

Olimpíada Brasileira Online de Física

1ª Fase - 12 a 14 de setembro de 2025

Nome: _____

Série: _____

César Lattes
Nível Aberto
Português

Instruções de Prova

- I. Esta prova é composta por **15** questões.
- II. Cada questão tem 5 alternativas de resposta e apenas uma delas é correta.
- III. A duração máxima desta prova é de **quatro horas**. Além do tempo de prova, serão concedidos **5 minutos** correspondentes ao preenchimento online do gabarito.
- IV. **É permitido** o uso de calculadoras científicas.
- V. A prova deve ser feita individualmente e não é permitido falar sobre a solução das questões durante o período de aplicação da prova **12 a 14 de setembro de 2025**.
- VI. Se necessário, e a menos que indicado ao contrário, use: aceleração gravitacional na superfície da terra $g = 10 \text{ m/s}^2$; calor específico da água líquida $c_a = 1 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$; calor latente de fusão do gelo $L = 80 \text{ cal/g}$; $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$; densidade da água líquida $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$; constante de Wien $b = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$; constante de Planck $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; velocidade da luz $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$; energia do hidrogênio no estado fundamental $E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}$; $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Apoio:



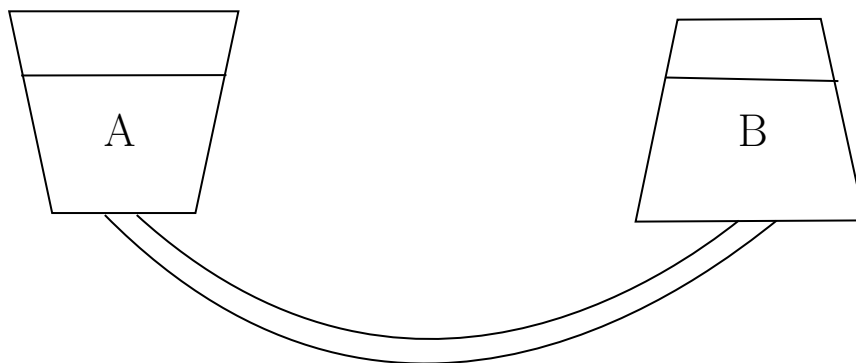


Curiosidades:

Cesare Mansueto Giulio Lattes, mais conhecido como César Lattes (Curitiba, 11 de julho de 1924 — Campinas, 8 de março de 2005), foi um físico brasileiro, codescobridor do méson- π (méson pi ou pión), descoberta que levou à concessão do Prêmio Nobel de Física de 1950 a Cecil Frank Powell, líder da pesquisa. Lattes é um dos mais ilustres físicos do Brasil e seu trabalho foi fundamental para o desenvolvimento da física atômica no país. Foi também um grande líder no meio científico brasileiro e um dos principais responsáveis pela criação do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).



Questão 1. 2 containers em formato de trapézio estão ligados por um tubo, como mostrado na imagem. Ambos possuem água parada, como também mostrado na figura. Assim, é possível realizar duas ações: aquecer o container A (ação I) ou aquecer o container B (ação II). Em ambas as ações, a água sofre expansão, enquanto os containers não possuem expansão considerável. Como o fluxo de água se comporta diante de cada ação?



- a) Em ambas, não existe fluxo resultante.
- b) Em ambas, existe um fluxo de A para B.
- c) Em ambas, existe um fluxo de B para A
- d) Em I, o fluxo é de A para B. Enquanto isso, em II, o fluxo é de B para A.
- e) Em I, o fluxo é de B para A. Enquanto isso, em II, o fluxo é de A para B.

Solução:

Inicialmente, a pressão na parte superior de ambos os contêineres é de $P = \rho gh = mgh/V$, onde ρ é a densidade volumétrica, m a massa, V o volume e h a profundidade. Perceba que V/h é a "área média" de um contêiner. Então, o formato do contêiner é relevante para descobrir o fluxo. Diante de uma expansão da água, em A a área média aumenta, reduzindo a pressão, enquanto em B acontece o oposto. Como o fluxo vem da área de maior pressão para a de menor pressão, o fluxo é de B para A nas duas situações.

Questão 2. É dado um espelho côncavo cujo foco está a 2 m do vértice. Além disso, sabe-se que a altura do objeto (colocado à esquerda do espelho) é descrita pela função

$$f(x) = \frac{x^5}{2} - 2x^4 + 3x^3 - \frac{9x}{2} + 1, \quad \text{para } x < 0,$$



sendo que a origem do sistema de coordenadas coincide com o centro óptico do espelho.

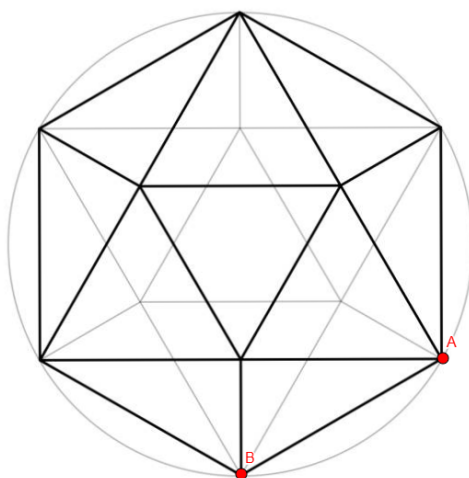
Apenas com essas informações, determine a altura mínima (em módulo) que o objeto pode ter, em metros:

- a) 1
- b) 3
- c) 16
- d) 17
- e) Nenhuma das alternativas anteriores

Solução: Nessa questão, ocorreu um erro de digitação. Ao invés da altura mínima do objeto, deveria ser a altura mínima da **imagem**. Porém, isso não altera a solução ou a resposta da questão.

Apesar de um polinômio do quinto grau assustar, é fácil, testando casos mais simples, notar que -1 é uma raiz. Isso indica que o objeto terá um ponto onde sua altura será 0, logo, a imagem também. Desta forma, o item correto é o item (e), já que a altura mínima é 0.

Questão 3. A imagem a seguir representa um icosaedro, uma figura espacial regular com 12 vértices, 20 faces triangulares e 30 arestas. Cada aresta possui uma resistência elétrica de valor R . Determine a resistência equivalente entre os dois vértices adjacentes destacados em vermelho (A e B).



- a) R
- b) $\frac{2R}{3}$
- c) $\frac{11R}{30}$
- d) $\frac{9R}{20}$
- e) $\frac{R}{2}$

Solução: Para resolver este problema, podemos explorar a simetria do circuito para simplificá-lo. Contudo, em vez de simplificar o circuito diretamente, podemos aplicar o princípio da superposição de maneira elegante, isolando os terminais A e B. Para isso, abordaremos o problema em duas etapas simétricas.

Etapla 1: Injeção de Corrente em A

Primeiro, injetamos uma corrente I no vértice A e assumimos que ela é drenada uniformemente por todos



os outros 11 vértices. Cada um desses 11 vértices, incluindo B, retira uma corrente de $\frac{I}{11}$.

Pela simetria local perfeita em torno do vértice A, a corrente I que entra se divide igualmente entre as 5 arestas conectadas a ele. Assim, a corrente que flui pela aresta direta AB é $\frac{I}{5}$. Isso gera uma primeira parcela da diferença de potencial entre A e B:

$$U_{AB,1} = \frac{I}{5} \cdot R$$

Etapas 2: Extração de Corrente de B

Agora, de forma independente, extraímos uma corrente I do vértice B, assumindo que ela é alimentada uniformemente por todos os outros 11 vértices. Cada um desses vértices, incluindo A, injeta uma corrente de $\frac{I}{11}$.

Novamente, pela simetria local em torno de B, a corrente I que sai é formada por contribuições iguais de suas 5 arestas vizinhas. A corrente que flui de A para B nesta etapa é, portanto, $\frac{I}{5}$. Isso gera a segunda parcela da diferença de potencial:

$$U_{AB,2} = \frac{I}{5} \cdot R$$

Superposição e Resultado Final

Ao sobrepor as duas etapas, as correntes em todos os vértices intermediários se cancelam (pois em cada um entra $\frac{I}{11}$ na Etapa 2 e sai $\frac{I}{11}$ na Etapa 1). O resultado líquido é:

- Uma corrente total entrando em A: $I_{\text{total}} = I_{\text{injetada}} + I_{\text{alimentadora}} = I + \frac{I}{11} = \frac{12I}{11}$
- Uma corrente total saindo de B: $I_{\text{total}} = I_{\text{extraída}} + I_{\text{drenada}} = I + \frac{I}{11} = \frac{12I}{11}$

A diferença de potencial total U_{AB} é a soma das contribuições de cada etapa:

$$U_{AB} = U_{AB,1} + U_{AB,2} = \frac{I}{5}R + \frac{I}{5}R = \frac{2I}{5}R$$

Pela Lei de Ohm para o circuito completo, $U_{AB} = I_{\text{total}} \cdot R_{eq}$. Igualando as expressões:

$$\frac{12I}{11} \cdot R_{eq} = \frac{2I}{5}R$$

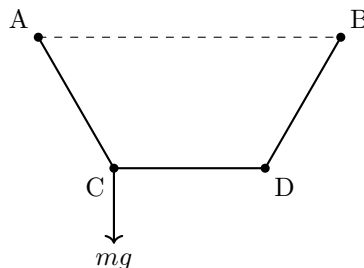
Simplificando e isolando R_{eq} , encontramos:

$$R_{eq} = \frac{2R}{5} \cdot \frac{11}{12} = \frac{22R}{60} = \frac{11R}{30}$$

$$\boxed{11R/30}$$

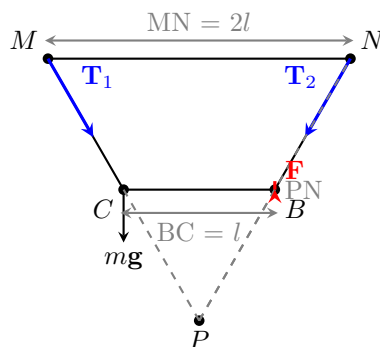
Letra C

Questão 4. Três barras sem massa e idênticas (AC , CD e BD) são conectadas por pivôs ideais umas com as outras. As barras são posicionadas de forma que a linha AB e a barra CD sejam paralelas, com AB possuindo o dobro do comprimento de CD . É pendurada uma massa m em C, como mostrado na figura abaixo. Qual é a menor força que precisa ser aplicada em D para que o sistema fique em equilíbrio estático?



- a) $F = 4mg$
- b) $F = 2mg$
- c) $F = mg$
- d) $F = \frac{mg}{2}$
- e) $F = \frac{mg}{4}$

Solução:



Primeiro, note a disposição geométrica: as barras formam um triângulo equilátero maior MNP cujo pontos médios definem o triângulo menor ABC . As barras sem massa conectam $M-C$, $C-B$ e $B-N$, e a massa m está pendurada em C . Tomamos o ponto P como pivô para o cálculo dos torques.

Como as barras no teto transmitem apenas forças de tração ao longo de si mesmas (são sem massa), suas forças em M e N não produzem torque em torno de P (o braço é nulo ou as forças são colineares com os braços). Assim, os únicos torques relevantes em relação a P são o devido ao peso mg em C e o devido à força F aplicada em B .

Determinamos agora os braços dos torques em função de l . Pela geometria dada:

$$AC = CD = DB = l \quad \text{e} \quad AB = 2l.$$

A posição de C relativamente a P dá um braço para o peso igual a $b_{mg} = \frac{l}{2}$ (distância perpendicular de C a PP -linha de ação considerada). Para que a Força F seja mínima, é necessária um braço máximo, e este acontece quando F atua perpendicularmente ao segmento PN , e esse maior braço vale $b_F = l$.

Escrevendo o equilíbrio de torques (sinais escolhidos de forma que os torques se anulem):

$$mg b_{mg} = F b_F.$$



Substituindo $b_{mg} = \frac{l}{2}$ e $b_F = l$:

$$mg \cdot \frac{l}{2} = F \cdot l \Rightarrow F = \frac{mg}{2}.$$

Portanto, a menor força em D (ou B no diagrama) necessária para equilíbrio é **Letra D**

Questão 5. Betão estava tentando chegar em outro planeta A , e para evitar a fadiga, queria saber a mínima velocidade para fazer isso. Considere que o planeta de Betão possui massa $4M$ e raio R , enquanto o planeta A possui massa quatro vezes menor e o raio igual ao planeta de Betão. Sabendo que a distância entre o centro dos planetas é $7R$ e que Betão pode decolar de qualquer ponto de seu planeta, assinale a alternativa que apresenta a velocidade mínima que Betão precisa se lançar para sair de seu planeta e chegar em A com velocidade nula.

a) $v = \sqrt{\frac{59GM}{12R}}$

b) $v = \sqrt{\frac{61GM}{12R}}$

c) $v = \sqrt{\frac{53GM}{12R}}$

d) $v = \sqrt{\frac{27M}{12R}}$

e) $v = \sqrt{\frac{8GM}{R}}$

Solução:

Primeiramente, seja v a velocidade mínima do enunciado e m a massa da nave + Betão. Por conservação de energia, temos que:

$$\frac{mv^2}{2} + U_i = U_f \iff v = \sqrt{\frac{2(U_f - U_i)}{m}} \quad (1)$$

Portanto, devemos escolher os pontos inicial e final de tal modo que v seja mínimo. Assim, podemos escrever a energia inicial inicial da seguinte forma:

$$\begin{cases} U_i = -\frac{G(4M)m}{R} - \frac{GMm}{r_i} \\ U_f = -\frac{GMm}{R} - \frac{G(4M)m}{r_f} \end{cases}$$

Como queremos v mínimo, devemos maximizar U_i e minimizar U_f . Para isso, temos que escolher r_i como a máxima distância possível e r_f a menor. Desse modo, ao analisar as condições do problemas, podemos concluir que:

$$\begin{cases} r_i = 7R + R = 8R \\ r_f = 7R - R = 6R \end{cases} \iff \begin{cases} U_i = -\frac{G(4M)m}{R} - \frac{GMm}{8R} \\ U_f = -\frac{GMm}{R} - \frac{G(4M)m}{6R} \end{cases} \iff \begin{cases} U_i = -\frac{33GMm}{8R} \\ U_f = -\frac{5GMm}{3R} \end{cases}$$

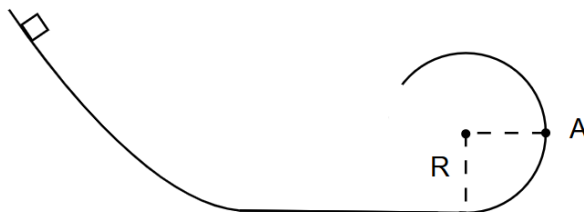
Portanto, substituindo esses valores em (1), temos que:

$$v = \sqrt{\frac{2}{m} \left(-\frac{5GMm}{3R} - \left(-\frac{33GMm}{8R} \right) \right)} \iff v = \sqrt{\frac{59GM}{12R}}$$



logo, a alternativa correta é **Letra A**

Questão 6. Considere um bloco de massa m solto para percorrer um movimento circular em uma pista circular lisa de raio R , como representado na figura abaixo. Se a normal no ponto A é igual a $N = \alpha mg$, qual é a altura h' do bloco quando ele perde contato com a pista?



Considere que α seja um número real tal que $R \leq h' \leq 2R$.

- a) αR
- b) $(2 + \alpha)R$
- c) $(1 + \alpha/2)R$
- d) $(1 + \alpha/3)R$
- e) $(2 + \alpha/4)R$

Solução: Primeiramente, a força centrípeta no ponto A é:

$$\frac{mv_a^2}{R} = N = \alpha mg \iff \frac{mv_a^2}{2} = \frac{\alpha mgR}{2}$$

Assim, a energia do bloco no ponto A é:

$$E_A = \frac{mv_a^2}{2} + mgR = \frac{\alpha mgR}{2} + mgR \Rightarrow E_A = \frac{(\alpha + 2)mgR}{2}$$

Seja P o ponto que o bloco perde o contato com a pista circular e θ entre a vertical e o raio que conecta o centro a P .

A força centrípeta no ponto P é:

$$\frac{mv_P^2}{R} = mg \cos \theta = mg \frac{(h' - R)}{R} \Rightarrow \frac{mv_P^2}{2} = \frac{mg(h' - R)}{2}$$

Onde usamos $N = 0$, pois não há mais contato, e $\cos \theta = (h' - R)/R$.

Logo, a energia do bloco no ponto P é:

$$E_P = \frac{mv_P^2}{2} + mgh' = \frac{mg(h' - R)}{2} + mgh' \Rightarrow E_P = \frac{mg(3h' - R)}{2}$$

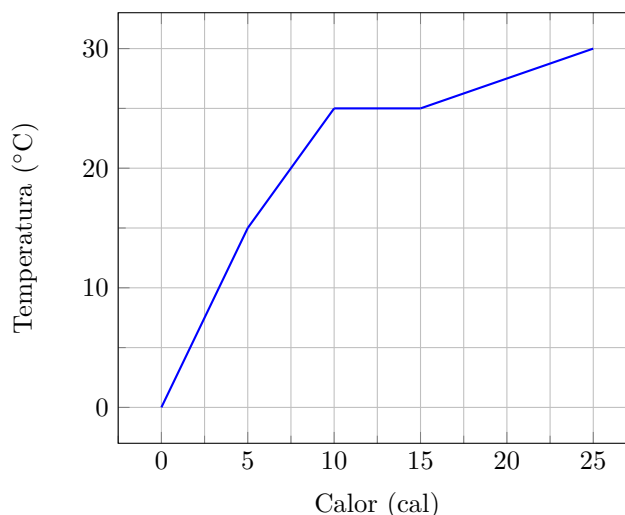
Assim, por conservação de energia:

$$E_A = E_P \iff \frac{(\alpha + 2)mgR}{2} = \frac{mg(3h' - R)}{2} \iff (\alpha + 2)R = 3h' - R \iff h' = \left(1 + \frac{\alpha}{3}\right)R$$



Portanto, a alternativa correta é (c).

Questão 7. Grujoão, em seu laboratório em Campinas, investigava o comportamento térmico de duas substâncias distintas, A e B , ambas com massa de 1 g. Para isso, ele aqueceu a mistura utilizando uma fonte de calor e registrou a variação da temperatura do sistema em função da quantidade de calor fornecido, conforme mostra o gráfico a seguir:



Inicialmente, as duas substâncias estavam no estado **sólido** e a uma temperatura de 0°C . Ao final do experimento, Grujoão observou que a substância A encontrava-se em equilíbrio entre as fases **sólida e líquida**, enquanto a substância B estava completamente **no estado líquido**.

Com base nessas informações e nos dados fornecidos pelo gráfico, os calores específicos das substâncias A e B , no estado sólido (em $\text{cal/g} \cdot ^{\circ}\text{C}$) e o calor latente de fusão da substância B , em cal/g são, respectivamente:

- a) 1, 2, 10
- b) $\frac{1}{2}$, 1, 10
- c) $\frac{1}{2}$, 2, 20
- d) 2, 1, 10
- e) $\frac{1}{2}$, 1, 20

Solução: Anulada

A substância A não pode estar em equilíbrio entre as fases sólida e líquida no final do experimento, pois a temperatura do sistema está aumentando com o fornecimento de calor, como mostra o gráfico. O correto seria que esse calor fosse inicialmente destinado à fusão de A (sem variação de temperatura) e, apenas após a fusão completa, à elevação da temperatura do sistema.

O intuito inicial da questão foi considerar que o gráfico do calor vs temperatura das duas substâncias era a "soma" dos gráficos das substâncias iniciais. Entretanto, isso está completamente errado!

No caso de dois sólidos imiscíveis, teríamos que o calor total é simplesmente a soma dos calores de cada componente:

$$Q = m_{AC_A}\Delta T + m_{BC_B}\Delta T = (m_{AC_A} + m_{BC_B})\Delta T$$



Isso significa que, enquanto nenhum deles atingir seu ponto de fusão, o sistema inteiro aquece de forma linear.

Quando um deles atingir a temperatura de fusão, todo o calor será destinado a fusão, já que não pode ocorrer mudança de temperatura. Portanto, no ponto de fusão, o gráfico ficaria a uma temperatura constante.

Após completa a fusão, temos que a temperatura continuaria a aumentar de forma linear. Até que a outra substância se funda.

Entretanto, como pode-se ver, o gráfico da questão não segue esse padrão.

Logo, pode-se pensar que os dois sólidos são miscíveis. Nesse caso, antes da fusão, o sistema se comportaria da mesma forma:

$$Q = m_A c_A \Delta T + m_B c_B \Delta T = (m_A c_A + m_B c_B) \Delta T$$

Quando a temperatura de fusão é atingida, a situação é um pouco mais complexa. Nesse caso, temos que considerar que o potencial químico é o mesmo nas duas fases.

$$\mu_A^{\text{sólido}} = \mu_A^{\text{líquido}}$$

onde μ_A é o potencial químico do componente A.

Para o componente A em solução líquida ideal:

$$\mu_A^{\text{líquido}} = \mu_A^0 + RT \ln x_A$$

onde

- μ_A^0 é o potencial químico do líquido puro,
- x_A é a fração molar de A na fase líquida,
- R é a constante universal dos gases,
- T é a temperatura.

No sólido puro, aproximando linearmente pelo calor latente de fusão L_A :

$$\mu_A^{\text{sólido}} = \mu_A^0 - \frac{L_A}{T_{f,A}} (T_{f,A} - T)$$

onde $T_{f,A}$ é o ponto de fusão do sólido puro A.

Igualando os potenciais químicos:

$$\mu_A^{\text{sólido}} = \mu_A^{\text{líquido}}$$

$$\frac{L_A}{T_{f,A}} (T_{f,A} - T) = -RT \ln x_A$$

$$T = \frac{T_{f,A} L_A}{L_A - T_{f,A} R \ln x_A}$$

Como x_A muda continuamente, temos que a temperatura T também mudará durante a fusão. Ou seja, a temperatura de fusão será uma faixa.



Entretanto, no gráfico apresentado existe uma parte "plana". Logo, a situação não condiz com esse caso e nem com o caso dos sólidos miscíveis. Portanto, a questão está **anulada**.

Questão 8. Em um de seus experimentos malucos, Lucas inseriu uma batata em um forno de microondas sem o prato giratório. Após esperar a batata ser aquecida, ele notou que um padrão periódico de temperatura apareceu na batata. Sabendo que a distância entre dois máximos de temperatura é de 8,6, estime a permissividade relativa da batata.

Dado: A frequência de um microondas é de 2,45 e a velocidade da luz $c = 3e8$

- a) 7
- b) 10
- c) 14
- d) 50
- e) 200

Solução: Observa-se que a distância entre dois máximos adjacentes de temperatura numa cavidade de micro-ondas corresponde a meia-onda no meio (anti-nodos consecutivos de uma onda estacionária estão separados por $\lambda/2$). Seja λ_m o comprimento de onda da micro-onda dentro da batata. Então

$$\frac{\lambda_m}{2} = 8,6 \text{ mm} \implies \lambda_m = 2 \cdot 8,6 \text{ mm} = 17,2 \text{ mm} = 1,72 \times 10^{-2} \text{ m}.$$

A frequência é $f = 2,45 \text{ GHz}$. Na batata (assumida não magnética, $\mu \approx \mu_0$) a velocidade da onda é

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

e a relação entre velocidade, frequência e comprimento de onda no meio é

$$\lambda_m = \frac{v}{f} = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_r}}$$

Isolando ϵ_r obtém-se

$$\epsilon_r = \left(\frac{c}{f\lambda_m} \right)^2$$

Substituindo numericamente $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $f = 2,45 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ e $\lambda_m = 1,72 \times 10^{-2} \text{ m}$,

$$\epsilon_r = \left(\frac{3 \times 10^8}{2,45 \times 10^9 \cdot 1,72 \times 10^{-2}} \right)^2 \approx (7,12)^2 \approx 50,7 \approx 51$$

Portanto a permissividade relativa estimada da batata é aproximadamente 50 (item D).

Questão 9. Uma espira circular de raio R e massa M carregando uma corrente constante I é inserida em um campo magnético constante de módulo B em equilíbrio estável. O período de pequenas oscilações desse sistema é dado por:

- a) $T = \pi \sqrt{\frac{2M}{IB}}$
- b) $T = \pi \sqrt{\frac{4M}{IB}}$
- c) $T = \sqrt{\frac{4\pi M}{IB}}$



d) $T = \sqrt{\frac{2\pi M}{IB}}$

e) $T = \sqrt{\frac{\pi M}{IB}}$

Solução: Seja I a corrente no anel (dada) e M sua massa. Denotemos por $\mathcal{I}$ o momento de inércia do anel em relação a um diâmetro que passa pelo seu centro (eixo de oscilação). Para um anel fino de raio R vale

$$\mathcal{I} = \frac{1}{2}MR^2$$

A densidade de corrente produz um momento magnético do anel dado por

$$\mu = I \cdot A = I \cdot (\pi R^2)$$

Colocando o anel em um campo magnético uniforme $\mathbf{B}$ (módulo B), a energia potencial magnética do dipolo é

$$U(\theta) = -\mu B \cos \theta$$

onde θ é o pequeno ângulo entre o momento magnético μ e o campo $\mathbf{B}$. Para pequenas oscilações expandimos em série de Taylor em torno de $\theta = 0$:

$$U(\theta) \approx -\mu B \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) = -\mu B + \frac{1}{2} \mu B \theta^2$$

Logo a energia potencial efetiva quadrática (restauradora) tem constante angular equivalente

$$k_{\text{eff}} = \mu B$$

A equação de movimento para pequenas oscilações do ângulo $\theta(t)$ é

$$\mathcal{I} \ddot{\theta} + k_{\text{eff}} \theta = 0,$$

portanto a frequência angular é

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{\text{eff}}}{\mathcal{I}}} = \sqrt{\frac{\mu B}{\mathcal{I}}}$$

O período T vale então

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\mathcal{I}}{\mu B}}$$

Substituindo $\mathcal{I} = \frac{1}{2}MR^2$ e $\mu = I\pi R^2$ obtemos

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{2}MR^2}{I\pi R^2 B}} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{2\pi IB}} = \sqrt{2\pi \frac{M}{IB}}$$

Portanto

$$T = \sqrt{\frac{2\pi M}{IB}}$$

que corresponde ao item D.

Questão 10. Vitor Takashi está em sua bicicleta testando um aparelho que emite uma frequência de 500 Hz e se aproxima de uma parede a 36 km/h. Qual a frequência do som refletida pela parede que é percebida por



Vitor?

- a) 500
- b) 510
- c) 515
- d) 520
- e) 530

Solução: Convertendo a velocidade para m/s, descobrimos que Vitor está a 10 m/s. Considerando a parede como um observador, aplicando na fórmula do efeito Doppler:

$$f = 500 \cdot \frac{340}{340 - 10} \approx 515,15$$

Agora consideraremos a parede como a nova fonte e Vitor como o observador se aproximando, portanto:

$$f = 515,15 \cdot \frac{340 + 10}{340} \approx 530$$

Logo, a resposta correta é **Letra e)**

Questão 11. Um cilindro vertical termicamente isolado, com pistão móvel de área A e massa desprezível, contém n mols de um gás ideal monoatômico inicialmente em equilíbrio sob pressão atmosférica P_0 , volume V_0 e temperatura T_0 . Quando uma massa M é colocada sobre o pistão, o sistema sofre uma compressão adiabática reversível até novo equilíbrio. Considerando a aceleração da gravidade g e a constante dos gases R , determine:

- a) $T_f = T_0 \left(1 + \frac{Mg}{P_0 A}\right)^{2/5}$
- b) $T_f = T_0 \left(\frac{3P_0 A}{3P_0 A + 2Mg}\right)^{3/2}$
- c) $T_f = T_0 + \frac{2Mg}{5nR} \sqrt{\frac{V_0}{A}}$
- d) $T_f = T_0 \left(1 + \frac{2Mg}{3P_0 A}\right)$
- e) $T_f = T_0 \left(\frac{P_0 A}{P_0 A + Mg}\right)^{2/3}$

Solução:

Primeiramente, sabemos que a pressão do gás no novo equilíbrio é:

$$P = P_0 + \frac{Mg}{A}$$

Usando as relações de um gás adiabático e a lei dos gases ideais, temos que:

$$P_0 V_0^\gamma = P V^\gamma \iff P_0 \left(\frac{nRT_0}{P_0}\right)^\gamma = P \left(\frac{nRT}{P}\right)^\gamma \iff T_0 P_0^{(1-\gamma)/\gamma} = T P^{(1-\gamma)/\gamma}$$



Portanto, substituindo $\gamma = 5/3$ para o gás monoatômico ideal, temos que:

$$T = T_0 \left(\frac{P_0}{P} \right)^{-2/5} = T_0 \left(\frac{P_0}{P_0 + Mg} \right)^{-2/5} \Rightarrow T = T_0 \left(1 + \frac{Mg}{P_0 A} \right)^{2/5}$$

Logo, a alternativa correta é **(a)**.

Questão 12. Enquanto buscava a melhor maneira de fazer seus ciclos, Gabriel Bap começou a estudar o ciclo $ABCA$, com um gás ideal monoatômico, composto por:

- AB : Expansão isobárica ($V_A \rightarrow V_B = 2V_A$)
- BC : Expansão adiabática
- CA : Compressão isotérmica de volta ao estado inicial

Determine a eficiência térmica η do ciclo de Bap.

- a) $\eta = 1 - \frac{2 \ln 2}{5}$
- b) $\eta = 1 - \ln 2$
- c) $\eta = 1 - \frac{\ln 2}{2^{2/3}}$
- d) $\eta = \frac{2 \ln 2}{5}$
- e) $\eta = 1 - \frac{1}{2^{2/3}}$

Solução:

Primeiramente, a fim de calcular a eficiência desse ciclo, devemos calcular o calor recebido no processo AB e BC . Assim:

i) AB : Utilizando a primeira lei da termodinâmica e a lei dos gases ideais, temos que:

$$\Delta U = Q_{AB} - p(V_B - V_A) \iff \frac{3}{2}nR(T_B - T_A) = Q_{AB} - p(V_B - V_A) \iff Q_{AB} = \frac{5}{2}p(V_B - V_A)$$

Substituindo $V_B = 2V_A$, temos que:

$$Q_{AB} = \frac{5}{2}pV_A$$

ii) BC : Semelhante a (i) e utilizando a fórmula para o trabalho de uma isotérmica, temos que:

$$\Delta U = Q_{BC} - W \iff 0 = Q_{BC} - nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right) \iff Q_{BC} = pV_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right)$$

Pela lei dos gases ideais e das relações nas adiabáticas, conseguimos achar a razão entre os volumes:

$$pV_B^{5/3} = p_C V_C^{5/3} \iff 2^{5/3}(pV_A)V_A^{2/3} = (p_C V_C)V_C^{2/3} \iff \frac{V_A}{V_C} = 2^{-5/2}$$

Ou seja, o calor nesse trecho é:

$$Q_{BC} = pV_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right) = pV_A \ln\left(2^{-5/2}\right) \iff Q_{BC} = -\frac{5}{2}pV_A \ln(2)$$



Desse modo, a eficiência é:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{BC}|}{|Q_{AB}|} = 1 - \frac{(5/2)pV_A \ln 2}{(5/2)pV_A} \iff \boxed{\eta = 1 - \ln 2}$$

Logo, a alternativa correta é **(B)**.

Questão 13. Hemétrio, estudante do Macaé Institute of Technology (MIT), está fazendo uma pesquisa sobre o efeito fotoelétrico. Um corpo negro em equilíbrio térmico emite radiação com pico em $\lambda_1 = 6000 \text{ \AA}$. Quando sua temperatura é elevada, a potência radiante total aumenta 16 vezes. Verifica-se que:

- Na temperatura inicial, a radiação não causa emissão fotoelétrica em um metal
- Na temperatura final, a radiação produz fotoelétrons com energia cinética máxima igual à energia da transição $n = 2 \rightarrow n = 3$ no hidrogênio

Determine a função trabalho ϕ do metal:

- a) 1,24 eV
- b) 1,89 eV
- c) 2,62 eV
- d) 3,15 eV
- e) 4,07 eV

Solução: Primeiramente, devemos relacionar a temperatura inicial e final do corpo negro. Para isso, basta lembrarmos que a potência radiante total P_r de um corpo negro, a uma temperatura T , é proporcional a T^4 . Portanto, temos que:

$$P_{r,f} = 16P_{r,i} \Rightarrow T_f = 2T_i$$

Além disso, pela lei de Wien, sabemos que:

$$\lambda_1 T_i = \lambda_2 T_f \iff f_2 = \frac{2c}{\lambda_1}$$

Assim, a energia de um fóton na radiação emitida pela temperatura final é:

$$E_f = hf_2 = \frac{2hc}{\lambda_1} = \frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{6000 \cdot 10^{-10} \text{ m} \cdot 1,6 \cdot 10^{19} \text{ eV/J}} \iff E_f = 4,14 \text{ eV}$$

Dessa forma, basta descobrir a energia de transição de $n = 2 \rightarrow n = 3$ no hidrogênio e substituir na fórmula do efeito fotoelétrico. A energia de transição é:

$$\Delta E = E_3 - E_2 = \left[-\frac{13,6}{3^2} - \left(-\frac{13,6}{2^2} \right) \right] \text{ eV} \iff \Delta E = 1,89 \text{ eV}$$

Por fim, utilizando a fórmula do efeito fotoelétrico, temos que:

$$E_f = K + \phi \iff \phi = E_f - \Delta E \iff \boxed{\phi = 2,25 \text{ eV}}$$

Infelizmente, o resultado não condiz com nenhuma das alternativas, então a questão está **anulada**



Questão 14. Um trem de comprimento próprio $L_0 = 150$ m viaja a $v = 0,6c$. Quando sua frente passa por um poste, um raio de luz é emitido da traseira em direção à frente. O tempo, medido no solo, para a luz atingir a frente do trem é:

- a) $0,40 \times 10^{-6}$ s
- b) $0,75 \times 10^{-6}$ s
- c) $1,00 \times 10^{-6}$ s
- d) $1,25 \times 10^{-6}$ s
- e) $2,50 \times 10^{-6}$ s

Solução:

Primeiramente, para usarmos a transformada de Lorentz da relatividade, devemos calcular o tempo $\Delta t'$ que a luz leva para atravessar o trem em seu referencial próprio (observador em repouso em relação ao trem). Assim, podemos escrever que:

$$\Delta t' = \frac{L_0}{c}$$

Além disso, definindo Δt como o tempo, medido no solo, que leva pra luz atingir a frente do trem. Usamos as transformações de Lorentz para encontrar que:

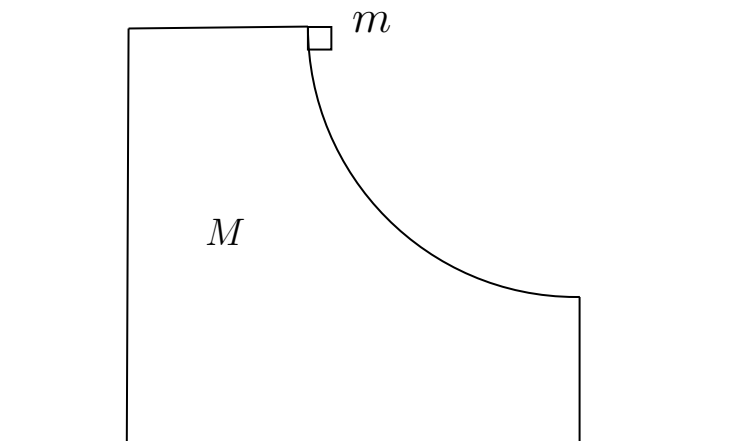
$$\Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta L \right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \left(1 + \frac{v}{c^2} L_0 \right) = \frac{L_0}{c \sqrt{1 - 0,6^2}} (1 + 0,6) = \frac{2L_0}{c}$$

Por fim, substituindo os valores de L_0 e c , temos que:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot 150 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \iff \boxed{\Delta t = 1,00 \times 10^{-6}}$$

Logo, a alternativa correta é (c).

Questão 15. Uma cunha de massa $M = 4$ kg com superfície lisa em forma de quarto de círculo repousa sobre um plano horizontal rugoso. Um bloco de massa $m = 2$ kg é liberado do repouso no topo da cunha (ponto A), como mostra a figura. Determine o mínimo coeficiente de atrito estático μ entre a cunha e o plano para que a cunha permaneça imóvel durante todo o movimento do bloco.



- a) 0.25



- b) 0.37
- c) 0.47
- d) 0.56
- e) 0.68

Solução: Primeiramente, vamos definir θ como o ângulo entre a vertical e a posição da massa m . Se M estiver em repouso, temos que a força centrípeta de m é:

$$N - mg \cos \theta = \frac{mv^2}{R} \quad (2)$$

Além disso, sabemos por conservação de energia que:

$$E_0 = E_f \iff 0 = \frac{mv^2}{2} - mgR \cos \theta \iff v^2 = 2gR \cos \theta \quad (3)$$

Desse modo, usando (1) e (2), achamos que:

$$N = mg \cos \theta + 2mg \cos \theta \iff N = 3mg \cos \theta$$

Além disso, sendo f a força de atrito e N_M a normal entre M e o solo, o equilíbrio na horizontal e vertical implica que:

$$\begin{cases} N_M = N \cos \theta + Mg, \\ f = N \sin \theta \end{cases} \iff \begin{cases} N_M = 3mg \cos^2 \theta + Mg, \\ f = (3/2)mg \sin 2\theta \end{cases}$$

Portanto, escrevendo explicitamente $\mu N_M \geq f$:

$$\mu(3mg \cos^2 \theta + Mg) \geq (3/2)mg \sin 2\theta \iff \mu \geq \frac{3m \sin 2\theta}{6m \cos^2 \theta + 2M}$$

Para garantir que M não deslize, a inequação acima deve ser válida para todo ângulo θ (dentro do intervalo de 0° a 90°). Assim se acharmos o ângulo que maximiza a expressão $f(\theta)$ da direita, conseguimos achar μ_{min} . Portanto, usando um pouco de cálculo:

$$\frac{df(\theta)}{d\theta} = 0 \Rightarrow 6m \cos(2\theta)(6m \cos^2(\theta) + 2M) - 3m \sin(2\theta)(-6m \sin(2\theta)) = 0$$

Utilizando $M = 2m$ e a formula para o cosseno do arco duplo, chegamos na equação:

$$\cos(2\theta)(3 \cos(2\theta) + 7) = 3(\cos^2(2\theta) - 1) \iff \cos(2\theta) = -\frac{3}{7} \iff \theta = \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{3}{7}\right) = 57,7^\circ$$

Portanto, substituindo em f_θ , achamos que:

$$\mu_{min} = \frac{3 \cdot 2 \cdot \sin(2 \cdot 57,7^\circ)}{6 \cdot 2 \cdot \cos^2(57,7^\circ) + 2 \cdot 4} \iff \boxed{\mu_{min} \approx 0,47}$$

Logo, a alternativa correta é (c).