



# Olimpiada Brasileira Online de Física Experimental

1ª Fase - 20 y 21 de septiembre de 2025

Nombre: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_

Jayme Tiomno  
Nivel Abierto  
Español

## Instrucciones de la Prueba

- I. Esta prueba contiene **20** preguntas.
- II. Cada pregunta tiene 5 alternativas de respuesta y solo una de ellas es correcta.
- III. La duración máxima de esta prueba es de **cuatro horas**. Además del tiempo de prueba, se concederán **5 minutos** para rellenar la hoja de respuestas en línea.
- IV. Se permite el uso de calculadoras.
- V. La prueba debe realizarse de forma individual y no está permitido hablar sobre la solución de las preguntas durante el período de aplicación de la prueba los **días 20 y 21 de septiembre de 2025**.
- VI. Si es necesario, y a menos que se indique lo contrario, use: aceleración gravitacional en la superficie de la Tierra  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; calor específico del agua líquida  $c_a = 1 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$ ; calor latente de fusión del hielo  $L = 80 \text{ cal/g}$ ;  $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$ ; densidad del agua líquida  $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$ .

Apoyo:



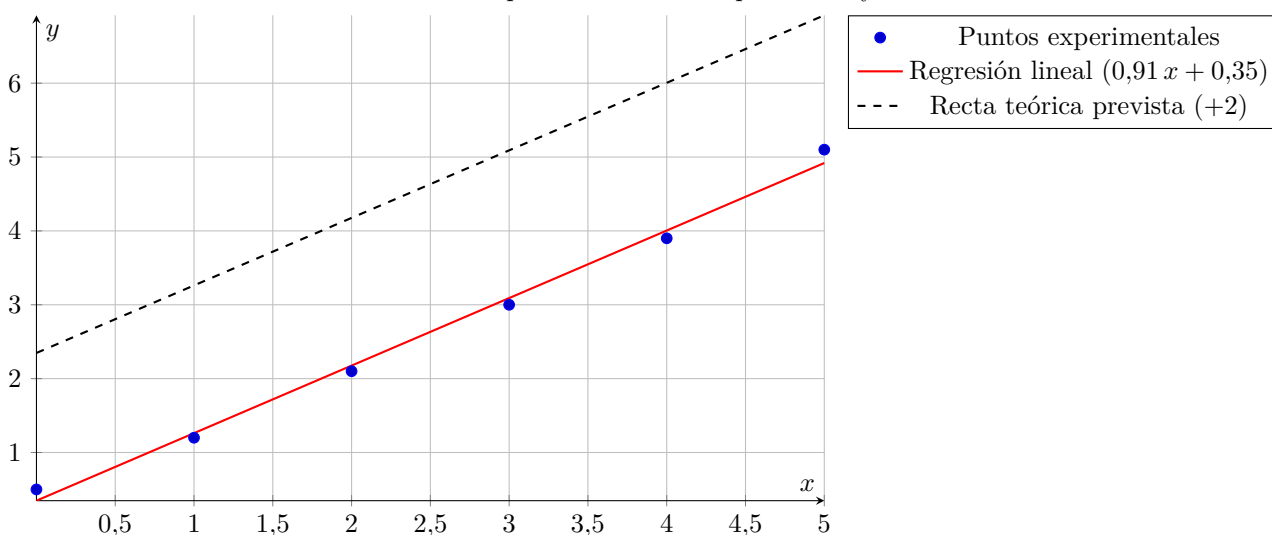


## Curiosidades:

Jayme Tiomno (Río de Janeiro, 16 de abril de 1920 – Río de Janeiro, 12 de enero de 2011) fue un prominente físico teórico brasileño, reconocido internacionalmente por sus contribuciones a la física de partículas. Fue uno de los fundadores del Centro Brasileño de Investigaciones Físicas (CBPF) y miembro de la Academia Brasileña de Ciencias. Sus trabajos sobre interacciones débiles, realizados en colaboración con gigantes como John Wheeler, fueron pioneros y llevaron a la proposición de la universalidad de la interacción débil, un concepto fundamental del Modelo Estándar. Recibió la Gran Cruz de la Orden Nacional del Mérito Científico y es recordado por su papel decisivo en la formación de nuevas generaciones de físicos y en la consolidación de la física teórica en Brasil.



**Pregunta 1.** Al realizar un experimento, Mary decidió registrar sus datos en un gráfico y compararlos con la recta teórica prevista. A continuación, una foto del gráfico de Mary junto con la recta teórica. Dicho esto, ¿cuál es la evaluación más adecuada sobre la comparación entre el experimento y la teoría?



- a) Parece que el experimento sufre principalmente de error aleatorio, ya que la recta de regresión está muy lejos de la recta teórica, a pesar de que la distribución de los puntos es muy consistente (generando una desviación estándar baja).
- b) Parece que el experimento sufre principalmente de error sistemático, ya que la recta de regresión está muy lejos de la recta teórica, a pesar de que la distribución de los puntos es muy consistente (generando una desviación estándar baja).
- c) Parece que el experimento sufre principalmente de error aleatorio, ya que la distribución de los datos es muy inconsistente (generando una desviación estándar elevada).
- d) Parece que el experimento sufre principalmente de error sistemático, ya que la distribución de los datos es muy inconsistente (generando una desviación estándar elevada).
- e) La comparación entre teoría y experimento muestra que ambos concuerdan perfectamente, sin ninguna forma de error relevante.

**Solución:** Analicemos las características del gráfico:

- **Distribución de los puntos:** Los puntos experimentales (azules) están muy próximos a su propia recta de regresión (roja). Esto indica que las mediciones fueron consistentes entre sí, con poca



# Olimpiada Brasileña Online de Física Experimental



dispersión. Por lo tanto, el error aleatorio es bajo.

- **Comparación con la teoría:** La recta de regresión (roja) está sistemáticamente desplazada con respecto a la recta teórica (negra discontinua). Tienen pendientes similares, pero la recta experimental está consistentemente por debajo de la teórica. Este tipo de desviación constante es la definición de un **error sistemático**.

La alternativa (b) describe perfectamente esta situación: un error sistemático (que aleja la recta experimental de la teórica) y una distribución consistente (bajo error aleatorio). **Ítem B**

*Texto para las preguntas 2 y 3:* Jabriel Gemétrio realizó un experimento con un circuito RC y registró sus datos en una tabla. Desafortunadamente, Jabriel es muy torpe y acaba derramando su tinta de calamar negra, que guardaba en casa, sobre algunos de los datos de la tabla. Para facilitar, a estos datos borrados se les asignaron letras y se encuentran en la siguiente tabla:

Pista: Se sabe que, en un circuito RC:  $V = V_0 e^{-t/\tau}$ , donde  $\tau = RC$ .

**Tabla 1: Mediciones de voltaje  $V(t)$  a lo largo del tiempo con incertidumbres.**

Medición	Tiempo $t \pm \Delta t$ (s)	Voltaje $V \pm \Delta V$ (V)
1	0,00 $\pm$ 0,05	5,00 $\pm$ 0,05
2	0,50 $\pm$ 0,05	3,80 $\pm$ 0,05
3	1,00 $\pm$ 0,05	A $\pm$ 0,05
4	1,50 $\pm$ 0,05	2,20 $\pm$ 0,05
5	2,00 $\pm$ 0,05	1,65 $\pm$ 0,05
6	2,50 $\pm$ 0,05	1,25 $\pm$ 0,05
7	3,00 $\pm$ 0,05	0,95 $\pm$ 0,05
8	3,5 $\pm$ 0,05	0,72 $\pm$ 0,05
9	4,00 $\pm$ 0,05	B $\pm$ 0,05
10	4,50 $\pm$ 0,05	0,42 $\pm$ 0,05

**Pregunta 2.** Mediante una regresión con los datos graficados, determine los valores aproximados de  $\tau$  y  $V_0$ .

- $\tau = 1,21$  s y  $V_0 = 4,99$  V
- $\tau = 1,41$  s y  $V_0 = 4,9$  V
- $\tau = 1,00$  s y  $V_0 = 4,99$  V
- $\tau = 1,21$  s y  $V_0 = 4,9$  V
- $\tau = 1,81$  s y  $V_0 = 4,99$  V

**Solución:** Podemos linealizar la función usando logaritmos:

$$\ln(V) = \ln(V_0) - \frac{t}{\tau}$$

Reorganizando esto a la forma  $y = a + bx$ , hacemos  $y = \ln(V)$  y  $x = t$ . La pendiente será  $b = -1/\tau$  y la ordenada en el origen será  $a = \ln(V_0)$ . Al realizar una regresión lineal con los puntos de datos  $(t, \ln(V))$  disponibles, podemos encontrar los coeficientes de la recta. A partir de ellos:

$$\tau = -1/b \approx 1,81 \text{ s}$$

$$V_0 = e^a \approx 4,99 \text{ V}$$



Ítem E

**Pregunta 3.** Descubra los valores esperados de los datos A y B, utilizando su respuesta del ítem anterior.

- a)  $A \approx 2,18 V$  y  $B \approx 0,18 V$
- b)  $A \approx 2,41 V$  y  $B \approx 0,29 V$
- c)  $A \approx 1,84 V$  y  $B \approx 0,09 V$
- d)  $A \approx 2,14 V$  y  $B \approx 0,18 V$
- e)  $A \approx 2,88 V$  y  $B \approx 0,55 V$

**Solución:** Ahora que tenemos los valores para  $\tau$  y  $V_0$ , podemos usar la ecuación del circuito RC:

$$V(t) \approx 4,99 \cdot e^{-t/1,81} V$$

Para el dato A,  $t = 1,00$  s:

$$A = V(1,00) \approx 4,99 \cdot e^{-1,00/1,81} \approx 2,88 V$$

Para el dato B,  $t = 4,00$  s:

$$B = V(4,00) \approx 4,99 \cdot e^{-4,00/1,81} \approx 0,55 V$$

Ítem E

**Pregunta 4.** Esmeralda está jugando un videojuego sobre capturar monstruos. Un día, captura un Bulcaroma por primera vez, que tenía una altura de  $h_0 = 2,33$  m. Ella cree que es raro por tener una altura mayor a la normal para esa especie. Entonces, para verificar si tiene razón, decide capturar varios otros monstruos de la misma especie y registrar sus alturas en la tabla. Esmeralda considera que su Bulcaroma original es raro si su altura es  $h_0 > h_{promedio} + \sigma_h$ , donde  $h_{promedio}$  es el promedio de las alturas de todos los monstruos de esa especie que capturó y  $\sigma_h$  es la desviación estándar muestral considerando todas las alturas. Siendo así, seleccione la alternativa correcta.

Tabla: Alturas registradas por Esmeralda

h(m)
2,33
1,98
1,95
1,90
2,20
2,15
2,50
2,24
2,30
2,32
2,21

- a) El Bulcaroma original es raro, ya que  $h_0 \approx h_{promedio} + \sigma_h + 0,04$ .
- b) El Bulcaroma original es raro, ya que  $h_0 \approx h_{promedio} + \sigma_h + 0,08$ .
- c) El Bulcaroma original no es raro, ya que  $h_0 \approx h_{promedio} + \sigma_h - 0,04$ .



# Olimpiada Brasileña Online de Física Experimental



- d) El Bulcaroma original no es raro, ya que  $h_0 \approx h_{\text{promedio}} + \sigma_h - 0,08$ .  
 e) El Bulcaroma original no es raro, ya que  $h_0 \approx h_{\text{promedio}} + \sigma_h$ .

**Solución:** Primero, calculamos el promedio ( $h_{\text{promedio}}$ ) de las 11 alturas:

$$h_{\text{promedio}} = \frac{2,33 + 1,98 + 1,95 + 1,90 + 2,20 + 2,15 + 2,50 + 2,24 + 2,30 + 2,32 + 2,21}{11} \approx 2,19 \text{ m}$$

A continuación, la desviación estándar muestral ( $\sigma_h$ ):

$$\sigma_h = \sqrt{\frac{\sum (h_i - h_{\text{promedio}})^2}{n - 1}} \approx 0,18 \text{ m}$$

Ahora, verificamos la condición de rareza:  $h_0 > h_{\text{promedio}} + \sigma_h$ .

$$h_{\text{promedio}} + \sigma_h \approx 2,19 + 0,18 = 2,37 \text{ m}$$

Como  $h_0 = 2,33 \text{ m}$ , la condición  $2,33 > 2,37$  es falsa. El Bulcaroma no es raro. La diferencia es:

$$h_0 - (h_{\text{promedio}} + \sigma_h) \approx 2,33 - 2,37 = -0,04 \text{ m}$$

Por lo tanto,  $h_0 \approx h_{\text{promedio}} + \sigma_h - 0,04$ .

**Ítem C**

Lea el siguiente texto para las próximas dos preguntas: Es bastante común en los videojuegos que un personaje necesite una cierta cantidad de "experiencia" (cuyo valor llamaremos E) para subir un "nivel" (que llamaremos N). Sin embargo, también es común que la cantidad de experiencia necesaria para subir de nivel aumente con el paso de los niveles. Suponga un juego en el que E depende de N, aproximadamente, de la forma  $E = A2^{BN}$  (donde E es la experiencia necesaria para llegar al nivel  $N + 1$ ). En él, un joven registra los siguientes datos:

**Tabla: Valores de E para cada N**

N	E
1	2
2	5
3	9
4	18
5	37
6	74
7	150
8	290
9	590
10	1170

**Pregunta 5.** Determine el valor aproximado de los coeficientes A y B:

- a)  $A = 1,11$  y  $B = 1,01$   
 b)  $A \approx 0,159$  y  $B = 1,01$   
 c)  $A = 1,50$  y  $B = 1,50$   
 d)  $A = 0,30$  y  $B = 1,01$



# Olimpiada Brasileña Online de Física Experimental



e)  $A = 1,23$  y  $B = 1,01$

**Solución:** Podemos linealizar la función aplicando el logaritmo en base 2 a ambos lados:

$$\log_2(E) = \log_2(A \cdot 2^{BN}) = \log_2(A) + BN$$

Esta es una ecuación de una recta,  $y = a + bx$ , donde  $y = \log_2(E)$ ,  $x = N$ ,  $a = \log_2(A)$  (la ordenada en el origen), y  $b = B$  (la pendiente). Al realizar una regresión lineal sobre los puntos  $(N, \log_2(E))$ , obtenemos  $a \approx 0,149$  y  $b \approx 1,01$ . Por tanto:

$$B = b \approx 1,01$$

$$\log_2(A) = a \implies A = 2^a \approx 2^{0,149} \approx 1,11$$

**Ítem A**

**Pregunta 6.** Elija la opción que más se aproxime a la cantidad de experiencia necesaria para que el personaje suba del nivel 11 al nivel 15. Use los valores de su respuesta en el ítem anterior.

- a) 17400.
- b) 27400.
- c) 37400.
- d) 47400.
- e) 57400.

**Solución:** La experiencia requerida para ir del nivel 11 al 15 es la suma de la experiencia necesaria para alcanzar los niveles 12, 13, 14 y 15. La experiencia para alcanzar el nivel  $N + 1$  viene dada por  $E(N) = A \cdot 2^{BN}$ . Usando  $A = 1,11$  y  $B = 1,01$ :

$$E_{\text{total}} = E(11) + E(12) + E(13) + E(14)$$

$$E_{\text{total}} = 1,11 \cdot (2^{1,01 \cdot 11} + 2^{1,01 \cdot 12} + 2^{1,01 \cdot 13} + 2^{1,01 \cdot 14}) \approx 37400$$

**Ítem C**

**Pregunta 7.** George decide tomar mediciones de una cantidad que sigue la función  $y = A^{Bx}$ . Sin embargo, al momento de hacer un gráfico de sus mediciones, tuvo dudas sobre qué debería hacer para crear un gráfico lineal. Siendo así, seleccione la alternativa correcta.

- a) George puede simplemente colocar puntos  $(x, y)$  en un gráfico común para obtener un gráfico lineal.
- b) George puede colocar puntos  $(\log(x), \log(y))$  en un gráfico común o usar los puntos  $(x, y)$  en un gráfico log-log.
- c) George puede colocar puntos  $(\log(x), \log(y))$  en un gráfico común o usar los puntos  $(x, y)$  en un gráfico semi-log.
- d) George puede colocar puntos  $(x, \log(y))$  en un gráfico común o usar los puntos  $(x, y)$  en un gráfico log-log.
- e) George puede colocar puntos  $(x, \log(y))$  en un gráfico común o usar los puntos  $(x, y)$  en un gráfico semi-log.



**Solución:** Para linealizar la función  $y = A^{Bx}$ , podemos aplicar un logaritmo a ambos lados. Usando el logaritmo en base 10:

$$\log(y) = \log(A^{Bx}) = Bx \cdot \log(A)$$

Reorganizando los términos:

$$\log(y) = (B \cdot \log(A)) \cdot x$$

Esta es una ecuación de la forma  $Y = mX$ , donde  $Y = \log(y)$  y  $X = x$ . La relación es lineal entre  $\log(y)$  y  $x$ . Por lo tanto, George debería graficar los puntos  $(x, \log(y))$  en un gráfico común. Un gráfico que usa una escala logarítmica para un eje (el eje  $y$ , en este caso) y una escala lineal para el otro (eje  $x$ ) se llama gráfico semi-logarítmico.

**Ítem E**

Lea el siguiente texto para las próximas 3 preguntas: En un movimiento de caída libre con resistencia del aire, la aceleración de un objeto puede aproximarse como:  $a = Ae^{-Bt}$ . Curioso, un joven registra mediciones de este movimiento en una tabla:

**Tabla: Datos del movimiento de caída**

t (s)	a (m/s <sup>2</sup> )
0,00	9,80
0,500	3,70
1,00	1,40
1,50	0,500
2,00	0,200
2,50	0,0700
3,00	0,0300

**Pregunta 8.** Seleccione la alternativa con los valores aproximados de A y B.

- a)  $A = 8,68$  y  $B = 0,95$
- b)  $A = 9,68$  y  $B = 1,95$
- c)  $A = 10,7$  y  $B = 2,95$
- d)  $A = 11,7$  y  $B = 3,95$
- e)  $A = 12,7$  y  $B = 4,95$

**Solución:** Al linealizar la ecuación  $a = Ae^{-Bt}$ , aplicamos el logaritmo natural:

$$\ln(a) = \ln(A) - Bt$$

Esta es una ecuación para una recta  $y = c - Bx$ , donde  $y = \ln(a)$ ,  $x = t$ , y  $c = \ln(A)$  es la ordenada en el origen. Realizando una regresión lineal sobre los puntos de datos  $(t, \ln(a))$ , encontramos una ordenada en el origen  $c \approx 2,27$  y una pendiente de aproximadamente  $-1,95$ . Por lo tanto:

$$B \approx -(-1,95) = 1,95 \text{ s}^{-1}$$

$$\ln(A) = c \approx 2,27 \implies A = e^{2,27} \approx 9,68 \text{ m/s}^2$$



**Ítem B**

**Pregunta 9.** Registre el valor aproximado de la incertidumbre de B.

- a)  $\sigma_B = 0,5$
- b)  $\sigma_B = 0,2$
- c)  $\sigma_B = 0,02$
- d)  $\sigma_B = 0,09$
- e)  $\sigma_B = 0,9$

**Solución:** La incertidumbre de la pendiente ( $b$ ) de una regresión lineal puede ser estimada por la fórmula:

$$\sigma_b = |b| \sqrt{\frac{\frac{1}{r^2} - 1}{N - 2}}$$

Donde  $b$  es la pendiente,  $r$  es el coeficiente de correlación y  $N$  es el número de puntos de datos. Al realizar la regresión lineal, encontramos  $b \approx -1,95$ ,  $N = 7$ , y un coeficiente de correlación  $r$  muy cercano a -1 (lo que resulta en  $r^2 \approx 0,999$ ).

Sustituyendo estos valores, encontramos  $\sigma_b \approx 0,02$ . Como  $B = -b$ , la incertidumbre es la misma:  $\sigma_B = \sigma_b \approx 0,02$ . **Ítem C**

**Pregunta 10.** De acuerdo con el valor del coeficiente de correlación de los datos, el joven evalúa la precisión del modelo de la siguiente forma: Impreciso:  $r^2 \leq 0,97$

Poco preciso:  $0,97 < r^2 \leq 0,98$

Preciso:  $0,98 < r^2 \leq 0,99$

Muy preciso:  $r^2 > 0,99$

Siendo así, ¿cómo se clasifica el modelo según el modelo del joven? Recuerde usar las cifras significativas correctamente.

- a) Impreciso.
- b) Poco preciso.
- c) Preciso.
- d) Muy preciso.
- e) Es imposible saberlo.

**Solución:** Al realizar la regresión lineal sobre los datos linealizados ( $t, \ln(a)$ ), se calcula el coeficiente de determinación ( $r^2$ ). El valor obtenido es aproximadamente  $r^2 \approx 0,999$ . De acuerdo con la clasificación proporcionada, como  $0,999 > 0,99$ , el modelo se clasifica como "Muy preciso".

**Ítem D**

Lea el siguiente texto para las próximas tres preguntas: Totomelli registra los siguientes datos sobre algunas cantidades:  $A = 0,40$ ;  $B = 0,11$ ;  $C = 0,234$ ;  $D = 0,0532$ . Sin embargo, él quiere calcular las cantidades:  $E = A + B - C + D$ ;  $F = \frac{B+D}{A+C}$ .

**Pregunta 11.** ¿Con cuántas cifras significativas quedarán E y F? En este ítem, considere que todas las cantidades tienen incertidumbres despreciables.



- a) E: 2. F: 2.
- b) E: 4. F: 4.
- c) E: 1. F: 2.
- d) E: 2. F: 4.
- e) E: 1. F: 1.

**Solución:** Para resolver esto, aplicamos las reglas de las cifras significativas, asumiendo que  $A = 0,40$ .

- **Para E (Suma/Resta):** El resultado se limita al término con el menor número de posiciones decimales. Tanto  $A = 0,40$  como  $B = 0,11$  tienen dos posiciones decimales. Por lo tanto, el resultado para E debe ser redondeado a dos posiciones decimales, lo que resultará en un número con **2 cifras significativas** (de la forma  $0,xx$ ).
- **Para F (División):** El resultado tiene el mismo número de cifras significativas que el término con el menor número de cifras significativas. Primero debemos evaluar el numerador y el denominador.
  - Numerador ( $B + D$ ):  $0,11 + 0,0532$  se redondea a 2 posiciones decimales, dando  $0,16$  (**2 cifras significativas**).
  - Denominador ( $A + C$ ):  $0,40 + 0,234$  se redondea a 2 posiciones decimales, dando  $0,63$  (**2 cifras significativas**).

Como ambos términos en la división tienen 2 cifras significativas, el resultado final para F también debe tener **2 cifras significativas**.

Por lo tanto, tanto E como F se expresarán con 2 cifras significativas. **Ítem A**

**Pregunta 12.** Solo en este ítem, se sabe que las incertidumbres son  $\sigma_A = 0,04$ ,  $\sigma_B = 0,01$ ,  $\sigma_C = 0,02$  y  $\sigma_D = 0,005$ , que son, respectivamente, las incertidumbres de A, B, C y D. Calcule el valor de E junto con su incertidumbre.

- a)  $0,3292 \pm 0,065$
- b)  $0,329 \pm 0,046$
- c)  $0,33 \pm 0,05$
- d)  $0,33 \pm 0,1$
- e)  $0,33 \pm 0,07$

**Solución:** Primero, calculamos el valor central de E:

$$E = A + B - C + D = 0,4 + 0,11 - 0,234 + 0,0532 = 0,3292$$

Para la suma y la resta, la incertidumbre se encuentra sumando las incertidumbres individuales en cuadratura:

$$\sigma_E = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2 + \sigma_D^2} = \sqrt{(0,04)^2 + (0,01)^2 + (0,02)^2 + (0,005)^2}$$

$$\sigma_E = \sqrt{0,0016 + 0,0001 + 0,0004 + 0,000025} = \sqrt{0,002125} \approx 0,04609$$

La incertidumbre se redondea típicamente a una o dos cifras significativas. Redondeando a una,  $\sigma_E \approx 0,05$ . El valor central de E debe entonces redondearse a la misma posición decimal (las centésimas).

$$E \approx 0,33$$



El resultado final es  $E = 0,33 \pm 0,05$ .

**Ítem C**

**Pregunta 13.** Solo en este ítem, se sabe que la incertidumbre de F es  $\sigma_F = 0,03$ . Siendo así, calcule el valor de F junto con su incertidumbre.

- a)  $0,2667 \pm 0,03$
- b)  $0,2574 \pm 0,03$
- c)  $0,27 \pm 0,03$
- d)  $0,26 \pm 0,03$
- e)  $0,30 \pm 0,03$

**Solución:** Primero, calculamos el valor central de F:

$$F = \frac{B + D}{A + C} = \frac{0,11 + 0,0532}{0,4 + 0,234} = \frac{0,1632}{0,634} \approx 0,257413...$$

La incertidumbre se da como  $\sigma_F = 0,03$ . Como la incertidumbre está dada hasta las centésimas, debemos redondear el valor central de F a la misma posición decimal.

$$F \approx 0,26$$

El resultado final es  $F = 0,26 \pm 0,03$ .

**Ítem D**

**Pregunta 14.** Una función depende de otras variables de la forma:  $y = a^1 b^2 c^3$ . Siendo así, determine la incertidumbre  $\sigma_y$  de y en función de las variables a, b, y c y de sus incertidumbres ( $\sigma_a, \sigma_b$  y  $\sigma_c$ ).

- a)  $\sigma_y = ab^2 c^3 \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{a^2} + \frac{\sigma_b^2}{b^2} + \frac{\sigma_c^2}{c^2}}$
- b)  $\sigma_y = 2ab^2 c^3 \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{a^2} + \frac{\sigma_b^2}{b^2} + \frac{\sigma_c^2}{c^2}}$
- c)  $\sigma_y = 3ab^2 c^3 \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{a^2} + \frac{\sigma_b^2}{b^2} + \frac{\sigma_c^2}{c^2}}$
- d)  $\sigma_y = ab^2 c^3 \sqrt{3 \frac{\sigma_a^2}{a^2} + 2 \frac{\sigma_b^2}{b^2} + \frac{\sigma_c^2}{c^2}}$
- e)  $\sigma_y = ab^2 c^3 \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{a^2} + 4 \frac{\sigma_b^2}{b^2} + 9 \frac{\sigma_c^2}{c^2}}$

**Solución:** Para funciones que involucran productos y potencias, usamos la regla de propagación de la incertidumbre relativa. El cuadrado de la incertidumbre relativa de la función es la suma de los cuadrados de las incertidumbres relativas de cada variable, multiplicadas por sus respectivos exponentes al cuadrado.

$$\left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 = \left(1 \cdot \frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \left(2 \cdot \frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(3 \cdot \frac{\sigma_c}{c}\right)^2$$

$$\frac{\sigma_y^2}{y^2} = \frac{\sigma_a^2}{a^2} + 4 \frac{\sigma_b^2}{b^2} + 9 \frac{\sigma_c^2}{c^2}$$

Despejando  $\sigma_y$ :

$$\sigma_y = y \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{a^2} + 4 \frac{\sigma_b^2}{b^2} + 9 \frac{\sigma_c^2}{c^2}}$$



Ítem E

**Pregunta 15.** Doriton está cansado de estudiar en su cuarto ruidoso y, por eso, decidió demostrar que el ruido era demasiado alto analizando el nivel de intensidad sonora del lugar. El nivel de intensidad viene dado por:  $N = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$  donde  $r = I/I_0$  es la razón entre las intensidades sonoras, en comparación con un valor de referencia. Tras las mediciones, Doriton se da cuenta de que el valor promedio de  $r$  es de 50,00, con una incertidumbre de  $\sigma_r = 2,000$ . Siendo así, determine el nivel de intensidad sonora correspondiente al  $r$  promedio, junto con su incertidumbre.

- a)  $17,00 \pm 0,13$
- b)  $17,00 \pm 0,17$
- c)  $17,00 \pm 0,13$
- d)  $15,00 \pm 0,13$
- e)  $15,00 \pm 0,15$

**Solución:** Primero, calculamos el nivel de intensidad sonora  $N$  para  $r = 50$ :

$$N = 10 \log_{10}(50) \approx 10 \cdot 1,69897 \approx 16,99 \text{ dB} \approx 17,00 \text{ dB}$$

La incertidumbre se calcula por propagación de errores:  $\sigma_N = \left| \frac{dN}{dr} \right| \sigma_r$ .

$$\frac{dN}{dr} = \frac{d}{dr}(10 \log_{10}(r)) = 10 \frac{1}{r \ln(10)}$$

$$\sigma_N = \left| \frac{10}{50 \ln(10)} \right| \cdot 2,000 = \frac{20}{50 \ln(10)} \approx \frac{0,4}{2,3026} \approx 0,17 \text{ dB}$$

Ítem B

**Pregunta 16.** En un experimento, se le pide que levante una rampa de  $l = 15,0$  cm (con incertidumbre despreciable) a un ángulo de  $\theta = 30^\circ$  con respecto a la horizontal, apoyándola en una pared. Para ello, solo debe medir con su regla el cateto correspondiente a la horizontal, que tiene una incertidumbre de  $\sigma_x = 0,5$  mm. Así, determine la incertidumbre del ángulo, aproximadamente.

- a)  $5 \cdot 10^{-3^\circ}$
- b)  $3 \cdot 10^{-1^\circ}$
- c)  $2 \cdot 10^{-3^\circ}$
- d)  $1 \cdot 10^{-1^\circ}$
- e)  $4 \cdot 10^{-3^\circ}$

**Solución:** La relación entre el cateto horizontal  $x$ , la hipotenusa  $l$  y el ángulo  $\theta$  es  $x = l \cos(\theta)$ . Podemos encontrar la relación entre las incertidumbres diferenciando la expresión  $\cos(\theta) = x/l$ .

$$-\sin(\theta)d\theta = \frac{dx}{l}$$



Para las incertidumbres, usamos los valores absolutos:

$$\sigma_{\theta} \approx \left| \frac{1}{l \sin(\theta)} \right| \sigma_x$$

Convirtiendo las unidades a cm:  $l = 15,0$  cm,  $\sigma_x = 0,05$  cm,  $\theta = 30^\circ$ .

$$\sigma_{\theta}(\text{rad}) \approx \frac{0,05}{15,0 \cdot \sin(30^\circ)} = \frac{0,05}{15,0 \cdot 0,5} = \frac{0,05}{7,5} \approx 0,00667 \text{ rad}$$

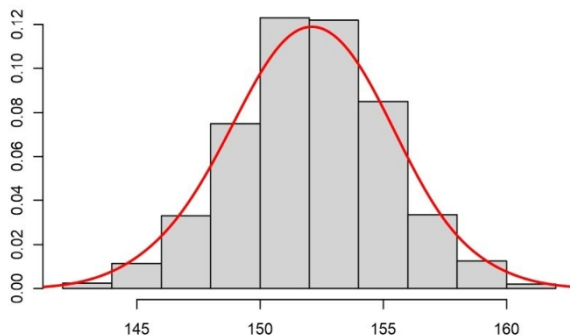
Convirtiendo de radianes a grados:

$$\sigma_{\theta}(\text{grados}) = 0,00667 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 0,38^\circ$$

El valor más cercano es  $0,3^\circ$ , que es  $3 \cdot 10^{-1^\circ}$ .

**Ítem B**

Lea el Texto para las siguientes preguntas: Un día, Jabriel Mentos decidió hacer un curioso experimento después de ver que tenía dos dados no trucados en casa. Lanza los dados varias veces y anota la suma de los números de cada dado. Al hacer un histograma de los resultados, se dio cuenta de que el resultado se asemeja mucho al de una curva gaussiana:



Curioso, Jabriel investiga más sobre dicha curva y descubre que tiene una gran importancia en el estudio estadístico de ciertos sistemas. El pico de la curva significa el evento de mayor probabilidad; en este caso, el evento de que la suma de los dados sea 7. Sin embargo, la curva gaussiana es muy interesante porque muestra cómo se comporta la probabilidad de los eventos al alejarse del pico. En un régimen dominado por la curva gaussiana, tenemos la siguiente fórmula para el cálculo de la probabilidad:  $P(x) = Ce^{-x^2/2a^2}$ . Vamos a estudiar la curva gaussiana en los próximos ítems. Quizás sea útil utilizar la integral:  $I(b) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-bx^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{b}}$ .

**Pregunta 17.** Sabiendo que la suma de las probabilidades es 1, calcule el valor del coeficiente C.

- a)  $C = \frac{1}{\sqrt{a^2\pi}}$
- b)  $C = \frac{1}{\sqrt{2a^2\pi}}$
- c)  $C = \frac{2}{\sqrt{2a^2\pi}}$
- d)  $C = \frac{1}{\sqrt{4a^2\pi}}$
- e)  $C = \frac{2}{\sqrt{a^2\pi}}$



**Solución:** La suma de todas las probabilidades debe ser 1. Esto significa que la integral de la función de probabilidad  $P(x)$  de  $-\infty$  a  $+\infty$  debe ser 1.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} C e^{-x^2/2a^2} dx = 1$$

Podemos sacar la constante  $C$  de la integral:

$$C \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/2a^2} dx = 1$$

La integral tiene la forma  $I(b)$  con  $b = 1/(2a^2)$ . Usando la fórmula dada:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/2a^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{1/(2a^2)}} = \sqrt{2a^2\pi}$$

Sustituyendo de nuevo:

$$C\sqrt{2a^2\pi} = 1 \implies C = \frac{1}{\sqrt{2a^2\pi}}$$

Ítem B

**Pregunta 18.** Calcule el valor promedio de  $x$ .

- a)  $a$
- b)  $2a$
- c)  $\pi a$
- d)  $2\pi a$
- e)  $0$

**Solución:** El valor promedio de  $x$ , denotado por  $\langle x \rangle$ , se calcula mediante:

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} xP(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} xC e^{-x^2/2a^2} dx$$

El integrando,  $f(x) = x e^{-x^2/2a^2}$ , es una función impar, porque  $f(-x) = (-x)e^{-(-x)^2/2a^2} = -x e^{-x^2/2a^2} = -f(x)$ . La integral de una función impar sobre un intervalo simétrico (de  $-\infty$  a  $+\infty$ ) es siempre cero. Por lo tanto, el valor promedio de  $x$  es 0.

Ítem E

**Pregunta 19.** Calcule el valor cuadrático medio de  $x$ . Esto es muy importante para analizar la varianza del sistema (y, por tanto, también la desviación estándar). Pista: derive con respecto a  $b$  la integral dada.

- a)  $a^2/\sqrt{2}$
- b)  $a^2/2$
- c)  $a^2$
- d)  $\sqrt{2}a^2$
- e)  $2a^2$



**Solución:** El valor cuadrático medio,  $\langle x^2 \rangle$ , es:

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 P(x) dx = C \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-x^2/2a^2} dx$$

Siguiendo la pista, derivamos  $I(b) = \sqrt{\pi/b}$  con respecto a  $b$ :

$$\frac{dI}{db} = \frac{d}{db} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-bx^2} dx \right) = \int_{-\infty}^{+\infty} -x^2 e^{-bx^2} dx$$

También,  $\frac{d}{db}(\sqrt{\pi}b^{-1/2}) = \sqrt{\pi}(-\frac{1}{2}b^{-3/2}) = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{b^3}}$ . Igualando las dos expresiones se obtiene  $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-bx^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{b^3}}$ . Para nuestra integral,  $b = 1/(2a^2)$  y  $C = 1/\sqrt{2a^2\pi}$ .

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2a^2\pi}} \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{(1/2a^2)^3}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2a^2\pi}} \left( \frac{1}{2} \sqrt{8a^6\pi} \right) = \frac{1}{\sqrt{2a^2\pi}} \left( \frac{2a^3\sqrt{2\pi}}{2} \right) = a^2$$

**Ítem C**

**Pregunta 20.** Luís estaba realizando su experimento con normalidad cuando se dio cuenta de que tenía que calcular la incertidumbre de una extraña función. En su experimento, la función que relaciona los datos tiene la forma:  $y = \frac{(\ln(x))^3}{x}$ . Siendo así, seleccione la alternativa que relaciona correctamente la incertidumbre de  $y(\sigma_y)$  con la incertidumbre de  $x(\sigma_x)$ .

- a)  $\sigma_y = \frac{3 \ln(x)\sigma_x}{x^2}$
- b)  $\sigma_y = \frac{3 \ln(x)^2\sigma_x}{x^2}$
- c)  $\sigma_y = \frac{\sigma_x}{x^2}((\ln x)^3 + (\ln x)^2)$
- d)  $\sigma_y = \frac{\sigma_x}{x^2}(3(\ln x)^2 - (\ln x)^3)$
- e)  $\sigma_y = \frac{\ln(x)^3\sigma_x}{x^2}$

**Solución:** Para encontrar la incertidumbre  $\sigma_y$ , usamos la propagación de errores mediante derivadas, donde  $\sigma_y = \left| \frac{dy}{dx} \right| \sigma_x$ . Primero, debemos calcular la derivada de la función  $y = \frac{(\ln(x))^3}{x}$  usando la regla del cociente  $\left( \frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ .

Definimos  $u = (\ln x)^3$  y  $v = x$ .

- La derivada de  $u$  es  $u' = 3(\ln x)^2 \cdot \frac{1}{x}$  (por la regla de la cadena).
- La derivada de  $v$  es  $v' = 1$ .

Sustituyendo en la regla del cociente:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(3(\ln x)^2 \cdot \frac{1}{x}) \cdot x - ((\ln x)^3 \cdot 1)}{x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3(\ln x)^2 - (\ln x)^3}{x^2}$$

Por lo tanto, la incertidumbre es:

$$\sigma_y = \left| \frac{3(\ln x)^2 - (\ln x)^3}{x^2} \right| \sigma_x = \frac{\sigma_x}{x^2} |3(\ln x)^2 - (\ln x)^3|$$



Olimpiada Brasileira Online  
de Física Experimental

---



Ítem D