestres).



- Em cada posição do planeta escreva na linha pontilhada o dia terrestre correspondente (escreva o número inteiro mais próximo);
- Em cada posição do planeta desenhe a seta correspondente ao observador;
- Indique a posição de quando o observador completa seu primeiro dia sideral;
- Indique a posição de quando será meia-noite para o observador;
- Indique a posição de quando será novamente meio-dia para o observador.

Utilize a figura maior do caderno de respostas.

Questão 10

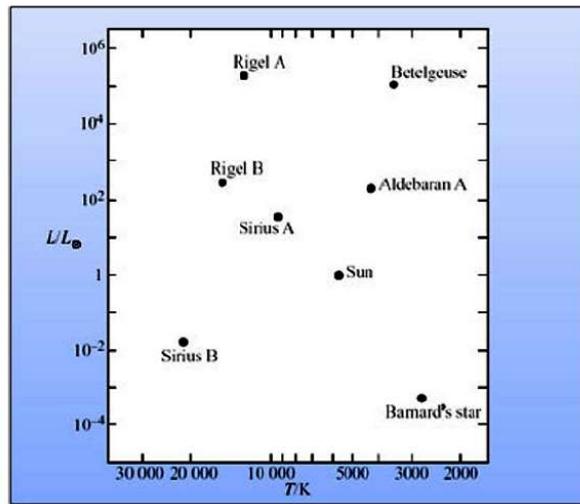
O raio de expansão do remanescente de uma supernova (RSN) é dado por $R = \left(\frac{2E}{\rho}\right)^{1/5} t^{2/5}$, onde ρ é a densidade da matéria do espaço circundante, E é a energia libertada durante a explosão da estrela e t é o tempo de expansão do RSN.

- A velocidade v de expansão do RSN é dada por $v = \frac{d}{dt}(R)$.
Deduz a expressão que relaciona v , R e t , sabendo que: $\frac{d}{dx}(Cx^n) = Cnx^{n-1}$, onde C é uma função que não depende de x .
- Sabendo que o RSN se expande num meio com uma densidade $\rho = 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$ e que $E = 10^{42} \text{ J}$, determine as ordens de grandeza do raio (em pc) e da velocidade (em km/s) do RSN depois de 10^3 e 10^6 anos.
- Faça um comentário sucinto sobre o que se pode concluir relativamente à aceleração da expansão nesse período?

Questão 11

A paralaxe anual da estrela Altair é de $0,196''$ (segundo de arco).

- Quão longe está a estrela do Sol? Expresse o resultado em parsecs;
- Se a magnitude aparente de Altair for $m = +0,8$, quanto é a sua magnitude absoluta M ? (desprezar a extinção devido ao meio interestelar);
- Desprezando a correção bolométrica (ou seja, a diferença entre a magnitude visual e a magnitude bolométrica), determine quantas vezes Altair é mais luminosa em relação ao Sol.
- O seguinte diagrama de Hertzsprung-Russell mostre a localização de várias estrelas conhecidas, incluindo o Sol. Localize aproximadamente neste diagrama a estrela Altair (desenhando uma cruz), supondo sua temperatura efetiva é de cerca de 9000 K. Como é a conhecida a região do diagrama ao qual Altair pertence?



- Considere uma estrela com a mesma temperatura superficial de Altair, mas mil vezes menos luminosa que o Sol. Marque sua posição aproximada no diagrama H-R usando um asterisco. Determine se a estrela é maior ou menor em tamanho que Altair e em que fator (ou seja, quantas vezes maior ou quantas vezes menor).

Questão 12

A magnitude aparente de uma estrela G2 da sequência principal, medida na banda V, no comprimento de onda $\lambda = 550 \text{ nm}$, vale $m_1 = +6,0$ (no limite da sensibilidade da vista a olho nu).

Estime a ordem de grandeza do número de fótons que chegam ao olho de um observador a cada segundo vindos desta estrela.

Considere o diâmetro da pupila $d = 6 \text{ mm}$ e que, em primeira aproximação, toda a radiação que a estrela emite tem $\lambda = 550 \text{ nm}$.

Dica: utilize o fluxo solar como padrão

Parte III - Questões Longas

Questão 13

UTILIZE AS FIGURAS MAIORES NAS FOLHAS DE RESPOSTAS

CEFEIDAS são estrelas supergigantes, de tipo espectral F, G ou K, milhares ou dezenas de milhares de vezes mais luminosas que o Sol. Seus tamanhos e temperaturas superficiais variam periodicamente de maneira bastante regular e previsível, fazendo com que a suas luminosidades variem, sendo conhecidas como ESTRELAS VARIÁVEIS PULSANTES. Cefeidas clássicas, tipo I, apresentam variações em períodos de 1 a 100 dias. A figura 1, abaixo, apresenta a curva de luz do protótipo deste tipo de objeto, Delta Cephei.

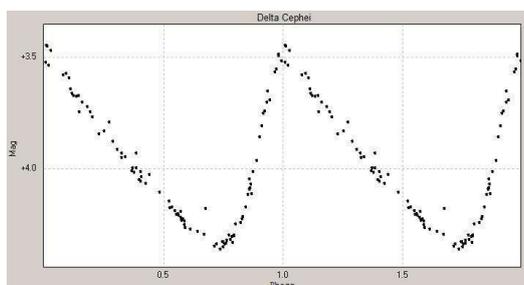


Figura 1: Magnitude versus fase de Delta Cephei. A fase corresponde a um período de 5,37 dias.

Além das cefeidas clássicas, há as cefeidas de tipo II, cujo protótipo é a variável W Virginis, menos luminosas e mais velhas que as primeiras e as variáveis tipo RR Lyrae, ainda menos luminosas e de pulsos mais rápidos.

Em 1908, Henrietta S. Leavitt (1868-1921) descobriu uma relação entre o período de pulsação (P) e a luminosidade (L) das cefeidas (figura 2), o que permitiu obter o módulo de distância de estrelas muito distantes, inclusive de fora da Via Láctea.

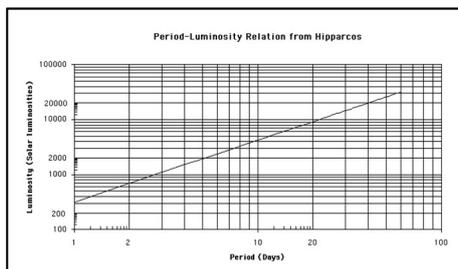


Figura 2: Relação Período-Luminosidade obtida de dados do satélite Hipparcos para cefeidas clássicas (tipo I).

Considere o caso de uma cefeida clássica, localizada no centro da Carta Celeste abaixo (figura 3).

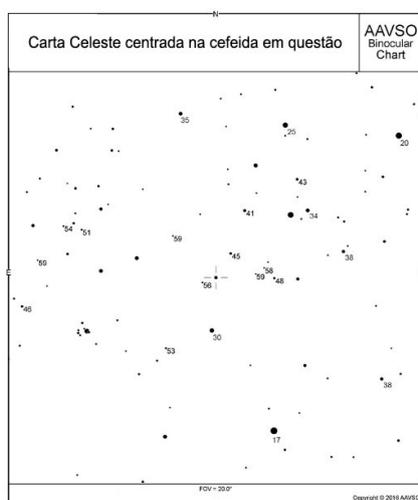


Figura 3: Carta celeste centrada na cefeida clássica. Os números abaixo de algumas das estrelas da Carta indicam os décimos de magnitude visual aparente média da estrela. Ou seja, magnitude 17 décimos é igual à magnitude 1,7.

Sua curva de luz, obtida de dados do site da AAVSO (American Association of Variable Star Observers) é dada na figura 4.

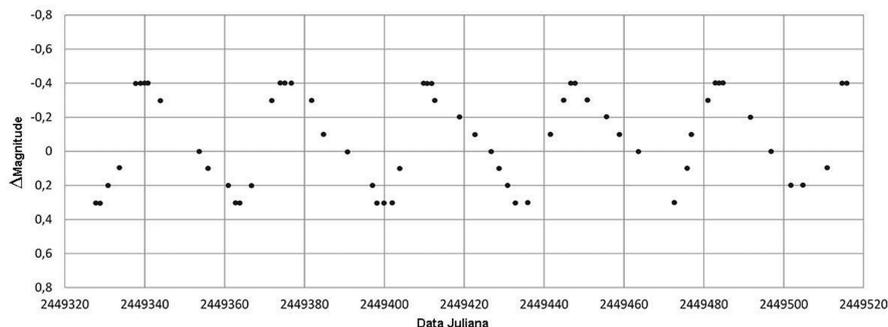
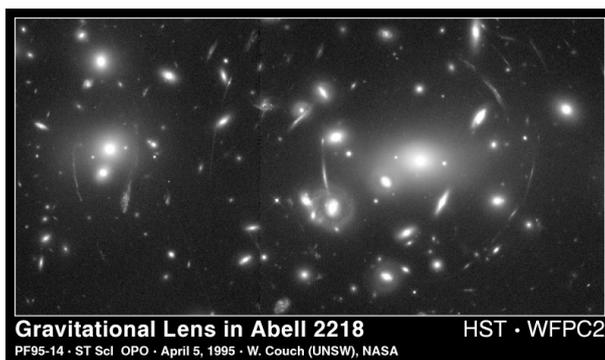


Figura 4: Curva de luz (variação da magnitude versus dias) da variável cefeida (tipo I).

- Com as informações dadas, determine, o mais precisamente possível, a distância ao Sol desta cefeida, em PARSECS. Considere a magnitude absoluta do Sol como $M_{\odot} = +4,83$.
- De acordo com algumas medidas interferométricas, o diâmetro desta cefeida varia de cerca de 160 a 197 vezes o diâmetro do Sol. Supondo que sua temperatura efetiva média é de aproximadamente 5100 K, determine os valores mínimos e máximos de temperatura efetiva durante um período de pulsação.
- Considere que a variação de brilho desta cefeida possa ser acompanhada utilizando um simples binóculo. Calcule a razão entre os valores máximo e mínimo do brilho (fluxo) aparente.

Questão 14

A possibilidade da deflexão da luz por um campo gravitacional foi antecipada por Einstein em 1912, poucos anos antes da Teoria Geral da Relatividade ser publicada, em 1916. Um objeto massivo comporta-se como uma lente clássica. A imagem a seguir traz uma foto do Aglomerado de galáxias Abell 2218, feita pelo Telescópio Espacial Hubble, onde podemos ver este efeito.



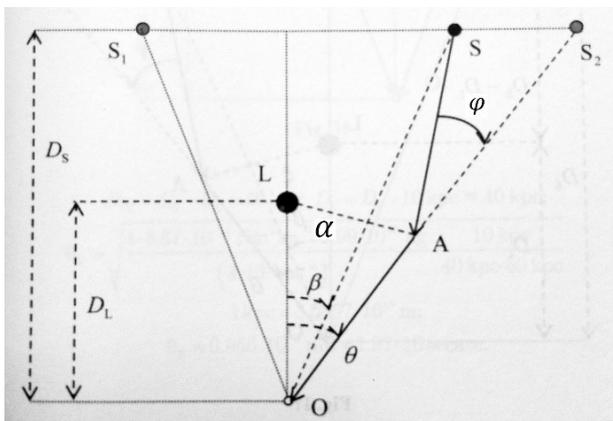
Considere uma lente gravitacional de massa M , simetricamente esférica, e um parâmetro de impacto α , a partir do centro. Neste caso, a deflexão da luz (um ângulo muito pequeno) é dada pela seguinte equação:

$$\varphi = \frac{4GM}{\alpha c^2}$$

Onde G é a Constante Gravitacional Universal e c a velocidade da luz no vácuo.

A figura a seguir traz a geometria da deflexão da luz de uma fonte S , devido a uma lente gravitacional L , que atinge um observador O .

O observador percebe a luz da fonte S como vinda de S_1 e S_2 . Os ângulos φ , β e θ são muito pequenos.



- a) No caso especial em que a fonte está perfeitamente alinhada com a lente e o observador, ou seja $\beta = 0$, a imagem da fonte será um anel conhecido por Anel de Einstein.

Mostre que o raio angular deste anel, θ_E , é dado pela expressão:

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_S - D_L}{D_L D_S}}$$

- b) Considere que a distância da Terra (observador) até a estrela fonte, no caso do perfeito alinhamento, seja $D_S = 50$ kpc, e que a distância da estrela até a lente seja $D_{SL} = 10$ kpc.

Calcule o raio do Anel de Einstein (θ_E) formado por uma lente gravitacional cuja massa seja igual a massa do Sol ($M = M_{\text{Sol}}$). Dê sua resposta em milissegundos de arco (*mas*).

- c) Avalie se o Telescópio Espacial Hubble tem resolução espacial para ver este Anel. Considere o diâmetro do seu espelho $\varnothing = 2,4$ m e $\lambda = 550$ nm.

Dicas:

- Comece com uma solução geral (ou seja, $\beta \neq 0$) e depois convirja para o caso especial $\beta = 0$. Consulte a figura. Como φ , β e θ são ângulos muito pequenos, o ponto de flexão está muito próximo da lente e quase à distância D_L do observador.
- Utilize a geometria do problema e a aproximação trigonométrica para pequenos ângulos.