



**TREINAMENTO 2 - PROVA TEÓRICA**  
**SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA**  
**XII IOAA e X OLAA de 2018**

Nota Final \_\_\_\_\_

---

NOME:

**PROVA TEÓRICA**  
**CADERNO DE QUESTÕES**

**Instruções**

- A duração da prova é de 4,5 horas;
- A prova é individual e sem consultas;
- Suas respostas deverão estar nas folhas de respostas correspondentes a cada questão. Use o verso da folha se necessário;
- Os cálculos podem ser a lápis, mas a resposta deve ser a caneta;
- A prova contém três tipos de questões:
  - **10 questões** curtas valendo **1 ponto cada**
  - **8 questões** médias valendo **2 pontos cada**
  - **2 questões** longas valendo **5 pontos cada**
- Questões sem os respectivos cálculos não serão consideradas.

## Parte I - Questões Curtas

### Questão 1

A precessão dos equinócios é a variação da orientação do eixo de rotação terrestre, cuja projeção na esfera celeste descreve uma circunferência imaginária com período de cerca de 26000 anos. Em 2100 a projeção do eixo da Terra na esfera celeste apresentará a menor distância da que chamamos de "estrela polar" ( $\alpha$  Ursae Minoris), que terá declinação  $\delta_{\text{Polar}2100} = + 89^\circ 32'$ .

Entretanto, em 2800 a.C. quem ocupava esta posição de "estrela polar" era Thuban ( $\alpha$  Draconis). Naquela época, sua declinação era  $\delta_{\text{Thuban-2800}} = + 89^\circ 48'$ .

Considerando que, no ano 2000, as declinações das duas estrelas foram, respectivamente,  $\delta_{\text{Polar}2000} = + 89^\circ 16'$  e  $\delta_{\text{Thuban}2000} = + 64^\circ 22'$ , calcule qual era a altura máxima, em relação ao horizonte, que a estrela polar atingia em 2800 a.C., para um observador localizado na cidade de Roma ( $\varphi = 41^\circ 53' \text{ N}$ ).

Desconsidere os efeitos do movimento próprio das duas estrelas.

### Questão 2

O 2590 MOURAO é um asteroide do Cinturão Principal, cujo período orbital é de 1309,44 dias. Ele foi descoberto em 22 de maio de 1980, pelo astrônomo belga Henri Debehogne, no Observatório La Silla, no Chile, e recebeu seu nome em homenagem ao astrônomo brasileiro Ronaldo Rogério Mourão, fundador e 1º diretor do Museu de Astronomia e Ciências Afins, descobridor de vários asteroides.

A definição de magnitude absoluta  $H$  para um asteroide é bem diferente da usada para as estrelas. Ela é definida como a magnitude que ele teria a 1 U.A. do Sol e a 1 U.A. de distância, totalmente iluminado (ângulo de fase 0). Podemos imaginar, também, que seria a magnitude do asteroide, a 1 U.A. do Sol, visto por um hipotético observador no centro do próprio Sol.

a) Estime o diâmetro mínimo e máximo do 2590 MOURAO, em quilômetros, sabendo que sua magnitude absoluta vale +12,4. Considere que o albedo geométrico típico dos asteroides do Cinturão Principal varia entre 0,05 e 0,25;

b) Estime a magnitude aparente do 2590 MOURAO. Considere, em primeira aproximação, que sua órbita é circular e ele está em oposição;

### Questão 3

Assumindo,  $\frac{dM}{dt} = \dot{M}$  como a taxa de perda de massa, que é igual a massa por unidade de tempo que atravessa uma casca esférica de espessura  $dr$ , massa  $dM$ , situada na posição  $r$ , onde  $\rho$  é a densidade do fluido e  $v = \frac{dr}{dt}$  a sua velocidade, teremos:

$$dM = 4\pi r^2 \rho dr$$
$$\frac{dM}{dt} = \dot{M} = 4\pi r^2 \rho \frac{dr}{dt} = 4\pi r^2 \rho v$$

Determine a ordem de grandeza ( $10^n$ ) da taxa anual de perda de massa, em termos de massas solares:

a) do vento solar, medido na órbita da Terra;

b) do vento estelar de uma gigante vermelha,

Utilize os seguintes parâmetros:

- para o vento solar ( $n_p \sim 10 \text{ cm}^{-3}$  e  $v \sim 400 \text{ km/s}$ ), onde  $n_p$  é a densidade numérica de prótons.

- para a gigante vermelha ( $n \sim 3 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$ ,  $v \sim 10 \text{ km/s}$  e  $R \sim 10^{14} \text{ cm}$ ), onde  $n$  é a densidade numérica do gás.

#### Questão 4

O fluxo de energia devido aos neutrinos do Sol à distância da Terra é de aproximadamente  $0,4 \text{ W/m}^2$ .

Estime a porcentagem de massa que o Sol perderá, devido à energia emitida na forma de neutrinos ao longo dos próximos 2 bilhões de anos. Suponha que o Sol permaneça estável por todo este tempo.

#### Questão 5

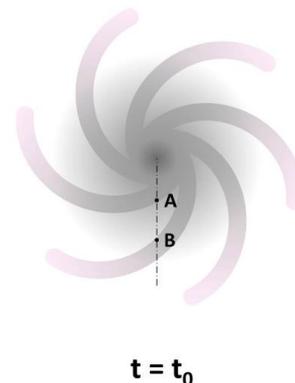
Matéria orgânica - o principal componente da vida - pode ser encontrada no meio interestelar. A nebulosa Sagittarius B2, por exemplo, possui etanol o suficiente para produzir **1028\*** garrafas de Vodka. Imagine que essas garrafas teriam 1,0 l (um litro) de vodka, com teor alcoólico de 60%. Se um mol de etanol (46g) libera 330 kJ quando queimado, por quanto tempo a quantidade de etanol de Sagittarius B2 sustentaria uma estrela com um raio 6 vezes maior do que o raio do Sol, mas mesma temperatura?

Dado: densidade do etanol =  $790 \text{ g/l}$

**\* erro de impressão. O correto é  $10^{28}$  garrafas.**

#### Questão 6

Considere duas estrelas A e B pertencentes à Via Láctea. A primeira estrela está localizada a 6 kpc do centro galáctico e realiza uma revolução completa em torno dele em 180 milhões de anos. A segunda está 10 kpc do centro galáctico e realiza uma revolução completa em torno dele em 240 milhões de anos. Em certo momento  $t_0$  as duas estrelas estão alinhadas com o centro galáctico (imagem ao lado) e a estrela A, vista a partir da estrela B, tem uma magnitude aparente,  $m_A = +15,60$ .



Estime qual será a magnitude aparente da estrela A, vista da estrela B, quando a estrela A tiver feito uma revolução completa em torno do centro galáctico. Suponha que as duas estrelas não sofram qualquer mudança de caráter evolutivo, e que não há nuvens de gás ou poeira interpostas entre elas.

#### Questão 7

O índice de cor é utilizado em astrofísica para estimar quantitativamente a cor de um objeto. É definido como a diferença entre as magnitudes do objeto em diferentes partes do espectro eletromagnético. Por exemplo, o índice de cor V-R é definido como a diferença entre a magnitude  $m_V$  medida na faixa espectral V no centro do espectro visível (luz amarelo-verde) e a magnitude  $m_R$  medida na faixa espectral R, na parte vermelha do espectro.

Considere duas estrelas idênticas. A primeira estrela, localizada em uma área de espaço livre de gás e poeira e tem magnitudes  $m_V = 8,72$  e  $m_R = 9,16$ . A segunda estrela está por trás de uma nuvem de gás e poeira, que absorve 32% da luz na banda V e 9% da luz na banda R.

a) Calcule os índices de cores V-R das duas estrelas;

b) A segunda estrela parece mais azulada ou mais avermelhada do que a primeira? Por quê?

#### Questão 8

Em alguma época do ano é possível observar três estrelas de magnitudes aparentes iguais, cujas coordenadas são:

Estrela 1 ( $\alpha_1 = 6^{\text{h}}30^{\text{m}}^{\text{min}}$ ,  $\delta_1 = +35^\circ 20'$ )

Estrela 2 ( $\alpha_2 = 6^{\text{h}}30^{\text{m}}^{\text{min}}$ ,  $\delta_2 = +34^\circ 40'$ )

Estrela 3 ( $\alpha_3 = 6^{\text{h}}24^{\text{m}}^{\text{min}}$ ,  $\delta_3 = +35^\circ 20'$ )

As estrelas são observadas através de um telescópio de abertura  $D = 200 \text{ mm}$  e relação focal  $f/10$ , em cujo plano focal é colocada uma câmera cujo CCD tem dimensões  $4096 \times 4096$  pixels.

Considere cada pixel de forma quadrada, com  $l_{\text{pix}} = 6,4 \mu\text{m}$  de lado.

a) É possível se obter uma imagem em que a estrela 1 e a estrela 2 apareçam juntas?

b) É possível se obter uma imagem em que a estrela 1 e a estrela 3 apareçam juntas?

Justifique suas respostas.

### Questão 9

Uma gigante vermelha está localizada a uma distância  $d = 32,6$  anos-luz do Sol, a temperatura de sua fotosfera é  $T = 2500$  K e seu raio é igual a 100 vezes o do Sol.

- calcule o brilho total da estrela e seu brilho na banda visível ( $4000\text{Å} < \lambda < 7000\text{Å}$ ), sabendo que neste intervalo ela irradia 3,3% de sua energia total;
- Compare o brilho da estrela com o de uma lâmpada de 100 W que irradia 5% de sua energia total no visível;
- A que distância devemos colocar a lâmpada de modo que ele pareça tão luminosa quanto a estrela aos nossos olhos?

### Questão 10

Chuvas de meteoros associados a cometas.

A Tabela 11 lista os elementos orbitais de cometas periódicos associados com chuvas de meteoros, e a Tabela 12 apresenta os elementos orbitais das principais chuvas de meteoros conhecidas.

Table 11

Comet	Biela	Encke	Giacobini -Zinner	Tuttle	Tempel -Tuttle	Halley	Swift -Tuttle
Period (yr)	6.6	3.3	6.4	13.6	33.2		120
$\Omega$	247	334	196	270	233	45-58	139
$\omega$	223	186	173	207	60	100-112	153
$i$	12	12	30	55	163	162	114
$e$	0.76	0.85	0.73	0.82	0.91		0.96

Table 12

Meteor shower	Date	Radiant		$r_p$ (A.U.)	Orbital elements			
		$\alpha$	$\delta$		$\Omega$	$\omega$	$i$	$e$
Aquarids	2-7/5	336	0	0.49	44	84	161	0.91
Perseids	29/7-18/8	46	58	0.94	138	152	115	0.96
Draconids	10/10	265	54	1.00	196	175	35	0.70
Orionids	17-24/10	95	15	0.54	29	87	162	0.91
Taurids	20/10-25/11	55	17	0.35	48	114	4	0.83
Leonids	14-19/11	153	22	0.98	234	58	163	0.91
Andromids	15/11-6/12	13	55	0.80	235	230	20	0.70
Ursids	19-23/12	213	76	0.93	270	210	54	0.83

( $\Omega$  = longitude do nodo ascendente;  $\omega$  = longitude do periélio,  $r_p$  = distância do periélio em unidades astronômicas;  $i$  = inclinação da órbita à eclíptica;  $e$  = excentricidade)

a) Complete as informações referentes ao cometa Halley que estão faltando na Tabela 11

b) Determine qual cometa está associado com cada chuva de meteoros, lembrando que os elementos orbitais dos detritos não são necessariamente idênticos aos do cometa progenitor.

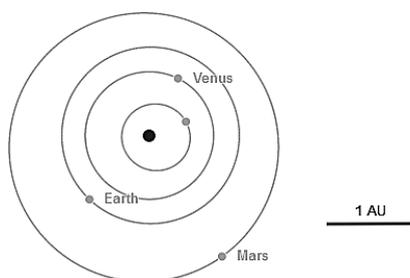
## Parte II - Questões Médias

### Questão 11

Em 6 de Fevereiro de 2018, a empresa aeroespacial SpaceX chamou a atenção do mundo com o lançamento do foguete Falcon Heavy, levando como carga de teste um automóvel modelo Tesla Roadster (massa total: 1250 kg). O objetivo do lançamento era verificar se o Falcon era capaz de colocar o Tesla numa órbita ao redor do Sol com distância orbital comparável à de Marte, visando uma futura exploração do planeta vermelho.

A órbita inicialmente planejada possuía periélio de 0,99 U.A. e afélio 1,7 U.A., mas a órbita efetivamente alcançada foi com periélio 0,98 U.A. e afélio 2,61 U.A.

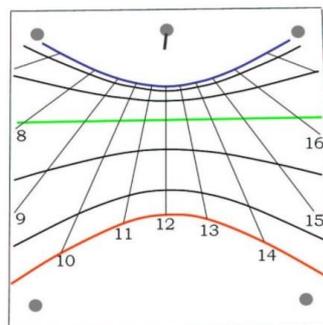
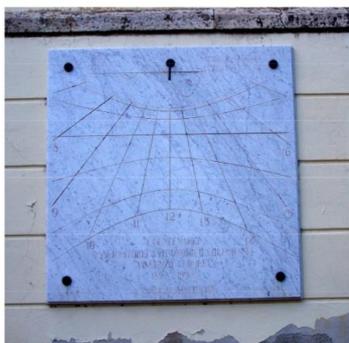
- Calcule o período orbital do automóvel ao redor do Sol;
- Esboce na figura a órbita do automóvel (utilize a figura maior no caderno de respostas);
- Indique na mesma figura a posição da Terra no momento em que o automóvel atingir o afélio (utilize a figura maior no caderno de respostas);
- Calcule a velocidade orbital do automóvel no afélio;
- Para qual constelação um telescópio deve ser apontado no instante do item (c) para obter uma imagem do automóvel?



### Questão 12

Considere o relógio de Sol mostrado na figura abaixo, à esquerda. Ele está montado numa parede do Observatório de Collurania, próximo da cidade de Téramo, na Itália. À direita vemos um esquema do relógio para melhor visualização do seu painel.

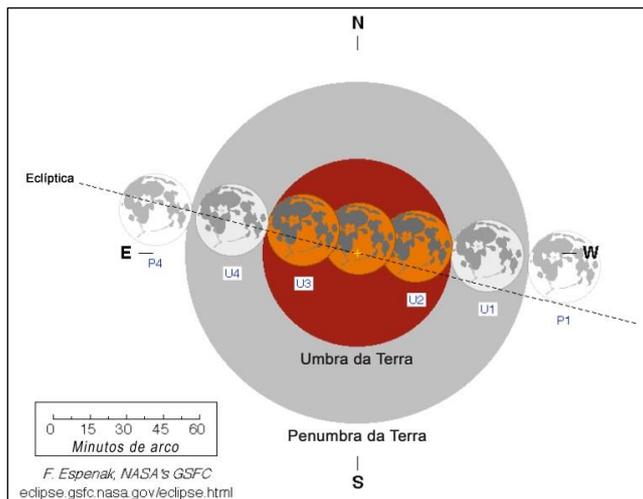
Sabendo que suas coordenadas são latitude  $\phi = 42^{\circ}39'13''$  N, longitude  $\lambda = 13^{\circ}43'54''$  E, responda:



- Que tipo de tempo é indicado pelo relógio?
- O relógio está de frente para qual Ponto Cardeal?
- Que são as duas linhas curvas extremas, na parte superior e inferior do mostrador?
- O que é a linha reta central?
- Onde o relógio se encontra, a Equação do Tempo é nula em 1° de setembro. Neste dia, quando se dá meio-dia verdadeiro?

### Questão 13

A imagem abaixo representa o eclipse total da Lua que irá ocorrer em 27 de julho de 2018. Neste dia, no Brasil, a Lua já nascerá com o eclipse acontecendo. Este eclipse da Lua acontecerá entre dois eclipses parciais do Sol (em 12/13 de julho e 11 de agosto), não visíveis por aqui.



- Com o auxílio de uma régua, estime o tamanho angular da Umbra e da Penumbra da Terra (utilize a imagem maior no caderno de respostas);
- Estime a duração do eclipse, ou seja, o tempo decorrido entre os instantes P1 e P4 da imagem;
- Estime a duração do eclipse na sua totalidade, ou seja, o tempo decorrido entre os instantes U2 e U3 da imagem;

#### **Questão 14**

Um astrônomo que vive no planeta "Qfwfq" orbitando a estrela DQ PSC, descobre, com o método de trânsito, que a estrela chamada Haw-1, conhecida por nós como Sol, tem um planeta muito interessante. A partir da análise detalhada, o astrônomo descobre que o planeta alienígena é rochoso, possui grandes quantidades de água e, acima de tudo, hospeda formas de vida. O planeta, que o astrônomo em sua língua chama de Haw-1B, é claramente o que chamamos de Terra. Após esta descoberta, uma missão científica parte para Haw-1 com o objetivo de adquirir mais informações sobre o planeta habitado. Infelizmente, as espaçonaves de "Qfwfq" são vulneráveis à radiação solar e são forçadas a parar a uma distância que, em nossas unidades de medida, equivale a 2,2 U.A.

A partir desta distância, os cientistas a bordo da nave estelar conseguem obter as informações desejadas do planeta Haw-1B, enquanto os astrônomos no planeta distante "Qfwfq" continuam a observar os trânsitos na frente de sua estrela mãe.

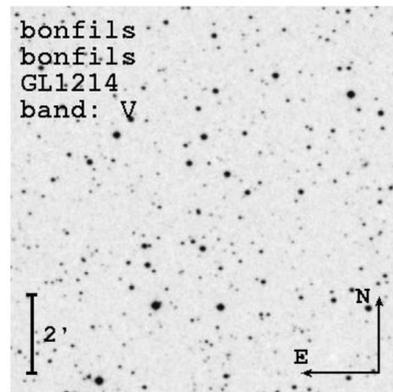
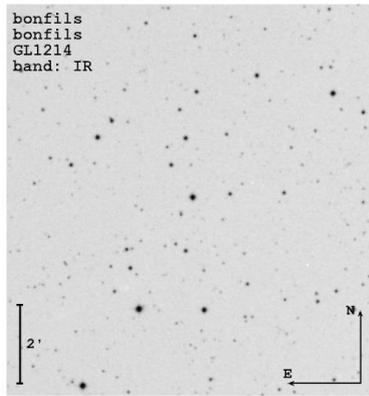
Considerando que, vista da Terra, a estrela DQ PSC tem uma paralaxe  $\pi = 0,0024''$  e coordenadas  $\alpha = 23^{\text{h}}59^{\text{m}}46^{\text{s}}$  e  $\delta = -00^{\circ}16'48''$ , responda as seguintes perguntas:

- Qual é a percentagem de diminuição do brilho do Sol produzido pelo trânsito da Terra, medido pelo astrônomo no planeta "Qfwfq"?
- Qual é a duração de um trânsito da Terra, observado pelo astrônomo no planeta "Qfwfq"?
- Qual é a duração de um trânsito da Terra, observado por cientistas a bordo da nave a uma distância de 2,2 U.A. do Sol?
- Se a missão que partiu de "Qfwfq" viajou a 80% da velocidade da luz, quanto tempo levou a viagem de DQ PSC para a Terra, medido por um relógio que ficou no planeta de partida?

Para todos os cálculos, considere a órbita da Terra circular.

#### **Questão 15**

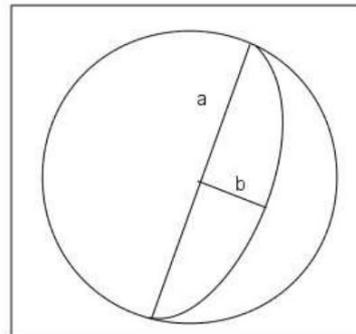
As imagens abaixo representam o mesmo campo estelar observado em duas épocas diferentes.



- Indique nas imagens a estrela com o maior movimento próprio (utilize a figura maior no caderno de respostas);
- Sabendo que a estrela tem um movimento próprio na esfera celeste de  $585 \text{ mas/ano}$  em ascensão reta e de  $752 \text{ mas/ano}$  em declinação, indique qual das imagens foi tirada mais recentemente. Justifique sua resposta; (Nota:  $1 \text{ mas} = 10^{-3}$  segundos de arco)
- Sabendo que a paralaxe desta estrela tem um valor de  $77,2 \text{ mas}$ , determine sua distância;
- Estime o valor da componente tangencial da velocidade da estrela, em km/s.

### Questão 16

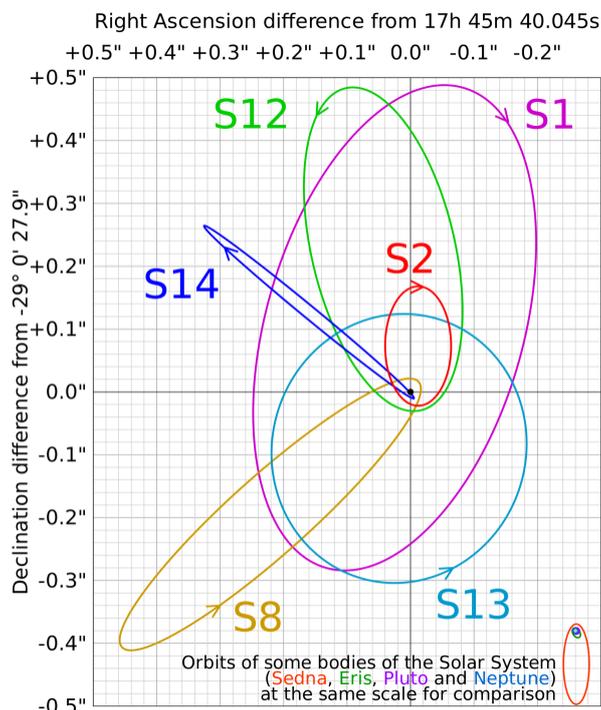
Considere a seguinte imagem da Lua. Observe que a linha que separa o lado iluminado e o lado sombreado é um arco de elipse. Chamemos o comprimento do semi-eixo maior dessa elipse de  $a$ , o semi-eixo menor de  $b$  e o ângulo Sol-Lua-Terra de  $\beta$ .



- Derive uma expressão para o ângulo Sol-Lua-Terra ( $\beta$ ) em termos de  $a$  e  $b$ . Considere que os raios do Sol cheguem paralelos ao sistema Terra-Lua;
- Chamamos de fase  $F$  da Lua a fração visível de sua face iluminada.  $F$ , então, varia de 1 (Lua Cheia) a 0 (Lua Nova), passando por 0,5 (Quarto Minguante ou Crescente). Derive uma expressão que relacione  $F$  e  $\beta$ ;
- Com o auxílio de uma régua, determine qual é a fase da Lua na imagem. Utilize a imagem maior da folha de respostas.

### Questão 17

A figura a seguir representa as órbitas inferidas de 6 estrelas em torno de Sagittarius A\*. Os astrônomos estão confiantes de que essas observações de Sagittarius A\* fornecem boas evidências empíricas de que a Via Láctea tem um buraco negro supermassivo em seu centro. A tabela abaixo traz alguns parâmetros orbitais destas estrelas.



Estrela	a (")	a (U.A.)	e	P (ano)
<b>S1</b>	0,412 ± 0,024	3300 ± 190	0,358 ± 0,036	94,1 ± 9,0
<b>S2</b>	0,1226 ± 0,0025	980 ± 20	0,8760 ± 0,0072	15,24 ± 0,36
<b>S8</b>	0,329 ± 0,018	2630 ± 140	0,927 ± 0,019	67,2 ± 5,5
<b>S12</b>	0,286 ± 0,012	2290 ± 100	0,9020 ± 0,0047	54,4 ± 3,5
<b>S13</b>	0,219 ± 0,058	1750 ± 460	0,395 ± 0,032	36 ± 15
<b>S14</b>	0,225 ± 0,022	1800 ± 180	0,9389 ± 0,0078	38 ± 5,7

- Estime a que distância, em anos-Luz, estamos do objeto central;
- Escolha a estrela com o conjunto mais preciso de parâmetros orbitais e estime o valor da massa do objeto central, em termos de massas solares;
- A partir deste valor, estime o raio de Schwarzschild do objeto central. Compare com o raio do Sol;
- Em termos de Unidades Astronômicas, o quão perto chega do objeto central a estrela que dele mais se aproxima? Dica: Calcule o pericentro, ou periapsis, mínimo.

Além do raio de Schwarzschild, outra distância relevante para um buraco negro é a sua *Esfera de Influência*. Este pode ser considerado como o volume dentro do qual um objeto sentiria uma atração gravitacional maior do buraco negro supermassivo do que do resto da galáxia. O raio deste volume é dado por:

$$R = \frac{GM_{bn}}{\sigma^2}$$

Onde  $M_{bn}$  é a massa do buraco negro e  $\sigma$  é a velocidade de dispersão estelar, que é de cerca de 100 km/s, no nosso caso.

A densidade estelar média da Via Láctea depende de como ela é definida, já que ela não tem fronteiras bem determinadas. Considere as seguintes densidades médias para diferentes regiões:

Vizinhança solar	0,14 estrela por pc <sup>3</sup>
Aglomerado globular	0,4 estrela por pc <sup>3</sup>
100 pc do Centro Galáctico	100 estrelas por pc <sup>3</sup>
Centro Galáctico (40 pc de raio)	10 milhões de estrelas por pc <sup>3</sup>
Disco da Via Láctea	0,2 estrela por pc <sup>3</sup>
Disco e halo da Via Láctea	0,01 estrela por pc <sup>3</sup>

Das cerca de 200 bilhões de estrelas que formam a Via Láctea, apenas uma fração delas estão na Esfera de Influência do buraco negro supermassivo e podemos dizer que o orbitam.

e) Com estas informações, estime, em primeira aproximação, a quantidade de estrelas dentro da Esfera de Influência do buraco negro supermassivo no centro da galáxia. Justifique, sucintamente, o raciocínio utilizado para este cálculo.

### Questão 18

A Tabela abaixo traz os dados referentes às 20 galáxias mais brilhantes do Grupo Local. As distâncias e velocidades são relativas à Via Láctea, que para propósitos deste exercício será considerada como situada no centro do Grupo.

Considere que a energia potencial gravitacional do sistema de galáxias pode ser expressa por:  $U = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{\langle R \rangle}$

Table 1. Local Group Galaxies

Name	Coordinates B1950	Type	D(kpc)	$M_V$	$V_o$ (km/s)	
M31	NGC 224	00 40.0 +40 59	Sb	725	-21.1	-299
Galaxy		17 42.4 -28 55	Sbc	0	-20.6	0
M33	NGC 598	01 31.1 +30 24	Sc	795	-18.9	-180
LMC		05 24.0 -69 48	Irr	49	-18.1	270
IC 10		00 17.7 +59 01	Irr	820	-17.6	-343
NGC6822	DDO 209	19 42.1 -14 56	Irr	540	-16.4	-49
M32	NGC 221	00 40.0 +40 36	E2	725	-16.4	-205
NGC205		00 37.6 +41 25	E5	725	-16.3	-239
SMC		00 51.0 -73 06	Irr	58	-16.2	163
NGC3109	DDO 236	10 00.8 -25 55	Irr	1260	-15.8	403
NGC185		00 36.2 +48 04	E3	620	-15.3	-208
IC1613	DDO 8	01 02.2 +01 51	Irr	765	-14.9	-236
NGC147	DDO 3	00 30.5 +48 14	E4	589	-14.8	-193
Sextans A	DDO 75	10 08.6 -04 28	Irr	1450	-14.4	325
Sextans B	DDO 70	09 57.4 +05 34	Irr	1300	-14.3	301
WLM	DDO 221	23 59.4 -15 45	Irr	940	-14.0	-116
Sagittarius		18 51.9 -30 30	dE7	24	-14.0	140
Fornax		02 37.8 -34 44	dE3	131	-13.0	53
Pegasus	DDO 216	23 26.1 +14 28	Irr	759	-12.7	-181
And VII	Cas Dw	23 24.1 +50 25	dE3	760	-12.0	-307
Leo I	DDO 74	10 05.8 +12 33	dE3	270	-12.0	285

a) Utilizando o Teorema do Virial, estime a massa do Grupo Local em unidades de massa solar.

b) Calcule a razão massa-luminosidade para o Grupo Local, em unidades solares.

## Parte III - Questões Longas

### Questão 19

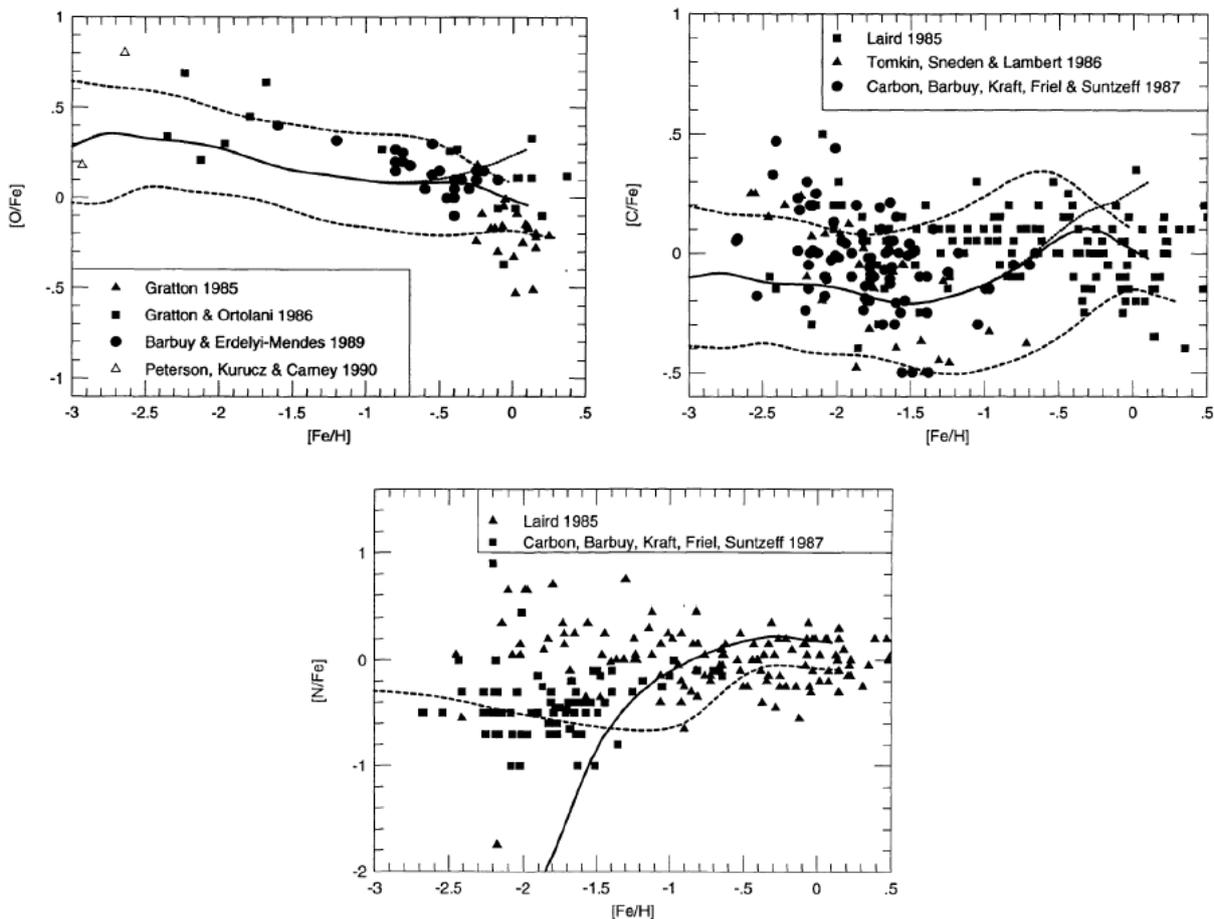
Em astroquímica é comum os astrônomos fazerem estudos da evolução elemental da Galáxia e da evolução química das nuvens moleculares. Por evolução elemental nos referimos à produção de elementos químicos pelas estrelas e a liberação desses elementos ao meio interestelar quando as estrelas encontram-se nos estágios finais de evolução, enquanto que por evolução química nos referimos à variação das abundâncias das espécies moleculares num ambiente astronômico, por exemplo uma nuvem molecular.

Valores das abundâncias dos elementos são geralmente usados como condições iniciais de modelos computacionais que simulam a evolução das abundâncias das espécies moleculares numa nuvem escura e fria. Esses estudos utilizam a relação  $[Fe/H]$ , que é uma medida para a metalicidade de num determinado objeto astronômico, sendo definida por

$$\left[\frac{Fe}{H}\right] = \log \left[ \frac{\epsilon(Fe)}{\epsilon(H)} \right] - \log \left[ \frac{\epsilon(Fe)}{\epsilon(H)} \right]_{\odot}$$

Essa relação compara os logaritmos das abundâncias de Fe e H, aqui indicadas por  $\epsilon(Fe)$  e  $\epsilon(H)$ , respectivamente, no objeto em consideração (primeiro termo) e abundâncias solares (segundo termo, como indicado pelo símbolo  $\odot$ ). A razão  $[Fe/H]$  pode ser interpretada como um “cronômetro” que descreve o acúmulo de ferro no meio interestelar.

As abundâncias dos elementos em função da metalicidade podem ser obtidas a partir de um modelo para a evolução química da Galáxia. Um exemplo de modelo é o desenvolvido por Timmes *et al.* (1995). Esses autores calcularam para diversos elementos a relação entre  $[X/Fe]$  e  $[Fe/H]$ , ou seja, a evolução de um elemento X em função da metalicidade. Seus resultados para os elementos O, C e N são mostrados nas figuras a seguir.



As figuras trazem a evolução da razão oxigênio/ferro, [O/Fe], carbono/ferro, [C/Fe] e nitrogênio/ferro, [N/Fe], como uma função de [Fe/H]. A linha contínua mostra os resultados dos cálculos de Timmes *et al.* 1995, as linhas tracejadas indicam um fator 2 na produção de ferro, e as linhas pontilhadas mostram resultados quando supernovas Tipo Ia são excluídas. Para o elemento N, a linha tracejada mostra os cálculos levando em conta uma grande quantidade de excesso por convecção.

Timmes *et al.* (1995) cobriram um intervalo de  $-3,0 < [Fe/H] < 0$ , onde  $[Fe/H] = 0,0$  representa a metalicidade solar. Por ora não vamos entrar em detalhes sobre os modelos de evolução química da Galáxia, mas vamos considerar apenas o modelo de Timmes *et al.* (1995) tal qual leva em conta um fator 2 na produção de ferro (linhas tracejadas superiores apresentadas nos gráficos) e no caso do N, uma grande quantidade de excesso por convecção (linha tracejada).

Os valores das abundâncias dos elementos O, C e N são calculados usando a relação

$$\left[\frac{X}{H}\right] = \left[\frac{X}{Fe}\right] + \left[\frac{Fe}{H}\right]$$

e considerando a definição

$$\left[\frac{X}{H}\right] = \log \left[ \frac{\epsilon(X)}{\epsilon(H)} \right] - \log \left[ \frac{\epsilon(X)}{\epsilon(H)} \right]_{\odot}$$

onde  $\epsilon(X)$  é a abundância de um elemento genérico. As abundâncias solares são tiradas de Asplund *et al.* (2009) e reproduzidas na tabela a seguir. Considere  $\log \epsilon(H) = \log \epsilon(H)_{\odot}$ .

X	$\log \epsilon(X)_{\odot}$
H	12,00
C	8,43
N	7,83
O	8,69

A partir do exposto:

a) Construa uma tabela com os valores de  $[Fe/H] = -2,5, -2,0, -1,5, -1,0, -0,5$  e  $0,0$  versus  $[X/Fe]$ , sendo X os elementos C, N e O. Utilize as figuras maiores e a tabela do caderno de respostas;

b) Calcule as abundâncias com relação ao hidrogênio dos elementos C, N e O para as metalicidades  $[Fe/H] = -2,5, -2,0, -1,5, -1,0, -0,5$  e  $0,0$ . Coloque seus resultados na tabela do caderno de respostas. Utilize a seguinte notação:  $\alpha \times 10^{\beta} \equiv \alpha(\beta)$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são números quaisquer;

c) Construa um gráfico  $\log \epsilon(X)$  versus  $[Fe/H]$ . Utilize a folha de papel milimetrado;

d) Qual a ordem de abundância do mais para o menos abundante desses elementos? Essa ordem é mantida conforme varia a metalicidade?

### Questão 20

A Figura 1 apresenta as magnitudes aparentes  $m_C$  de variáveis Cefeidas na Grande Nuvem de Magalhães (LMC) em função do logaritmo do período de variação de luminosidade  $P$  (em dias). A reta ajustada neste gráfico obedece a uma relação linear do tipo  $m_C = a \log P + b_{LMC}$  (equação 1).

a) A partir desse gráfico, determine os valores de  $a$  e  $b_{LMC}$ .

Na realidade, estamos interessados nas magnitudes absolutas das Cefeidas. Para isso, precisamos conhecer a distância até a LMC. Iremos adotar o valor de  $d_{LMC} = 50$  kpc.

b) Utilize essa informação para reescrever a equação 1 na forma  $M_C = a \log P + M_0$ , onde  $M_C$  é a magnitude absoluta da Cefeida. Determine os valores de  $a$  e  $M_0$ .

c) Qual o período de pulsação de uma Cefeida com magnitude absoluta  $M_0$ ?

A Figura 2 apresenta a relação entre a magnitude aparente  $m_C$  e  $\log P$  para as variáveis Cefeidas da galáxia NGC 4639, com base em dados obtidos em 1997 pelo Telescópio Espacial Hubble. A reta ajustada neste gráfico obedece a uma relação linear do tipo  $m_C = a \log P + b_{NGC}$ . O coeficiente  $a$  é o mesmo do item (a), mas o coeficiente  $b$  é diferente porque as distâncias são diferentes.

d) Determine o valor de  $b_{NGC}$ .

e) Obtenha o valor do módulo de distância para NGC 4639.

f) Em 1990, uma supernova foi observada em NGC 4639, atingindo magnitude aparente visual  $m_{SN} = +12,61$ . Qual a magnitude absoluta  $M_{SN}$  dessa supernova?

